Imagerie sismique appliquée à la caractérisation géométrique des fondations de pylônes électriques très haute tension

Aurélien Roques

▶ **To cite this version:**

Aurélien Roques. Imagerie sismique appliquée à la caractérisation géométrique des fondations de pylônes électriques très haute tension. Sciences de la Terre. Université de Grenoble, 2012. Français. NNT : 2012GRENU020 . tel-00858388

HAL Id: tel-00858388

https://theses.hal.science/tel-00858388

Submitted on 5 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Sciences de la Terre, de l'Univers et de l'Environnement**

Arrêté ministériel : 7 Août 2006

Présentée par

Aurélien ROQUES

Thèse dirigée par **Jean VIRIEUX**
et codirigée par **Jérôme MARS**

préparée au sein **Institut des Sciences de la Terre (ISTerre)**
et de **l'Ecole Doctorale Terre Univers Environnement**

Imagerie sismique appliquée à la caractérisation géométrique des fondations de pylônes électriques très haute tension

15 Octobre 2012 ,
devant le jury composé de :

Philippe COTE
Directeur de Recherche IFSTTAR, Nantes, Rapporteur
Nathalie FAVRETTO-CRISTINI
Chargée de Recherche CNRS au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Aix-Marseille Université, Marseille, Rapporteur
Jean-Louis LACOUME
Professeur au GIPSA-Lab, Grenoble-INP, Grenoble, Président
Donatienne LEPAROUX
Chargée de Recherche IFSTTAR, Nantes, Examinatrice
Gwennou LE MIGNON
Ingénieur-Chercheur RTE, Paris, Examinateur
Jérôme MARS
Professeur au GIPSA-Lab, Grenoble-INP, Grenoble, Directeur de thèse
Jean VIRIEUX
Professeur à l'ISTerre, Université Joseph Fourier, Grenoble, Directeur de thèse

Remerciements

La thèse est un travail d'équipe solitaire. La réalisation de ce manuscrit n'aurait pu se faire sans de nombreux soutiens scientifiques et affectifs auxquels je tiens à témoigner ma gratitude.

Je remercie Jean Virieux et Jérôme Mars qui m'ont guidé à travers vents, marées et mers d'huile avec patience et détermination ; mener ce travail à bien aurait été difficile sans leur confiance. Un grand merci à Romain Brossier, formidable pilier de l'équipe, pour sa disponibilité indéfectible et la richesse de nos interactions scientifiques et techniques. Je remercie Stéphane Operto et Alessandra Ribodetti qui ont participé à l'animation de visioconférences avec Sophia-Antipolis. J'ai beaucoup apprécié le doute constructif et l'honnêteté scientifique avec lesquels ils abordaient ces réunions, certainement les plus instructives de toute ma thèse. Merci à tous les étudiants qui ont participé aux présentations et aux débats stimulants qui naissaient au cours de ces rendez-vous. Merci à François Bretaudeau et Olivier Durand pour leurs informations concernant le banc de Mesures Ultrasonores Sans Contact de l'IFSTTAR. Je remercie également Denis Vautrin et Jérôme Idier pour les échanges enrichissants sur la mise en oeuvre des algorithmes d'inversion.

Je remercie Nathalie Favretto-Cristini et Philippe Cote d'avoir accepté d'être les rapporteurs de mon travail. Je remercie également Jean-Louis Lacoume, Donatienne Leparoux et Gwennou Le Mignon d'avoir examiné ma soutenance de thèse.

Ce travail a bénéficié de fonds publiques et privés : je remercie le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche ainsi que Réseau de Transport d'Electricité d'avoir participé à son financement.

En recherche appliquée, nombreux sont les doctorants qui fréquentent leur ordinateur plus que de raison. Les rencontres qui humanisent la science et le quotidien sont alors d'une importance capitale : les doctorants, les enseignants et les chercheurs que j'ai rencontrés ainsi que les proches qui m'ont entouré pendant ma thèse ont été essentiels à l'équilibre de mon travail.

Les doctorants de l'ISTerre contribuent à créer une atmosphère très conviviale au sein de laquelle j'ai eu plaisir à évoluer : merci donc aux Conquérants de l'Inutile, aux membres de l'Agence tous Risques, aux Acousticiens en Ré mineur syncopé, aux intrépides Chimistes, aux Infaillibles ainsi qu'aux GMUsiCiens.

Les enseignements que j'ai eu la chance de donner au cours de ma thèse m'ont permis

d'interagir avec de nombreux enseignants de l'Observatoire des Sciences de l'Univers de Grenoble et des départements Génie Thermique et Energie et Mesures Physiques de l'IUT de Grenoble. Merci notamment à Mai Linh, Eric et Anne qui m'ont accompagné dans mes premiers enseignements en géosciences. Merci à Claire et Philippe de m'avoir donné l'occasion d'enseigner en IUT au cours de mon monitorat. Je remercie également Michèle pour sa présence à ma soutenance. L'équipe administrative, technique et enseignante du département Mesures Physiques est dynamique et chaleureuse et j'y ai passé une année épanouissante. Les réunions pédagogiques du département sont une idée géniale - merci Irène ! Les expériences et les idées qui y sont échangées témoignent de la vigueur de l'intérêt d'une grande partie de l'équipe enseignante pour la didactique ; enseigner dans ce cadre était un véritable plaisir. Merci à tous les enseignants qui y ont contribué.

Merci aux amis - Jérem, Sarah, Anais, Nico, Perrine et Vévé - pour la complicité et les bouffées d'air montagnardes.

Je remercie ma famille - Mathieusaine, Savignacoise, Coursannaise, Fougueyrollaise, Montpellieraine, Caussadaise et Montalbanaise - pour leur soutien affectif et culinaire permanent.

Enfin, merci à Diane pour la lumière et le bonheur qu'elle diffuse autour d'elle, si précieux lors la rédaction... de chaque instant...

Résumé

L'imagerie de la proche surface est essentielle en géotechnique car la caractérisation et l'identification des premiers mètres du sol interviennent dans de nombreuses applications de l'aménagement du territoire. Les méthodes classiques d'imagerie sismique sont appréciées car elles sont simples de mise en oeuvre et d'interprétation. Utilisés en génie civil, ces outils ont généralement été développés initialement en prospection pétrolière. La problématique que nous abordons dans ce travail intéresse réseau de transport d'électricité (RTE) ; il s'agit d'identifier la géométrie des fondations de pylônes électriques très haute tension en utilisant des méthodes d'imagerie sismique qui ont fait leurs preuves dans le contexte de la géophysique de gisement. En particulier, nous évaluons les performances de l'inversion de la forme d'onde (FWI) et de la migration par retournement temporel. Nous présentons le principe de ces méthodes que nous mettons ensuite en oeuvre avec un outil basé sur une modélisation de la propagation d'ondes en milieu élastique 2D ; dans ce cadre, le temps de calcul de l'inversion est aujourd'hui raisonnable, ce qui est loin d'être le cas lorsqu'on considère un milieu élastique 3D. Ensuite, nous présentons les résultats d'imagerie sur données synthétiques puis réelles. Concernant les données synthétiques 2D, l'inversion permet d'identifier les dimensions de la fondation à condition que le rapport de vitesse entre la fondation et l'encaissant ne dépasse pas 3. La migration permet quant à elle d'imager de façon satisfaisante des contrastes beaucoup plus élevés. Sur données réelles, les tests que nous avons faits ne permettent pas d'identifier la géométrie de la fondation avec ces méthodes ; en réalisant l'inversion de données synthétiques 3D avec notre outil 2D, nous montrons que le caractère 3D des données est un obstacle important à l'utilisation de notre outil sur des données réelles contenant une forte signature 3D de la structure à imager.

Mots-clés inversion, retournement temporel, migration, contrôle non destructif, subsurface, modélisation

Abstract

Near surface imaging is essential for geotechnics purpose. Characterization and identification of the first layers - between 0 and $10m$ - of the ground is necessary for many applications of national and regional development. Classical methods of imagery arouse a great interest as they are easy to use. In general, these numerical tools used in civil engineering have been first developped by seismic petroleum companies. The issue we are tackling comes to identifying the geometry of the foundations of very high voltage electric tower using seismic imagery methods for french electricity transport and grid. In particular, we assess the performances of the full waveform inversion and the reverse time migration. First, we explain the principle of these methods and then we implement them with a tool based on 2D modelisation which involves a reasonable computing time, contrary to 3D inversion carried out with today's means. Next, we show imagery results on synthetic and real data. Concerning, synthetic data, inversion makes it possible to identify the dimensions of the foundation as long as the velocity ratio between the foundation and the bedrock does not exceed 3. As to migration, it has good results with even much higher contrasts. Concerning real data, these two methods don't succeed in identifying the geometry of the foundation ; we inverted 3D synthetical data with our tool and show that the 3D property of data is prohibitive to 2D-inversion of real data with such an important 3D signature as the one we get on the foundation data.

Keywords numerical optimization, time reversal, migration, non destructive testing, subsurface, modeling

Sommaire

Introduction générale **15**

1 Présentation de la problématique **21**

1.1 Objectif 21

1.2 Le choix de l'imagerie sismique 22

1.2.1 Description des méthodes envisageables 22

1.2.1.1 Méthodes électriques 22

1.2.1.2 Méthode électromagnétique 24

1.2.1.3 Méthodes sismiques 26

1.2.1.4 Imagerie des temps de première arrivée 28

1.2.1.5 Imagerie sismique de la forme d'onde complète 28

1.2.2 Difficultés prévues 31

1.3 Compétences et moyens mis en oeuvre 32

1.3.1 Partenaires 32

1.3.2 Moyens mis en oeuvre 33

2 Modèle direct **35**

2.1 Description physique 35

2.1.1 Cadre Physique 36

2.1.1.1 Hypothèse d'un milieu 2D 36

2.1.1.2 Hypothèse d'un milieu visco-élastique 37

2.1.1.3 Equation de propagation 38

2.1.1.4 Hypothèse d'un milieu atténuant 42

2.1.2 Cadre Numérique de la résolution de l'équation d'onde 43

2.1.2.1 Les méthodes de modélisation 44

2.1.2.2 Discrétisation temps-fréquence 51

2.1.2.3 Les limites physiques du milieu 60
2.2 Comparaison des données simulées avec des données réelles (IFSTTAR) 63
2.2.1 L'acquisition sismique sur maquette 64
2.2.2 La maquette IFSTTAR 64
2.2.3 Simulations 71
2.2.3.1 Cadre de simulation 71
2.2.3.2 Résultats de simulation 71
2.2.4 Conclusion 72

3 Inversion **75**
3.1 Principe de l'inversion 75
3.2 Fonction coût 77
3.3 Inversion de la source 78
3.3.1 Une source méconnue 78
3.3.2 Démarche d'estimation 79
3.3.3 Intérêts d'inverser la source 81
3.4 Inversion du milieu par FWI 82
3.4.1 Méthode du gradient 82
3.4.2 Le gradient conjugué 83
3.4.3 La méthode de Newton 83
3.4.3.1 Méthode de Newton dans un milieu à une dimension . . 83
3.4.3.2 Méthode de Newton en dimension N 86
3.4.4 Calcul du gradient 87
3.4.4.1 Expression du gradient 87
3.4.4.2 Interprétation physique du gradient 88
3.4.5 Calcul du hessien 89
3.4.5.1 Expression et Interprétation du hessien 89
3.4.5.2 Les méthodes de Quasi-Newton 91
3.4.5.3 L'algorithme L-BFGS 93
3.4.6 Line search 94
3.5 Choix de la Norme 94
3.6 Régularisation 96
3.6.1 Parcours des données en fréquence 97

3.6.2 Fenêtrages temporels 98
3.6.3 Le milieu initial 100
3.6.4 Fonction coût régularisée 103
3.6.4.1 Calcul de l'inverse de la matrice de covariance 103
3.6.4.2 Mise en oeuvre numérique 106
3.7 Conclusion 106

4 Imagerie à partir de données synthétiques 2D 107
4.1 Choix des paramètres imagés 108
4.1.1 Le choix classique de Vp et Vs 108
4.1.2 Test du paramètre $\{ln(Vp), ln(Vs)\}$ 109
4.1.2.1 Démarche de changement de paramètres 110
4.1.2.2 Cas d'un petit modèle en transmission 111
4.1.2.3 Fondation 4n avec un rapport fondation-encaissant $R = 5$ 118
4.2 Résolution maximale de l'imagerie 122
4.3 Imagerie dans le milieu synthétique de Grenoble 126
4.3.1 Cadre de la FWI 126
4.3.2 Inversion dans le milieu sans surface libre 128
4.3.3 Inversion dans le milieu avec surface libre 144
4.3.3.1 Cas d'une acquisition avec des sources et des récepteurs en surface et sur les côtés 144
4.3.3.2 Cas d'une acquisition avec des récepteurs en surface et des sources en surface et sur les côtés 146
4.3.3.3 Cas d'une acquisition avec des sources en surface et des récepteurs en surface et sur les côtés 146
4.3.3.4 Cas d'une acquisition uniquement en surface 148
4.3.4 Choix influençant l'inversion 151
4.3.4.1 Cadre 152
4.3.4.2 Résultat 152
4.3.4.3 Influence de l'offset d'acquisition 154
4.3.4.4 Influence du maillage 154
4.3.4.5 Influence de l'intertrace 157
4.3.4.6 Influence de la gamme de fréquences 157
4.3.4.7 Conclusion 163

4.3.5 Migration dans le milieu de Grenoble avec surface libre 163
4.3.5.1 Cadre et mise en oeuvre 164
4.3.5.2 Conclusion 165
4.3.6 Imagerie avec une illumination favorable 165
4.3.6.1 Cadre de la FWI 165
4.3.6.2 Résultats de la FWI 167
4.3.6.3 Migration avec une acquisition réaliste et favorable . . . 176
4.3.6.4 Conclusion 180
4.4 Imagerie dans le milieu synthétique de la maquette IFSTTAR 182
4.4.1 Cadre d'inversion 182
4.4.2 Résultats d'inversion dans le milieu avec surface libre 185
4.4.2.1 Inversion séquentielle 185
4.4.2.2 Inversion séquentielle en figeant la proche surface 186
4.4.2.3 Inversion multifréquencielle 186
4.4.2.4 Inversion avec une stratégie Bunks 187
4.4.3 Migration dans le milieu avec surface libre 189
4.4.3.1 Données 189
4.4.3.2 Résultats 189
4.5 Conclusions 190

5 Imagerie à partir de données réalistes 193
5.1 Un milieu 3D et une modélisation 2D 194
5.1.1 Données synthétiques 3D 194
5.1.1.1 Outil de Modélisation 194
5.1.1.2 Cadre de modélisation 195
5.1.1.3 Sismogrammes 195
5.1.2 Données synthétiques 2D 197
5.1.2.1 Cadre 197
5.1.2.2 Sismogrammes 198
5.1.3 Comparaison et correction 3D-2D 198
5.1.3.1 Comparaison des données 199
5.1.3.2 Correction des données 201
5.1.4 Inversion des données synthétiques 3D 206

5.1.4.1 Démarche d'inversion 206
5.1.4.2 Inversion monofréquentielle de données 206
5.1.4.3 Inversion multifréquentielle de données 209
5.1.4.4 Conclusion 212
5.2 Imagerie à partir des données de la maquette IFSTTAR 213
5.2.1 Données 213
5.2.1.1 Données "maquette" 213
5.2.1.2 Données modélisées 215
5.2.2 Imagerie 216
5.2.2.1 Imagerie par inversion de la forme d'onde (FWI) 218
5.2.2.2 Imagerie par migration (RTM) 222
5.2.3 Conclusion 223
5.3 Imagerie à partir de données de terrain 224
5.3.1 Données 224
5.3.1.1 Données de terrain 225
5.3.1.2 Comparaison entre les données synthétiques et les données de terrain 228
5.3.2 Imagerie basée sur l'inversion de la forme d'onde (FWI) 229
5.3.3 Imagerie basée sur la migration par retournement temporel (RTM) 230
5.4 Conclusion 233

Conclusion et Perspectives **235**

Bibliographie **238**

Introduction générale

Objectif scientifique

Les pylônes électriques très haute tension sont ancrés dans le sol par l'intermédiaire de fondations en béton. A la suite des tempêtes de fin décembre 1999 au cours desquelles certains pylônes électriques très haute tension avaient été endommagés et dans le cadre de sa mission de sécurisation du réseau, Réseau de Transport d'Electricité (RTE) souhaite inspecter les fondations de ces pylônes par une méthode non destructive ; en particulier RTE souhaite savoir si la forme de ces fondations est conforme au cahier des charges et nous a soumis ce problème très stimulant : identifier la forme d'un objet enfoui, caractériser ses dimensions alors qu'il n'est que sous quelques mètres de terre. Cette problématique peut sembler triviale lorsqu'on sait qu'il existe des techniques efficaces pour identifier des structures géologiques situées à plusieurs kilomètres de profondeur. Cependant, la grande complexité des propriétés et des champs d'ondes enregistrés en proche surface en font un problème difficile à résoudre. Nous proposons dans ce travail d'évaluer les performances de deux techniques d'imagerie classiquement utilisées en prospection pétrolière - l'inversion de la forme d'onde complète, *full waveform inversion (FWI)* en anglais (Tarantola, 1984a) et de la migration par retournement temporel, *reverse time migration (FWI)* en anglais (Baysal *et al.*, 1983) - pour la caractérisation géométrique des pylônes très haute tension.

De la prospection pétrolière au génie civil

La théorie de la transmission des ondes sismiques à travers une discontinuité d'un milieu élastique a été formulée en 1907 par Wiechert et Zoeppritz. L'idée d'utiliser la sismique réfraction pour caractériser le sol a ensuite été émise en 1914 par Wilip dans un cadre de prospection minière pour identifier les "caractéristiques de vibration" *(sic)* des premières couches du sol. Ce n'est qu'en 1920 que le principe de la sismique réflexion a été formulé précisément pour la première fois par Evans et Whitney . Les premières prospections pétrolières basées sur la sismique réflexion et la sismique réfraction ont lieu respectivement en 1921 et 1923, *e.g.* (Weatherby, 1940). La recherche d'hydrocarbures a ensuite fortement influencé les améliorations de ces méthodes d'un point de vue

technique : miniaturisation des géophones, diversification des sources, simplification du système d'acquisition, amplification...

Aujourd'hui, ces outils sont largement utilisés en génie civil pour analyser les propriétés de la subsurface. En effet, la sismique réfraction sert couramment à rechercher un site de construction, établir le modèle géologique d'un terrain ou caractériser la couche de roche saine. D'autre part, la sismique réflexion est utilisée dans la détection de cavités souterraines ou encore pour l'identification de couche de plus faible vitesse dans un milieu.

Les méthodes d'imagerie que nous allons utiliser ici s'inscrivent dans la même idée d'un transfert de compétence de la géophysique à la géotechnique : on souhaite mettre en oeuvre des méthodes appliquées avec succès en prospection pétrolière - l'inversion de la forme d'onde et la migration par retournement temporel - dans le cadre de la caractérisation de la géométrie des fondations de pylônes électriques.

L'inversion de données

En Sciences Physiques, la mesure d'une caractéristique d'un objet peut se faire de façon directe - mesure d'une dimension avec une règle, d'une masse avec une balance... - ou de façon indirecte en utilisant un lien entre la grandeur d'intérêt et une autre grandeur physique mesurable. Ce lien peut être naturel ou imposé par conception ; ainsi, en Astronomie, la détection et la caractérisation des exoplanètes peut se faire en observant les changements de luminosité apparente ou de vitesse radiale de son étoile par rapport à la Terre. En Thermodynamique, la mesure de la chaleur dégagée par une réaction chimique peut se faire en quantifiant la variation de température d'une quantité connue d'eau dans laquelle la chaleur à mesurer s'est transmise.

L'inversion de données fait partie des méthodes de mesure indirecte. Elle consiste à définir un modèle mathématique reliant les paramètres du milieu et les données puis à ajuster les propriétés du milieu de telle sorte que les données modélisées soient les plus proches possible des données observées. On considère alors que les paramètres du milieu numérique sont très proches des propriétés du milieu réel. L'inversion de données est donc une mesure beaucoup moins immédiate que les méthodes classiques de mesure indirecte.

Les méthodes d'inversion sont utilisées dans de nombreux domaines pour lesquels le nombre d'inconnues est très grand ; on peut citer le contrôle non destructif, l'imagerie géophysique, l'imagerie médicale et le calcul de trajectoire. Dans le cadre de l'imagerie, elles permettent d'obtenir des cartes de valeurs des paramètres imagés qui correspondent en général à des structures particulières du milieu que l'on peut interpréter ; les méthodes d'imagerie permettent ainsi de voir ce que l'on ne peut observer à l'oeil nu (figure 1).

Dans ce travail, nous allons aussi mettre en oeuvre la méthode de migration par retournement temporel. Le principe général de la migration est de focaliser les hyperboles de diffraction sur leur point source ; il s'agit d'une méthode d'imagerie qualitative qui

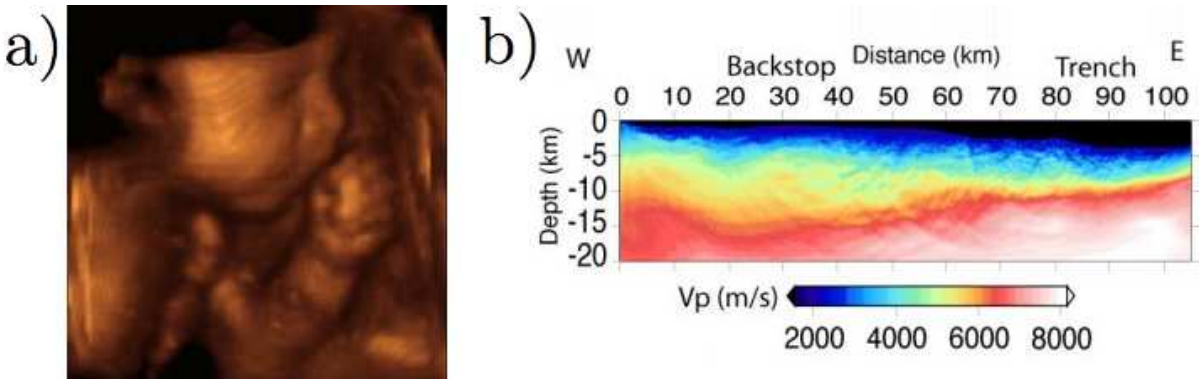

FIGURE 1 – Images obtenues par imagerie médicale (échographie) d'un foetus (a) et par imagerie sismique de la zone de subduction de Nankaï (b), d'après Operto *et al.* (2006)

peut être appliquée de différentes manières. Lorsqu'elle est appliquée par retournement temporel, la localisation des diffractants est obtenue par intercorrélation du champ incident avec le champ diffracté retourné dans le temps et propagé depuis les récepteurs. En termes de mise en oeuvre, cette méthode ne requiert que le calcul du gradient à la première itération de l'inversion de la forme d'onde ce qui réduit considérablement son temps de calcul. La migration par retournement temporel est adaptée au cadre de la problématique car elle permet d'imager des structures présentant un fort contraste avec le milieu.

Présentons maintenant l'organisation de ce mémoire.

Plan du mémoire

Le **premier chapitre** de cette thèse est consacré à la présentation de la problématique de l'imagerie des fondations. Nous détaillons le cadre de cette problématique ainsi que les différentes méthodes d'imagerie géophysique utilisables. Nous concluons sur le choix de l'imagerie de la forme d'onde et de la migration par retournement temporel qui nous semblent les plus prometteurs compte tenu de l'objectif à atteindre.

Le **deuxième chapitre** présente l'outil de modélisation utilisé. On détaille le cadre physique retenu, notamment les paramètres du milieu, les équations visco-élastiques en temps et les ondes que l'on rencontre dans ce type de milieu. Ensuite, on aborde le cadre numérique en expliquant progressivement le principe de la discrétisation du milieu et des équations. Ainsi, on commence par présenter le schéma numérique des différences finies puis on explique le principe des éléments finis dans un milieu à une dimension. On aborde ensuite la démarche et l'intérêt de travailler dans le domaine fréquentiel pour compléter la présentation de l'outil qui est basé sur la formulation en éléments finis Galerkin-discontinu à deux dimensions dans le domaine fréquentiel. Enfin, on présente les performances de cet outil en faisant une comparaison qualitative des

sismogrammes obtenus sur une maquette reproduisant le milieu d'étude à échelle réduite avec des sismogrammes modélisés.

Dans le **troisième chapitre**, nous présentons le principe de l'inversion de la forme d'onde. Les méthodes d'inversion requièrent des choix que nous précisons. L'inversion est formulée comme une minimisation de fonction. Nous justifions l'utilisation des normes $\mathcal{L}_2$ et $\mathcal{L}_1$ pour la fonction à minimiser selon que l'on travaille avec des données synthétiques où des données réelles. Ensuite, se pose la question des paramètres de cette fonction et de la manière de les modifier pour la minimiser. Il existe deux catégories de paramètres : la source d'une part et les propriétés du milieu d'autre part. Concernant la source, le problème consiste en une inversion linéaire résolue au sens des moindres carrés ; nous précisons ensuite les avantages de l'inversion de la source. Puis on considère les propriétés du milieu. Compte tenu du grand nombre de paramètres à identifier, la méthode d'optimisation locale est de type quasi-Newton avec une estimation du hessien à moindre coût selon l'algorithme à mémoire limité Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (L-BFGS) qui est pertinent dans le cas de problèmes d'inversion avec un grand nombre d'inconnues (Nocedal et Wright, 2006). Le calcul du gradient et du hessien sont réalisés numériquement, cependant cette méthode possède une interprétation physique que nous rappelons et qui permet de développer une intuition sur la méthode. Compte tenu de la forte non-linéarité du problème inverse, des régularisations sont mises en oeuvre, notamment en introduisant une hiérarchisation en fréquence puis en temps et en prenant en compte un a priori sur le milieu inversé.

Dans le **quatrième chapitre**, nous mettons en oeuvre les méthodes d'imagerie à partir de données synthétiques. La paramétrisation du problème est cruciale pour la convergence de l'algorithme. Classiquement les paramètres d'inversion utilisés sont la vitesse de propagation des ondes de compression - Vp - et celle des ondes de cisaillement - Vs - sont utilisés mais EDF R&D nous a suggéré de tester les paramètres $\{ln(Vp), ln(Vs)\}$ dans le but d'accélérer la convergence de l'algorithme en changeant la topographie de la fonction coût (Girard et al, 2010, Communication personnelle) ; nous comparons donc les performances de l'inversion de ces deux familles de paramètres. Puis nous mettons en oeuvre l'inversion de la forme d'onde sur un milieu contenant une fondation dans un cadre de difficulté croissante pour identifier précisément les performances de l'outil d'inversion ainsi que les sources de blocage de l'inversion. Nous étudions ensuite l'influence de certains réglages de l'inversion notamment la distance source-récepteur, le maillage, la distance entre les récepteurs et la gamme de fréquences. Puis, nous présenterons les performances de la migration dans un cadre synthétique 2D réaliste. Compte tenu de l'importance de l'illumination pour les deux méthodes d'imagerie que l'on utilise, une acquisition de terrain a été envisagée en ajoutant des sources enfouies. Une étude de la pertinence de la géométrie d'acquisition a été faite en amont de l'acquisition et nous présentons les résultats de l'imagerie avec la FWI et avec la RTM dans ce cadre. Enfin, des données à échelle réduite ont été acquises par l'IFSTTAR ; avant d'étudier les données réelles, nous présentons dans ce chapitre les résultats d'imagerie dans un milieu synthétique 2D avec un cadre d'acquisition proche de celui de la maquette.

Dans le **cinquième chapitre**, nous présentons la mise en oeuvre de la méthode d'in-

version sur données réalistes. Dans un premier temps, nous présentons les performances de l'inversion de la forme d'onde sur des données 3D synthétiques pour étudier dans quelle mesure l'utilisation d'un outil 2D limite les performances de l'imagerie des fondations de pylônes électriques. Ensuite nous abordons les résultats de l'imagerie sur les données obtenues à échelle réduite en laboratoire. Enfin, nous présentons les résultats d'imagerie obtenus dans le cadre d'une acquisition de données autour d'une fondation du site test de Grenoble.

Chapitre 1

Présentation de la problématique

1.1 Objectif

Réseau de Transport d'Electricité (RTE) est le gestionnaire du réseau publique du transport d'électricité français. Les missions qu'il doit remplir sont :

- assurer à tout instant l'équilibre production-consommation sur le territoire français ;
- assurer la sûreté d'exploitation du système électrique, c'est-à-dire éviter les coupures électriques localement ou à grande échelle ;
- garantir une bonne qualité de l'électricité en termes d'amplitude et de fréquence de la tension et de continuité de service ;
- contribuer à la création du marché de l'électricité, aussi bien national qu'européen ;
- développer et sécuriser le réseau suivant la demande, en tenant compte de son impact environnemental.

Dans le cadre de cette dernière mission, RTE doit s'assurer de la fiabilité du réseau électrique et en particulier de la robustesse de l'implantation des pylônes haute et très haute tension (de $63kV$ à $400kV$). Certains phénomènes climatiques violents peuvent soumettre ces pylônes à des contraintes mécaniques importantes et RTE veut s'assurer de la fiabilité des informations concernant la géométrie des fondations en béton. Pour ce faire, RTE a notamment sollicité les compétences d'un laboratoire de Géosciences - l'Institut des Sciences de la Terre (ISTerre) - et d'un laboratoire de Traitement du signal - le laboratoire Grenoble Image Parole Signal et Automatique (GIPSA-Lab) - pour qualifier l'applicabilité des méthodes d'imagerie géophysique à la caractérisation géométrique des fondations de pylônes électriques.

En effet, de nombreuses méthodes d'imagerie existent en géophysique et permettent de caractériser les propriétés de la Terre, de la subsurface au noyau terrestre. Une démarche naturelle consiste donc à chercher parmi ces méthodes, les mieux adaptées à notre problématique, sachant que nous cherchons à caractériser un objet enfoui à une profondeur inférieure à 4m et dont les propriétés physiques (vitesse de propagation des ondes mécaniques, densité, conductivité, ...) sont sensiblement différentes de celles du

sol dans lequel il est enterré. La connaissance par l'imagerie de l'une de ces propriétés doit donc permettre de caractériser la géométrie d'une fondation.

1.2 Le choix de l'imagerie sismique

Nous allons nous intéresser aux méthodes d'imagerie géophysique que l'on peut envisager d'appliquer à la caractérisation des fondations de pylônes électriques et ainsi justifier notre choix (FWI).

1.2.1 Description des méthodes envisageables

Les fondations dont on cherche la géométrie sont situées dans la très proche surface. Ceci restreint le champ des méthodes d'imagerie utilisables à l'imagerie électrique, au radar de proche surface et à certaines méthodes sismiques que nous allons décrire.

1.2.1.1 Méthodes électriques

Sondage électrique Le sondage électrique a pour but d'estimer la résistivité d'un sol. La démarche de mesure consiste à faire circuler un courant électrique dans le milieu étudié à l'aide de deux électrodes puis à mesurer la différence de potentiel induite avec deux électrodes de mesure, les électrodes étant classiquement placées en surface. Il existe plusieurs stratégies de positionnement des électrodes selon la zone que l'on cherche à sonder. Une démarche classique est la recherche d'un profil vertical de résistivité. On centre chacune des paires d'électrodes sur la verticale du milieu que l'on cherche à caractériser. Dans cette configuration, on réalise différentes mesures de potentiel en faisant varier l'espacement des électrodes de mesure, ce qui correspond à augmenter la profondeur de la région caractérisée. En faisant l'hypothèse que le milieu est de résistivité homogène et connaissant les positions des électrodes, on peut déduire la valeur de cette résistivité pour chaque espacement entre les électrodes de mesure. Cependant, l'hypothèse d'homogénéité étant généralement fausse, on procède alors à une inversion pour retrouver la véritable résistivité du milieu à partir des résistivités apparentes mesurées. On obtient alors un profil vertical de résistivité. En extrapolant, on conçoit qu'en translatant l'ensemble du dispositif d'acquisition à la surface du milieu, on obtient des mesures de la résistivité apparente du milieu à la verticale d'autres positions. La démarche de mesure précédente permet donc théoriquement de réaliser des sections 2D voire des descriptions 3D de la résistivité du milieu selon les déplacements du dispositif d'acquisition à la surface du milieu et en faisant des mesures pour plusieurs espacements entre les électrodes pour caractériser plus profondément le milieu. Cependant, il serait trop long et fastidieux de le faire manuellement c'est pourquoi on a recours au panneau électrique.

Panneau électrique Le panneau électrique consiste à répartir uniformément un grand nombre d'électrodes sur un segment à la surface d'une section 2D ou d'une portion 3D du milieu dont on souhaite caractériser la résistivité. Pour les profils 2D, on utilise en général plusieurs dizaines d'électrodes - typiquement une cinquantaine - et au lieu de déplacer les électrodes, un appareil désigne par un jeu de commutations les deux électrodes d'injection et les deux électrodes de mesure parmi l'ensemble des électrodes installées. La stratégie de choix des électrodes permet de régler la sensibilité de la mesure à l'orientation des structures enfouies, à la profondeur et influe sur le rapport signal sur bruit (Samouëlian, 2005). De plus, le système de mesure automatique exploite la rapidité de mesure pour reproduire plusieurs fois chaque mesure et ainsi améliorer la précision du résultat. Notons que les mesures que l'on réalise sont identiques à celles que l'on aurait pu faire en déplaçant manuellement les électrodes mais avec un gain de temps et de qualité de mesure considérable.

Les méthodes électriques sont classiquement utilisées pour caractériser des terrains de l'échelle à métrique à décamétrique, le réglage de la résolution se faisant par le choix de l'espacement des électrodes de la dizaine de mètres à la dizaine de centimètres. Les applications de ce type de méthode d'imagerie électrique sont nombreuses : elle est utilisée en archéologie pour identifier les zones intéressantes d'un site (Osella *et al.*, 2005), en hydrologie pour quantifier la salinité de l'eau (Amidu et Dunbar, 2008) ainsi qu'en géotechnique pour réaliser l'investigation de sites (Denis *et al.*, 2002; Sudha *et al.*, 2009) ou encore pour imager des fissures dans des structures en béton (Lataste *et al.*, 2003).
Dans le cas des fondations de pylônes électriques en béton, deux difficultés se posent à l'utilisation de méthode électrique. D'une part, la méthode doit être utilisable quelque soit la nature du sol, en particulier si le sol est conducteur comme c'est le cas des sols argileux (conductivité de l'ordre de la 10^{-1} à $10^{-2} S/m$). Or la conductivité électrique du béton étant plus faible (de l'ordre de 10^{-4} S/m), les lignes de courant contournent la fondation de telle sorte que d'un point de vue électrique, la fondation est court-circuitée par le sol plus conducteur qui l'entoure ; dans un environnement plus conducteur que le béton, l'information du panneau électrique 2D est donc erronée par ces importantes fuites de courant en dehors de la section imagée. D'autre part les fondations de pylônes électriques contiennent des câbles de cuivre assurant la mise à la terre de la fondation et qui, par leur forte conductivité ($\sim 6.10^6 S/m$), vont canaliser les lignes de courant et donc diminuer la sensibilité de l'imagerie électrique à la présence du béton.

En résumé, la diversité des milieux dans lesquels se trouvent les fondations de pylônes électriques est importante et il peut se trouver des milieux très conducteurs ou contenant des éléments métalliques susceptibles de perturber la localisation des contrastes de résistivité et donc la caractérisation de la géométrie de la fondation. Il est donc nécessaire d'envisager d'autres méthodes.

1.2.1.2 Méthode électromagnétique

GPR Une alternative intéressante est l'utilisation des ondes électromagnétiques. Le radar à pénétration de sol, *ground penetrating radar (GPR) en anglais*, est un outil classiquement utilisé pour la caractérisation de la subsurface (Mari *et al.*, 1998). Son principe consiste à générer une onde électromagnétique avec une antenne émettrice et à enregistrer le champ d'onde résultant de l'interaction de l'onde incidente avec le sol en utilisant une antenne réceptrice. L'onde incidente va être perturbée par l'impédance électromagnétique du milieu $Z = \sqrt{\mu_0 \mu_r / \epsilon_0 \epsilon_r}$, où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide et vaut $4\pi 10^{-7} H/m$, ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide et vaut $1/(36\pi)10^{-9} F/m$, μ_r est la perméabilité magnétique relative du milieu et ϵ_r est la permittivité diélectrique relative du milieu. Cette impédance va notamment créer des réflexions aux endroits où il y a de forts contrastes. Les sols dans lesquels nous allons travailler sont dépourvus de métaux et de minéraux si bien que l'on peut simplifier l'expression de leur impédance : $Z = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0 \epsilon_r}$. La démarche d'acquisition la plus courante consiste à maintenir un déport constant entre les antennes. En effet, avec cette configuration d'acquisition, la forte directivité des antennes aussi bien à l'émission qu'à la réception favorise l'enregistrement des ondes réfléchies ; d'autre part, la simplicité de mise en oeuvre de cette méthode et la rapidité de l'interprétation sont des atouts importants. La fréquence centrale des antennes utilisées est choisie en haute fréquence, au delà de la fréquence de coupure séparant la zone basse fréquence - fortement atténuante et dispersive - de la zone haute fréquence - modérément atténuante et propagative. La gamme de fréquence centrale des antennes d'émission utilisées en GPR s'étend de la dizaine de MHz au GHz. La résolution - au sens du quart de la longueur d'onde - que l'on peut attendre de l'imagerie radar dépend de la vitesse des ondes dans le milieu considéré. En régime propagatif et dans un sol homogène, la vitesse dépend principalement de la permittivité diélectrique du sol ϵ_r selon la loi $v = c/\sqrt{\epsilon_r}$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide. Le tableau 1.1 présente la résolution verticale que l'on peut attendre de l'interprétation d'une acquisition radar effectuée avec des antennes de fréquence centrale d'émission de $500MHz$ en négligeant l'influence de la puissance d'émission, c'est-à-dire en acceptant une erreur de l'ordre de 5% entre le fréquence émise et la fréquence dominante enregistrée.

Terrains	Résolution (cm)
Sable saturé	2.8
Argile saturée	4.8
Marne argileuse	5.3
Calcaire	7.5
Sable sec	7.5
Glace	7.5

TABLE 1.1 – Résolution verticale ($\lambda/4$) d'une acquisition radar de fréquence centrale d'émission $500MHz$ dans différents milieux, d'après Mari *et al.* (1998)

Notons que si le choix de la fréquence influe sur la résolution, il agit aussi sur la profon-

deur d'investigation : plus la fréquence est élevée et plus la profondeur d'investigation est faible car on entre en régime de diffusion - phénomène que l'on rencontre aussi en propagation d'onde sismique (Miles, 1960). A titre d'exemple, dans une marne calcaire, une antenne de fréquence centrale $500MHz$ a une profondeur d'investigation d'environ $7m$ sur un critère d'atténuation de $40dB$. Le GPR est donc une méthode qui permet d'obtenir des résolutions très grandes, inégalables avec d'autres méthodes géophysiques. Cependant l'atténuation limite sensiblement les profondeurs d'investigation envisageables d'une part et surtout rend inenvisageable son utilisation sur certains types de sol. En particulier, en régime propagatif, le tableau 1.2 montre clairement que l'argile est un milieu fortement atténuant qui ne permet donc pas une imagerie efficace.

Terrains	Atténuation (dB/m)
Argile saturée	51.8
Marne argileuse	14.5
Sable saturé	3
Calcaire	2
Sable sec	0.82
Glace	0.082

TABLE 1.2 – Atténuation des ondes électromagnétiques dans différents milieux

Concernant les applications de l'imagerie radar en géophysique, elles sont nombreuses et touchent des disciplines comme la glaciologie (Vincent *et al.*, 2010), la géologie (Deparis et Garambois, 2009; Theune *et al.*, 2006), l'archéologie (Osella *et al.*, 2005; Böniger et Tronicke, 2010) et la prospection pétrolière (Bradford *et al.*, 2010). Cependant, en raison de l'atténuation du sol, le GPR est principalement utilisé pour des problématiques de subsurface et la grande majorité des applications appartiennent au domaine du génie civil et de la géotechnique (Corin *et al.*, 1996). C'est notamment cette atténuation qui va nous faire renoncer à utiliser la méthode radar pour la caractérisation des fondations de pylônes THT car certains pylônes sont implantés dans des milieux conducteurs comme les sols argileux par exemple. D'autre part, dans les milieux non conducteurs, les courts offsets et la directivité des antennes rendent difficile l'imagerie de la partie basse de la fondation et ce d'autant plus que l'énergie incidente sur la fondation est principalement réfléchie et non transmise. Par ailleurs, la structure métallique des pylônes métalliques, les câbles électriques ainsi que le courant qui les traversent sont des sources de perturbation du champ électromagnétique. Le courant de $50Hz$ n'est pas problématique pour l'imagerie radar : il est très basse fréquence par rapport à la fréquence centrale des antennes réceptrices, de l'ordre de la centaine de MHz typiquement ; il est donc filtré par ces antennes. D'autre part, les câbles électriques métalliques peuvent induire des réflexions sur les acquisitions radar. Pour éviter ce problème, il est possible d'utiliser une antenne source et une antenne réceptrice gainées qui empêchent les émissions d'ondes vers les câbles ou alors de les enlever par filtrage ou troncature des profils radar. En revanche, concernant le pylône lui-même, il n'y a pas de solution directe : la structure

métallique interagirait avec les ondes émises par l'antenne source et serait présente dans les données même si on utilisait des antennes blindées. Si ces diffractions se superposaient avec la partie utile des profils radar, il faudrait concevoir une méthode pour éliminer ou réduire l'effet de la structure de pylônes sur les données. Ainsi, les obstacles à l'utilisation du GPR sont l'atténuation forte de certains milieux, l'offset limité et la directivité des antennes qui rendent difficile l'imagerie de la partie inférieure de la fondation et la structure métallique qui s'exprimerait dans les données radar.

Nous allons maintenant envisager les méthodes sismiques et voir dans quelle mesure elles sont pertinentes pour caractériser la géométrie des fondations de pylônes électriques.

1.2.1.3 Méthodes sismiques

Les méthodes sismiques envisageables dans le domaine géotechnique sont actives : elles requièrent d'émettre des ondes mécaniques avec une source et d'enregistrer les ondes après interaction avec le milieu pour en déduire les propriétés mécaniques du milieu, typiquement la vitesse de propagation des ondes P, éventuellement celle des ondes S et la densité du milieu. Connaissant les valeurs des propriétés du milieu , il est alors possible d'estimer la position des interfaces.
Parmi ces méthodes figurent des méthodes analogues à celles de l'imagerie radar comme la sismique réflexion. La différence théorique est qu'une onde sismique est sensible aux contraste d'impédance mécanique $Z = \rho v$ où ρ est la densité du milieu et v la vitesse de propagation des ondes mécaniques dans ce milieu. La différence pratique est que les ondes sismiques se propagent sur des distances plus importantes, car l'atténuation des ondes basses fréquences est beaucoup plus faible qu'en électromagnétique. Nous envisageons ici un milieu élastique : les ondes se propageant sont de type compression ou cisaillement. Commençons par décrire la méthode la plus simple à mettre en oeuvre : l'impact écho.

Impact écho Cherchons à simplifier la description d'une fondation en considérant une poutre homogène en béton de longueur L. Lorsqu'on tape avec un marteau à une de ses extrémités, on génère une onde de compression qui va faire un aller-retour en un temps $t = 2L/v$ où v est la vitesse des ondes de compression dans ce matériau. En connaissant le matériau - ici du béton - et en particulier la vitesse des ondes de compression, le temps d'arrivée de l'onde réfléchie permet de déduire la longueur de la poutre. Dans notre cas, la fondation est en contact avec le sol et il ne s'agit pas d'une simple poutre mais d'une structure ayant la forme d'un T retourné. En faisant l'hypothèse que l'influence du sol sur l'onde réfléchie est mineure et que, quelle que soit la forme de la fondation, la première onde enregistrée correspond à la réflexion de l'onde de compression sur le fond de la fondation, on peut déduire sa profondeur à partir du temps de première arrivée (Carino, 2001). Dans la pratique, cette méthode est utilisée par RTE de façon normée. EDF R&D a testé sa mise en oeuvre avec un capteur différent et en appliquant la méthode dans le domaine fréquentiel. En effet, les ondes de compression sont les plus énergétiques dans la direction de la poutre et l'atténuation du béton est suffisamment faible pour que le capteur vertical enregistre plusieurs aller-retour de l'onde dans la

fondation qui apparaissent comme des échos périodiques de l'impulsion source. Pour mesurer la durée moyenne des aller-retours, on travaille dans la représentation de Fourier du signal ; on déduit du spectre la fréquence de réflexion des échos et l'on considère que le pic de plus forte amplitude est celui du fondamental. Enfin on déduit la taille de la fondation grâce à la connaissance de la vitesse des ondes de compression dans le milieu. On estime que l'incertitude de cette méthode est égale à la largeur à mi-hauteur du pic principal du spectre. L'intérêt de cette méthode est que l'étape de traitement des données peut être faite sur le terrain avec un oscilloscope numérique qui calcule la transformée de Fourier rapide du signal (Brigham et Morrow, 1967; Bracewell, 1986). D'après le principe que l'on vient de décrire, on comprend que cette méthode fournit une information partielle sur la géométrie de la fondation - en l'occurrence sa hauteur ; en effet, la complexité du champ d'onde rend difficile de déduire d'autres dimensions. Par ailleurs, cette méthode est sensible à la présence d'inhomogénéïtés dans le béton, typiquement la présence de fractures ou d'objets métalliques pourra la rendre inefficace dans certains cas. Cette méthode sera toutefois mise en oeuvre car la connaissance de la hauteur de la fondation peut être intégrée dans d'autres méthodes de reconstruction comme nous allons l'expliquer de façon générale dans le paragraphe suivant sur l'imagerie sismique et de façon détaillée dans le chapitre 3 consacré à l'inversion.

1.2.1.4 Imagerie des temps de première arrivée

Historiquement, l'imagerie des temps de première arrivée a été introduite pour améliorer la localisation des séismes (Aki et Lee, 1976). Cette méthode consiste à perturber un modèle acoustique du milieu étudié de telle sorte que les temps mis par le front d'onde le plus rapide pour arriver sur les récepteurs dans le milieu synthétique soit le même que dans le milieu réel. On suppose alors que le milieu synthétique a les mêmes propriétés que le milieu réel. Cette démarche permet donc d'obtenir une image des propriétés du milieu grâce aux ondes émises par les séismes, mais on peut aussi appliquer la même démarche en utilisant une source active comme un pot vibrant ou un marteau. L'utilisation de cette méthode est très répandue en sismologie que ce soit à l'échelle globale (Montelli *et al.*, 2004b,a) ou locale (Thurber *et al.*, 1997). En revanche, cette méthode n'est pas utilisée en géotechnique car, en l'absence de réflecteur, le gradient de vitesse au voisinage de la subsurface est trop petit pour redresser suffisamment les rais et faire en sorte que l'on puisse les enregistrer sur le profil d'acquisition.

L'inversion des temps de première arrivée n'utilise qu'une information partielle des sismogrammes, une première idée consiste alors à utiliser la forme d'onde de la première arrivée (Sheng *et al.*, 2006). Dans le prolongement de cette démarche, on peut envisager de prendre en compte l'ensemble des arrivées en temps et en amplitude résultant de l'interaction du front d'onde incident avec le milieu, autrement dit l'intégralité des sismogrammes. Cette démarche s'appelle l'imagerie de la forme d'onde complète - *full waveform inversion, (FWI)* en anglais (Tarantola, 1984a).

1.2.1.5 Imagerie sismique de la forme d'onde complète

Il semble assez avantageux d'utiliser l'ensemble des phénomènes enregistrés sur les sismogrammes plutôt que la première arrivée uniquement. Plus on considère un grand nombre de phénomènes dans lesquels s'expriment les propriétés du milieu et meilleure devrait être la caractérisation du sol. Cependant, différentes arrivées sont imbriquées et peuvent rendre les données très complexes ; il est donc important de définir une stratégie pour utiliser efficacement tout le signal. Précisons donc le principe de l'imagerie de la forme d'onde complète.

Principe de la FWI La FWI requiert d'utiliser une source active et de placer des géophones dans le milieu étudié. Lorsque la source émet des ondes dans ce milieu, le signal reçu par les géophones est caractéristique de la source (signal temporel, bande de fréquence et position), du milieu (propriétés mécaniques) et des géophones (positions et bande passante). Pour une acquisition sismique réelle, les positions de la source et des géophones sont connues ; si on dispose d'une estimation initiale des propriétés du milieu et de l'amplitude du signal source en fonction du temps, on peut alors faire une simulation numérique des sismogrammes et comparer les données synthétiques ainsi obtenues avec les données réelles.

Dans l'hypothèse où la modélisation numérique est suffisamment réaliste, c'est-à-dire capable de simuler les phénomènes de la physique des ondes se produisant dans le milieu étudié, les différences observées entre les données réelles et synthétiques sont uniquement dues à une mauvaise estimation des propriétés du milieu ou du signal source. On peut alors ajuster ces propriétés et le signal source pour améliorer la ressemblance entre les sismogrammes réels et les sismogrammes synthétiques sur toute la durée du sismogramme. Cet ajustement peut se faire par tâtonnement, mais une démarche heuristique peut prendre du temps et présente une grande incertitude de succès. Pour automatiser cet ajustement on introduit un critère de distance entre les sismogrammes réels et synthétiques et l'on va chercher à le minimiser par une méthode de minimisation de fonction. Pour ce faire, une première idée est d'estimer la sensibilité du critère à une perturbation de chacun des paramètres physiques pour trouver la combinaison de paramètres qui fait décroître le plus le critère. Appliquée telle quelle, cette démarche est très coûteuse et des techniques plus astucieuses conduisent au même résultat pour un coût de calcul bien plus faible (Lailly, 1983; Tarantola, 1984a; Pratt *et al.*, 1998). Or cette direction n'est pas nécessairement celle de la solution puisque la sensibilité du critère à une perturbation du modèle a été estimée au voisinage d'un modèle courant. On réitère donc la démarche jusqu'à ce qu'une petite perturbation du modèle ne puisse plus entraîner une diminution du critère ; on dit alors que le critère est dans un minimum local que l'on considère comme le résultat de l'imagerie. Une fois l'inversion réalisée, de deux choses l'une :

- soit le critère est suffisamment faible et l'on considère que l'inversion a convergé vers le minimum global du problème, ou à proximité ; les sismogrammes synthétiques ressemblant alors au sismogrammes réels, on considère que le milieu reconstruit est proche du milieu réel.
- soit le critère est relativement élevé ce qui est symptomatique d'une mauvaise estimation des propriétés du milieu reconstruit.

Notons que ce que l'on vient de décrire pour une seule position de la source - et donc un seul jeu de sismogrammes - est envisageable pour plusieurs jeux de sismogrammes obtenus en déplaçant la source. L'intérêt de changer la position de la source peut s'illustrer par l'analogie d'une pièce fermée dans laquelle se trouve un objet éclairé par une source ponctuelle de lumière : pour une position de la source, l'ombre projetée sur les murs apporte une information partielle sur la forme de l'objet, de même qu'un jeu de sismogrammes obtenus pour une position de la source sismique est porteur de la signature du milieu ; en changeant la position de la source, on change l'éclairement de l'objet et, grâce à l'ombre supplémentaire obtenue dans cette deuxième position de la source, on a une meilleure idée de sa forme. Ainsi, en remarquant qu'un même jeu de données peut correspondre à des milieux différents, on conçoit qu'il est intéressant d'augmenter le nombre de récepteurs et le nombre de positions de tir pour restreindre le nombre de milieux reconstruits ambigus avec le milieu solution ; mathématiquement, cela signifie que l'on augmente le nombre de données permettant d'identifier les paramètres inconnus du milieu.
D'après le principe que nous venons de présenter, deux points essentiels doivent être décrits : la démarche de modélisation et la stratégie d'inversion. Ces thèmes feront l'objet des chapitres 2 et 3 respectivement.

Il est intéressant ici de connaître l'historique de l'inversion de la forme d'onde sismique : ceci permet de mettre en évidence que cette méthode dont la théorie a bientôt 30 ans est relativement jeune en termes d'application sur des données réelles.

Historique L'imagerie par inversion de données est un domaine des mathématiques appliquées qui requiert des ressources informatiques importantes. C'est pourquoi les applications ont émergé conjointement au développement de l'informatique et de la modélisation de phénomènes physiques de plus en plus complexes. L'inversion de données a été appliquée avec succès en imagerie médicale dès le début des années 70 (Herman *et al.*, 1973). Contrairement à la tomographie à rayons X, la propagation d'onde sismique ne peut pas être décrite par un modèle linéaire et il a fallu attendre le début des années 80 pour que des sismologues envisagent la mise en oeuvre d'une méthode d'imagerie utilisant l'intégralité de la forme d'onde des sismogrammes (Tarantola et Valette, 1982; Tarantola, 1984a). Les premières applications d'imagerie en milieu 2D - supposé invariant selon une direction horizontale - ont été initiées au milieu des années 80 sur des données synthétiques (Gauthier *et al.*, 1986) et réelles (Mora, 1987) au prix d'un fort investissement en temps de calcul. A cette époque, l'imagerie par inversion de la forme d'onde était une méthode demandant des moyens informatiques sensiblement plus importants que les autres et pour un gain modéré ; cependant Pratt (1990) fit des tests synthétiques dans le cadre d'acquisition en transmission entre puits pour comparer les performances de cette méthode avec la tomographie de diffraction et conclut sur la supériorité de la tomographie de diffraction comparée à une seule itération de la méthode d'inversion de la forme d'onde. Une particularité de sa démarche est le fait de travailler dans le domaine fréquentiel pour, principalement, limiter la quantité de données traitées puisqu'alors il inverse seulement une fréquence au lieu d'inverser l'amplitude des sismogrammes pour l'ensemble des instants. Dans la continuité de cette démarche, Pratt *et al.* (1996) appliquent une inversion séquentielle de certaines fréquences des données de façon croissante à des données sismologiques synthétiques acquises en surface ; selon son modèle de départ de l'inversion, il montre le potentiel intérêt de l'inversion de la forme d'onde à l'échelle crustale appliquée à des données où l'éclairement du milieu est grand pour une acquisition en surface. Depuis, de nombreuses applications sur données réelles ont été menées avec succès en particulier dans la caractérisation de structures géologiques (Dessa *et al.*, 2004; Operto *et al.*, 2006) et plus récemment en exploration pétrolière (Sirgue *et al.*, 2009; Prieux *et al.*, 2011).
En imagerie de subsurface, les applications géotechniques de l'inversion de la totalité de la forme d'onde sont très peu répandues. On pourra cependant citer les travaux de Bretaudeau *et al.* (2010) concernant la détection de cavités et de Smithyman *et al.* (2009) sur la détection d'objets enfouis. Si les succès de la FWI en géophysique sont avérés, il est important de noter que son application à notre cadre d'étude va rencontrer un certain nombre d'obstacles.

1.2.2 Difficultés prévues

Ce travail de thèse est réalisé dans la continuité de la thèse de Gelis (2005) sur la FWI et de Magnin (2008) concernant l'identification de la source sismique appropriée à la problématique de l'imagerie des fondations de pylônes électriques. Concernant l'outil d'imagerie, plusieurs obstacles vont devoir être surmontés :

- La structure que l'on cherche à imager présente un **contraste fort** avec l'encaissant, le rapport entre les propriétés de la fondation et celles de l'encaissant étant de l'ordre de dix dans certains milieux. Or la méthode d'imagerie est basée sur l'hypothèse de petites perturbations du milieu à chaque itération : plus le contraste est grand et plus le chemin de convergence est long, ce qui fragilise la convergence vers le bon milieu, l'inversion étant alors plus susceptible de se trouver piégée dans un minimum local correspondant à un modèle éloigné de la solution.
- une difficulté de la sismique de proche subsurface est la complexité du champ d'onde. En effet, celui-ci consiste en la superposition des **ondes de surface** et des ondes de volume. Or ces ondes de volume sont de bien plus faible énergie que les ondes de surface alors que seules les ondes de volume sont porteuses de la signature de la fondation. Il faudra donc veiller à appliquer l'inversion en privilégiant les ondes de volume.
- l'**atténuation** devrait jouer un rôle important dans l'imagerie. En effet ce paramètre influe fortement sur les données : si on choisit de ne pas l'inverser, il faudra avoir une estimation digne de confiance de sa distribution spatiale dans le milieu. Si on décide de l'inverser, il faudra être conscient que sa reconstruction dépend beaucoup de la qualité de la reconstruction du milieu en Vp, la vitesse des ondes de compression.
- Certes nous cherchons un objet fortement contrasté par rapport au sol et dont la localisation approximative est connue. Cependant le sol lui même peut être **inhomogène** et le sera vraisemblablement, en particulier à cause de la zone altérée de plusieurs dizaines de centimètres que l'on trouve classiquement à la surface de tout milieu et donc autour de la fondation. La méthode d'imagerie va donc devoir estimer les propriétés physiques de l'ensemble du milieu.
- L'objet à imager est une fondation de pylône, un objet contenu dans un parallélépipède de 4 mètres de hauteur et de section horizontale 2m*2m. Or nous envisageons d'imager cette structure 3D avec un **outil d'imagerie 2D** pour des raisons de temps de calcul. Il va donc falloir s'assurer que cette hypothèse simplificatrice, consistant à négliger les variations des propriétés du milieu selon la direction perpendiculaire à la section, ne perturbe pas trop l'imagerie ; en particulier, nous supposons que les diffractions des sommets de la fondation seront faiblement énergétiques. D'autre part, nous devrons déployer le dispositif d'acquisition en conséquence, c'est à dire travailler avec une seule ligne de sources et récepteurs situés dans le plan de symétrie de la fondation.
- Le **faible éclairement** de la partie inférieure de la fondation rend difficile la connaissance de sa profondeur, nous espérons que l'information donnée par l'impact écho compensera ce déficit d'illumination.

Le travail proposé dans ce document consiste en une étude de l'applicabilité de l'inversion de la forme d'onde à notre problématique. Pour ce faire il a été nécessaire d'avoir des interactions scientifiques avec des partenaires spécialistes de l'acquisition de données et de l'inversion. Nous présentons ces partenaires dans la partie qui suit.

1.3 Compétences et moyens mis en oeuvre

1.3.1 Partenaires

Les collaborateurs qui sont intervenus sur ce projet sont :

- RTE qui a formulé la problématique et s'est intéressé au déroulement global du projet. Nos collaborateurs de RTE étaient Gwennou Le Mignon, Paul Penserini et Xavier Waymel.
- L'antenne de Nantes de l'Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR) - anciennement Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) - qui s'est chargé de la réalisation de maquettes reproduisant des fondations en modèle réduit dans le but de permettre le test des algorithmes de reconstruction dans des milieux contrôlés. Nos collaborateurs d'IFSTTAR étaient Philippe Cotte (acquisitions sur site), Olivier Durand (acquisitions sur maquette et sur site), Donatienne Leparoux (acquisitions sur maquette) et Anaëlle Luczak (acquisition sur site).
- TerraSeis s'est occupé de mettre en place le protocole d'acquisition de données : son rôle fut notamment de caractériser la diversité des terrains dans lesquels peuvent se trouver les fondations et de mettre en place une acquisition sur site pour obtenir des données réelles destinées à l'inversion de la forme d'onde. Notre collaborateur à TerraSeis était Olivier Magnin.
- La branche Recherche et Développement d'Electricité De France (EDF R&D) s'est intéressée à la centralisation des idées proposées et développées par les partenaires en charge de la modélisation et de l'inversion. Nos collaborateurs d'EDF ont été Alexandre Girard (inversion), Jean-Marie Hénault (impact écho), Nicolas Paul (inversion), Laurent Ulpat (impact écho) et Guy d'Urso (impact écho).
- Apside a participé à la modélisation en forte implication avec EDF R&D. Nos collaborateurs d'Apside étaient Laurie Cham-Lan et Steven Kerzale.
- L'Institut de Recherche en Communication et Cybernétique de Nantes (IRCCyN) qui a travaillé sur l'inversion de données avec introduction d'a priori. Nos collaborateurs à L'IRCCyN étaient Jérôme Idier et Denis Vautrin.
- L'Institut des Sciences de la Terre (ISTerre) de Grenoble et le laboratoire Grenoble Image Parole Signal et Automatique (GIPSA-Lab) ont travaillé sur l'acquisition, la modélisation du problème direct, le traitement des données et sur l'inversion des données sismiques. Les chercheurs qui ont encadré mon travail ont été mes directeurs de thèse, Jean Virieux et Jérôme Mars, ainsi que Romain Brossier. Enfin, des doctorants et post-doctorants de l'ISTerre ont participé à la mise en oeuvre de

plusieurs acquisitions sismiques sur le site test de Grenoble. Il s'agissait de Bastien Dupuy, Ganghui Hu, François Lavoué, et Ludovic Métivier.

Un tel développement de compétence requiert des interactions fréquentes pour synchroniser les avancées des différentes équipes : ainsi, une réunion technique entre EDF-R&D, l'IRCCyN et l'ISTerre/GIPSA-Lab a été organisée tous les six mois au cours de ma thèse pour diffuser l'information de l'avancement des volets Expérimental et Numérique du projet. Dans le courant du mois de juin 2009, je suis allé sur le lieu de travail des partenaires EDF-R&D à Chatou pour discuter de l'implémentation du problème direct en différences finies et par la méthode Galerkin discontinu. Début juillet 2009, le IFSTTAR et TerraSeis ont réalisé une campagne de mesure sur des fondations implantées sur le campus de St Martin d'Hères avec l'aide du doctorant de l'IRCCyN, Denis Vautrin, et de deux doctorants d'ISTerre Bastien Dupuy et moi-même. Fin Juillet 2009, je me suis rendu à Nantes pour observer la procédure d'acquisition sur maquette réalisée à IFSTTAR. Les 23 et 24 Mars 2010, Romain Brossier, Philippe Cotte, Steven Kerzalé, Guy D'Urso, Jean Virieux et moi-même avons procédé à une caractérisation du terrain au voisinage de fondations du site du Chesnoy. Ensuite les 5 et 6 Octobre 2010, Romain Brossier, Philippe Cotte, Olivier Magnin et moi-même avons mis en place une acquisition sismique de caractérisation du sol sur deux sites d'Hostun pendant que Guy d'Urso et Jean-Marie Hénault procédaient à des acquisitions d'impact écho. Parallèlement à ces réunions techniques, des réunions semestrielles étaient organisées avec tous les intervenants : elles étaient l'occasion pour RTE de constater l'avancement global du projet.

1.3.2 Moyens mis en oeuvre

Ma thèse a été financée par une bourse ministérielle associée à un monitorat délivrée par le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche. Les frais logistiques (déplacements sur les lieux de conférence, compte informatique, logiciels) ont été pris en charge par RTE. Les ressources informatiques nécessaires à ma contribution au projet ont été :

- les serveurs de calcul *R2d2* et *Gofree* de l'OSUG gérés par Françoise Roch et Bruno Breznik
- le serveur de calcul *Vargas* de l'IDRIS
- le serveur de post traitement *6po* de l'OSUG et le serveur de l'équipe Risques du laboratoire ISTerre gérés par Patrick Fulconis

Chapitre 2

Modèle direct

Sommaire

1.1 Objectif 21
1.2 Le choix de l'imagerie sismique 22
1.2.1 Description des méthodes envisageables 22
1.2.2 Difficultés prévues 31
1.3 Compétences et moyens mis en oeuvre 32
1.3.1 Partenaires 32
1.3.2 Moyens mis en oeuvre 33

2.1 Description physique

L'inversion est basée sur la comparaison entre des données physiques et des données synthétiques obtenues par simulation des phénomènes à l'origine des données enregistrées. Cette simulation requiert donc une description fidèle de la physique mise en jeu dans les acquisitions. Si les phénomènes sont suffisamment simples, il est possible d'exprimer les enregistrements des capteurs sous forme analytique ; ainsi, les sismogrammes obtenus en milieu élastique stratifié peuvent être décrits par une expression mathématique (Chapman, 1978; Kenneth et Kerry, 1979). Lorsque la distribution spatiale des propriétés physiques du milieu est plus complexe, les champs d'onde ne peuvent plus être exprimés sous forme analytique ; il faut alors recourir à la simulation numérique. La modélisation numérique des phénomènes ondulatoires est basée sur la discrétisation temporelle des champs et la discrétisation spatiale du milieu en petites régions dans lesquelles les propriétés sont interpolées et les champs sont estimés. Les équations différentielles sont alors exprimées de façon approchée en chaque élément du milieu discrétisé. Il existe plusieurs familles de méthodes de modélisation et chaque méthode est associée à une façon précise de discrétiser le milieu. Les champs d'une région dépendent des champs dans les régions voisines et, si la source est située dans le voisinage de la région courante, de la source directement. D'autre part, les méthodes numériques de simulation

de propagation d'ondes sont réalisées dans un milieu restreint à une zone d'intérêt alors que naturellement les ondes se propagent bien au-delà de cette zone. Pour modéliser les frontières du milieu, on utilise des conditions aux limites particulières sur la surface libre et des conditions absorbantes sur les frontières numériques qui n'ont pas de réalité physique.
Ainsi, la modélisation numérique de propagation d'onde requiert de préciser :

- le modèle que l'on choisit pour décrire le milieu, notamment les champs que l'on considère et les propriétés du milieu qui influencent ces champs ;
- la famille de modélisation numérique et notamment le degré d'approximation des champs ;
- la modélisation de la source ;
- la façon dont on réalise les bords absorbants aux frontières du milieu.

Dans cette partie nous présentons la démarche de modélisation retenue et les choix techniques effectués dans le code que l'on utilise. Ce code a été écrit par Romain Brossier au cours de sa thèse (Brossier, 2009).

2.1.1 Cadre Physique

La modélisation des ondes sismiques consiste à décrire la propagation des vitesses particulaires et éventuellement des contraintes en chaque point du milieu. D'autre part, la modélisation requiert de faire des hypothèses simplificatrices sur le terrain et il faut justifier la pertinence de ces approximations dans notre cadre de travail.
Dans notre cas, la modélisation que nous utilisons est une modélisation en éléments finis Galerkin Discontinus 2D P-SV dans le domaine fréquentiel. Détaillons les hypothèses associées à ce choix et son intérêt dans le cadre de l'imagerie des fondations de pylônes électriques.

2.1.1.1 Hypothèse d'un milieu 2D

On considère que le milieu de propagation est à deux dimensions : on suppose ainsi qu'il est invariant suivant l'une des directions horizontales. Cette hypothèse est bien sûr fausse dans le cas d'un milieu qui contient une fondation de pylône électrique, cependant le temps de calcul des simulations 3D est prohibitif : par exemple une modélisation de 160 tirs dans l'un des milieux tests de Grenoble avec une méthode de type éléments finis discontinus en 3D dans le domaine temporel demande 40000h de calcul contre 45h en 2D dans le domaine fréquentiel. L'étude de l'applicabilité de l'imagerie sismique à la caractérisation géométrique des fondations de pylônes requiert donc de travailler en 2D, comme ont pu le faire Smithyman *et al.* (2009) en géotechnique ou Prieux *et al.* (2010) en prospection pétrolière sur des données réelles. La figure 2.1 illustre un exemple de géométrie 3D de fondation (cf a et b) et le résultat d'imagerie que nous souhaitons idéalement dans ce cadre, en l'occurrence la section de la fondation dans son plan de symétrie (cf c). Ce point conditionne la géométrie d'acquisition : les sources et les

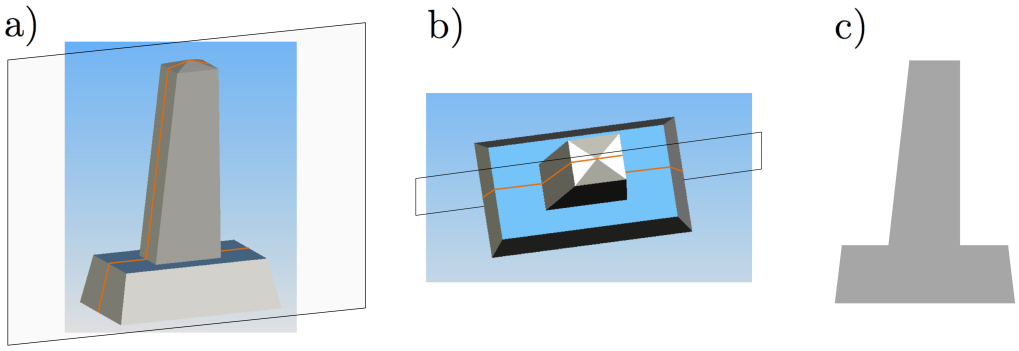

FIGURE 2.1 – Présentation de la géométrie à 3 dimensions de la fondation 4n (a et b) et la section 2D que l'on souhaite imager (c)

récepteurs doivent alors être situés dans ce plan compte tenu de la modélisation 2D. Cette comparaison devrait mettre en évidence l'influence de l'effet 3D, en particulier celui des diffractions sur les coins de la fondation situés en dehors de la section imagée. Cependant, l'existence d'une différence n'est pas rédhibitoire : ce n'est pas parce que le modèle ne peut pas reproduire certains phénomènes, que l'inversion ne peut pas converger. En effet, il est par exemple possible d'utiliser un modèle acoustique pour inverser des données élastiques, l'idée étant que les phénomènes élastiques ne peuvent pas être interprétés comme des phénomènes acoustiques et que l'inversion se contente alors d'expliquer ce qu'elle est en mesure d'expliquer, à savoir la propagation des ondes de compression. Cependant, la présence de ces phénomènes non pris en compte par la modélisation réduit la résolution de l'imagerie. C'est pourquoi, lorsque c'est possible, on élimine les arrivées correspondant à des phénomènes physiques que l'on ne modélise pas ; ainsi Operto *et al.* (2006) annule les arrivées correspondant à des phénomènes de cisaillement avant de mettre en oeuvre une inversion acoustique. Dans le cas de données 3D, il est difficile d'identifier clairement des composantes liées à la géométrie 3D du milieu qu'une modélisation 2D ne pourrait pas reproduire. Il existe cependant des traitements de données corrigeant l'atténuation géométrique et l'extension du dispositif d'acquisition - supposé infini dans la direction transversale en 2D - qui permettent de convertir des données 3D en données 2D ; nous abordons ces corrections au chapitre 5. Précisons que ces traitements de données ne peuvent bien sûr pas corriger le caractère 3D d'une structure enfouie ce qui peut s'avérer problématique si cette structure a une faible extension transversale.
Abordons les hypothèses physiques faites sur le milieu de propagation.

2.1.1.2 Hypothèse d'un milieu visco-élastique

Les lois physiques Dans le cadre des ondes mécaniques élastiques, les grandeurs qui se propagent sont des ondes d'allongements relatifs et de contraintes dans le milieu. Elles se propagent en raison du couplage entre les champs d'allongement relatif et de contrainte qui intervient dans la loi de Hooke ainsi que dans le principe fondamental de la dynamique.

L'équation (2.1) est l'expression de la loi de Hooke en un point M d'un milieu à 2 dimensions.

$$\begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{zz}\\ \sigma_{xz}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\lambda+2\mu & \lambda & 0\\ \lambda & \lambda+2\mu & 0\\ 0 & 0 & 2\mu\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\epsilon_{xx}\\ \epsilon_{zz}\\ \epsilon_{xz}\end{pmatrix} \tag{2.1}$$

où σ_{xx} et σ_{zz} sont respectivement les contraintes en compression horizontale et verticale au point M et σ_{xz} est la contrainte en cisaillement au point M. ϵ_{xx} et ϵ_{zz} sont respectivement les allongements relatifs horizontal et vertical au point M et ϵ_{xz} est l'allongement relatif de cisaillement au point M. Les propriétés du milieu sont décrites par les coefficients de Lamé λ et μ. La définition des allongements relatifs est précisée en (2.2).

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \tag{2.2}$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \tag{2.3}$$

$$\epsilon_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right) \tag{2.4}$$

où u_x et u_z sont respectivement les déplacements horizontal et vertical du point M dans le milieu. Ensuite, la loi de Newton exprimée localement en un point M d'un milieu a l'expression suivante :

$$\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{u} = \mathbf{div}(\sigma) + \mathbf{f} \tag{2.5}$$

avec $\mathbf{u}$ le vecteur déplacement, $\mathbf{f}$ le vecteur de force volumique extérieur au milieu s'exerçant au point M, σ le vecteur contrainte au point M traduisant les forces internes au milieu et **div** l'opérateur vectoriel de la divergence. En travaillant en dimension 2 et en notant ∂_ξ la dérivation par rapport à la variable ξ, on obtient la relation suivante :

$$\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\begin{pmatrix}u_x\\ u_z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\partial_x\sigma_{xx} + \partial_z\sigma_{xz}\\ \partial_x\sigma_{zx} + \partial_z\sigma_{zz}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}f_x\\ f_z\end{pmatrix} \tag{2.6}$$

où les grandeurs exprimées au point M sont :

- les déplacements horizontal u_x et vertical u_z
- les forces volumiques horizontale f_x et verticale f_z
- la densité locale du milieu ρ

En développant les expressions des allongements relatifs dans la loi de Hooke (2.1) et en utilisant la loi de Hooke et le principe fondamental de la dynamique (2.6) avec les champs $v_x = \partial_t u_x$ et $v_z = \partial_t u_z$ on obtient l'équation de propagation.

2.1.1.3 Equation de propagation

D'après les équations précédentes, la propagation des ondes élastiques dans une section 2D verticale peut s'exprimer dans le domaine temporel par le système d'équations

hyperbolique d'ordre 1 (2.7) qui décrit le couplage des contraintes et des vitesses particulaires en tout point M dans le domaine temporel :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_x(M,t)}{\partial t} &= \frac{1}{\rho(M)}\left\{\frac{\partial \sigma_{xx}(M,t)}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{xz}(M,t)}{\partial z}\right\}+f_x(M,t)\\
\frac{\partial v_z(M,t)}{\partial t} &= \frac{1}{\rho(M)}\left\{\frac{\partial \sigma_{xz}(M,t)}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{zz}(M,t)}{\partial z}\right\}+f_z(M,t)\\
\frac{\partial \sigma_{xx}(M,t)}{\partial t} &= \big(\lambda(M)+2\mu(M)\big)\frac{\partial v_x(M,t)}{\partial x}+\lambda(M)\frac{\partial v_z(M,t)}{\partial z}+\frac{\partial \sigma_{xx_0}(M,t)}{\partial t}\\
\frac{\partial \sigma_{zz}(M,t)}{\partial t} &= \lambda(M)\frac{\partial v_x(M,t)}{\partial x}+\big(\lambda(M)+2\mu(M)\big)\frac{\partial v_z(M,t)}{\partial z}+\frac{\partial \sigma_{zz_0}(M,t)}{\partial t}\\
\frac{\partial \sigma_{xz}(M,t)}{\partial t} &= \mu(M)\left(\frac{\partial v_x(M,t)}{\partial z}+\frac{\partial v_z(M,t)}{\partial x}\right)+\frac{\partial \sigma_{xz_0}(M,t)}{\partial t}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Ce système est libre aux endroits où les sources de force volumique externes f_x et f_z et les sources de contraintes normales horizontales σ_{xx_0} verticales σ_{xx_0} et cisaillantes σ_{xz_0} sont nulles. Les sources que l'on considère en modélisation 2D P-SV sont la source explosive, la force verticale ou la force horizontale. Dans le projet RTE, nous considérerons la source explosive ainsi que la force verticale, cette dernière décrivant mieux la source vibrante que l'on va utiliser.
Les propriétés physiques nécessaires à la modélisation de la propagation d'ondes élastiques sont donc la densité ρ et les coefficients de déformation de Lamé λ et μ. Il existe d'autres coefficients pour décrire un milieu élastique, notamment le coefficient de Poisson, le module d'Young, le module de compression ou encore le module de cisaillement ; ces coefficients sont équivalents à la donnée des deux coefficients de Lamé. Dans le cadre de l'imagerie d'un milieu élastique, les paramètres classiquement reconstruits sont la vitesse des ondes de compression V_p et la vitesse des ondes de cisaillement V_s (Pratt, 1990; Choi *et al.*, 2008; Brossier *et al.*, 2009) que nous allons décrire dans la prochaine partie. Les relations entre ces vitesses et les propriétés élastiques du milieu sont précisées aux équations (2.8)

$$\begin{aligned}
V_p &= \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}\\
V_s &= \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Présentons maintenant les ondes se propageant dans un milieu élastique et donc solutions du système précédent.

L'onde de compression - onde P De façon générale, les ondes mécaniques générées dans un solide sont créées par un couplage entre les contraintes et les vitesses particulaires en chaque point du milieu. Ainsi, si on considère un ressort auquel on impose une

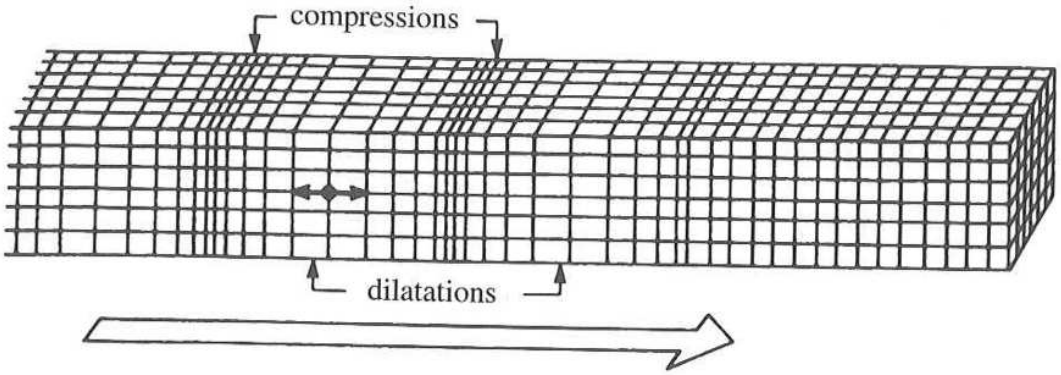

FIGURE 2.2 – Illustration 1D d'un train d'ondes de compression (d'après Bolt, 1982)

contrainte locale de type compression ou extension, celui-ci va se comprimer du côté vers lequel on exerce la force et s'allonger de l'autre. Or cet allongement est lui-même a l'origine d'un changement des contraintes au voisinage du point déplacé initialement. On conçoit alors par récurrence que cette contrainte initiale va se propager de proche en proche avec une vitesse qui dépend de certaines propriétés du ressort. La vitesse décroît avec la masse volumique ρ du ressort puisqu'un élément du ressort déplacé mettra d'autant plus de temps à se déplacer qu'il est lourd. La vitesse croît avec le module d'Young E du ressort puisqu'un élément déplacé reviendra à sa position précédant la perturbation d'autant plus rapidement que le module d'Young est élevé. On montre en appliquant le principe fondamental de la dynamique à une portion infinitésimale du ressort que la vitesse de propagation d'une onde de compression est égale à $\sqrt{E/\rho}$. Cette description en une dimension correspond au cas d'un milieu acoustique qui ne prend en compte que la propagation des ondes de compression (figure 2.2). Notons que les ondes de compression ont un front d'onde perpendiculaire aux vitesses particulaires du milieu. On les appelle les ondes P car dans le cas de séismes, ce sont les premières à être enregistrées par les géophones.

L'onde de cisaillement - onde S La modélisation acoustique est pertinente dans le cas des fluides ainsi que dans les milieux solides dans lesquels il y a peu de conversions d'un front d'onde P incident. Dans le cas des fondations de pylônes électriques, nous devons considérer à la fois les ondes de compression et les ondes de cisaillement. Les vitesses particulaires associées aux ondes de cisaillement sont perpendiculaires au front d'onde (figure 2.3). On les appelle les ondes S car dans le cas de séismes, ce sont les secondes à être enregistrées sur des stations éloignées.

L'onde de Rayleigh L'onde de Rayleigh est associée à un mouvement elliptique des particules proches de la surface (figure 2.4). Elle est créée par l'interaction des ondes P et S verticales. Elles sont sensibles aux propriétés élastiques du milieu. En particulier, leur

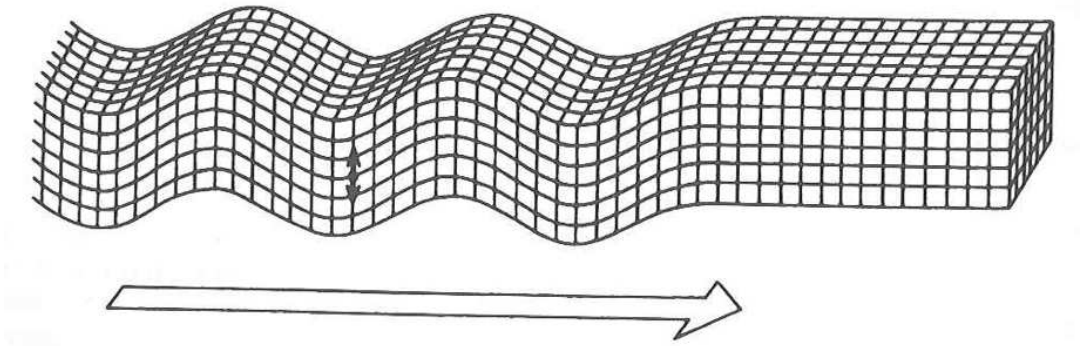

FIGURE 2.3 – Illustration 1D d'un train d'ondes de cisaillement (d'après Bolt, 1982)

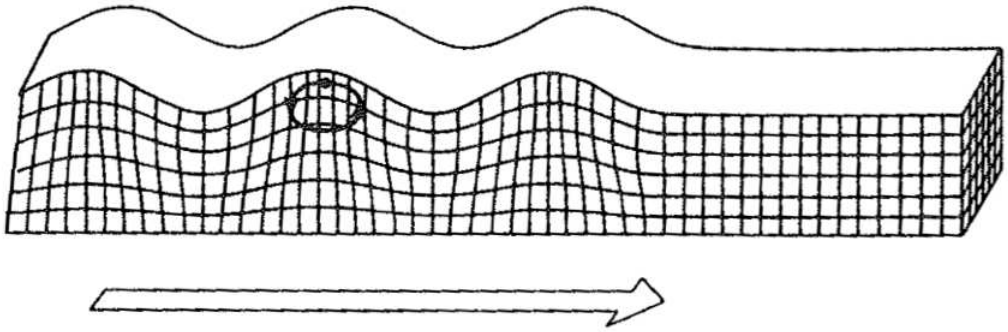

FIGURE 2.4 – Illustration 1D d'un train d'ondes de Rayleigh (d'après Bolt, 1982)

courbe de dispersion de vitesse dépend fortement de la vitesse des ondes S (Xia *et al.*, 1999), c'est pourquoi les ondes de Rayleigh sont utilisées pour caractériser la vitesse des ondes de cisaillement dans des milieux stratifiées. Notons que les ondes de surface sont parfois utilisées pour caractériser les variations horizontales de vitesse d'onde S en très proche surface (Socco et Bergamo, 2011) mais la résolution horizontale de cet outil reste très faible, de l'ordre du mètre ; on ne peut donc pas utiliser l'inversion des ondes de surface pour caractériser le changement de vitesse V_s dans le cadre de la problématique des fondations de pylônes électriques. Toutefois elles vont avoir une place importante dans notre étude car ce sont les ondes de plus forte énergie qui apparaissent dans les sismogrammes et il est donc important de les modéliser. De plus, leur implémentation ne requiert que d'ajouter une condition en surface au système d'équation de propagation élastique.

L'onde de Love Le deuxième type d'onde de surface existant dans un milieu élastique est l'onde de Love. Elle consiste en des vitesses particulaires horizontales et perpendiculaires à la direction de déplacement du front d'onde (cf 2.5). Elle est connue en sismologie pour être l'onde la plus destructrice résultant d'un séisme car elle sollicite les bâtiments

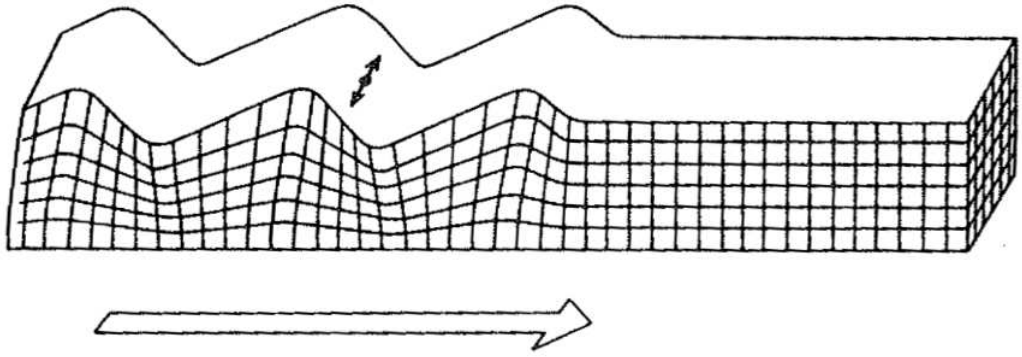

FIGURE 2.5 – Illustration 1D d'un train d'ondes de Love (d'après Bolt, 1982)

en cisaillement, ce qui est le point faible des constructions classiques. Comme on se place dans le cadre d'une modélisation 2D P-SV, ces ondes ne sont pas modélisées. Elles ne sont pas non plus enregistrées car on utilisera des géophones verticaux ou éventuellement horizontaux longitudinaux lors des acquisitions.

2.1.1.4 Hypothèse d'un milieu atténuant

Le modèle scalaire d'atténuation classiquement utilisé en milieu visco-élastique dans le domaine temporel est celui de Boltzmann

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^{t} \psi(t-\tau)\dot{\epsilon}(\tau)d\tau \tag{2.9}$$

où σ est la contrainte, $\dot{\epsilon}$ est la dérivée temporelle du déplacement relatif et ψ est la fonction de relaxation de la contrainte. L'interprétation physique de cette relation est que la proportionnalité entre déformation relative et contrainte n'est plus satisfaite en raison de la mémoire du milieu. Par propriété de l'opération de convolution, on peut écrire l'expression (2.10) équivalente à l'expression (2.9).

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^{t} \dot{\psi}(t-\tau)\epsilon(\tau)d\tau \tag{2.10}$$

On peut alors considérer que $\dot{\psi}$ est la réponse en contrainte à une impulsion de déformation. Notons que l'on retrouve la loi de Hooke dans le cas limite où $\dot{\psi} = C\delta(t)$, $\delta(t)$ étant la fonction Dirac et C un coefficient de déformation élastique. Dans notre cas, nous faisons l'hypothèse que l'atténuation du milieu est indépendante de la fréquence et on note q_p et q_s les coefficients de qualité des ondes P et S respectivement. En conclusion, le milieu modélisé est décrit par 5 paramètres dépendant de l'espace : V_p, V_s, ρ, q_p et q_s.

Justification d'une modélisation visco-élastique Les ondes les plus énergétiques qui se propagent dans un volume sont en général les ondes de compression. Il est donc

essentiel de les modéliser dans la perspective de l'imagerie d'un milieu. Dans certaines circonstances, l'utilisation de ces seules ondes permet d'imager efficacement des structures géologiques. C'est le cas de certaines acquisitions marines dans lesquelles des capteurs sont placés sur le fond océanique (Operto *et al.*, 2006; Kamei *et al.*, 2011). Cependant, lorsque le milieu est complexe, il peut être intéressant voire nécessaire de considérer d'autres phénomènes dans la perspective de l'imagerie. Dans le cas des fondations de pylônes électriques, nous choisissons une description visco-élastique du milieu qui prend en compte les ondes de compression, les ondes de cisaillement et leur atténuation. La modélisation des ondes de cisaillement est cruciale dans le cas de l'imagerie de très proche surface (<5m) car elle permet la modélisation des ondes de surface qui comme nous le verrons dominent les sismogrammes. Elle permet également d'expliquer les conversions d'onde qui vont avoir lieu à l'interface du milieu et de la fondation. D'autre part, les inhomogénéités du milieu que l'on rencontre au voisinage de la surface entraînent une atténuation importante des ondes qu'il est donc pertinent de prendre en compte dans la modélisation.

Notons qu'il existe d'autres types de modèles prenant en compte des phénomènes supplémentaires comme la modélisation de propagation d'ondes en milieux anisotropes ou en milieux poreux. Pourquoi ne pas les avoir choisies ? Une première raison est que les fondations ont normalement été placées dans des milieux suffisamment consolidés pour assurer un transfert efficace des efforts, il n'est donc pas a priori nécessaire d'envisager la porosité du milieu. Ensuite, ces modélisations décrivent une physique plus complexe : elles prennent donc en compte plus de paramètres et elles sont plus coûteuses en temps de calcul. Enfin, les paramètres physiques les plus pertinents à inverser dans ces types de milieu ne sont pas encore bien définis.

Nous avons présenté le système d'équations d'onde 2D PS-V en temporel ainsi que les ondes classiques qu'il permet de modéliser et nous allons maintenant nous intéresser à sa résolution. Ce système d'équations peut être résolu semi-analytiquement avec certaines conditions de distribution de propriétés du milieu ; ainsi Garvin (1956) et Bouchon *et al.* (1989) ont proposé respectivement la solution de l'équation d'onde en milieu homogène avec surface libre puis en milieu stratifié. Cependant il n'y a pas de méthode analytique donnant une solution dans le cas général. Pour trouver les champs d'ondes générés dans un milieu arbitrairement hétérogène, il est nécessaire de recourir à des méthodes numériques.
Présentons maintenant la résolution numérique de l'équation d'onde élastique.

2.1.2 Cadre Numérique de la résolution de l'équation d'onde

Les lois physiques et le système d'équations qui en découle sont formulées localement : pour trouver le champ d'onde créé par une source dans un milieu, les méthodes numériques procèdent à une discrétisation de l'espace physique en petites régions. On conçoit que la façon dont on effectue cette discrétisation spatiale va influer sur la précision de la modélisation. Dans une première partie, nous aborderons la méthode des différences finies - démarche la plus courante en modélisation visco-élastique à l'heure actuelle -

puis celle des éléments finis Galerkin-Discontinus, méthode que nous utilisons. Nous présenterons leur principe en précisant leurs avantages et inconvénients respectifs. Ensuite, nous savons qu'il est possible de représenter de façon équivalente un signal temporel par sa représentation dans le domaine fréquentiel grâce à la transformée de Fourier. Cette représentation est cruciale pour notre problématique d'imagerie ; nous présenterons son incidence sur la formulation du problème direct.

2.1.2.1 Les méthodes de modélisation

Dans cette partie, nous présentons le principe des différences finies et des éléments finis Galerkin-Discontinus ainsi que leur pertinence dans la problématique de l'imagerie des fondations de pylônes électriques.
Pour illustrer leur principe, nous travaillerons sur l'équation de propagation acoustique en 1D comme le suggèrent Hesthaven et Warburton (2008) et Etienne (2011). L'équation d'onde s'exprime alors de la façon suivante :

$$\partial_t \mathbf{u}(x,t) + \mathcal{A}\, \partial_x \mathbf{u}(x,t) = 0 \tag{2.11}$$

où le vecteur $\mathbf{u}$ désigne les champs physiques de vitesse particulaire et de contrainte

$$\mathbf{u} = (\mathbf{v}, \sigma)^t \tag{2.12}$$

et $\mathcal{A}$ désigne la matrice d'impédance du milieu :

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\rho} \\ E & 0 \end{pmatrix}$$

où E est le module d'Young du matériau et ρ sa masse volumique.
Dans ce cadre présentons les différentes méthodes de discrétisation de cette équation.

Différences finies La méthode des différences finies classiques est basée sur l'approximation de la dérivée d'une quantité par des différences de cette quantité. Ainsi la dérivée temporelle définie par l'équation (2.13) est approchée par la formule (2.14).

$$\partial_t \mathbf{u}(x,t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{\mathbf{u}(x,t) - \mathbf{u}(x,t-\tau)}{\tau} \tag{2.13}$$

$$\simeq \frac{\mathbf{u}(x,t) - \mathbf{u}(x,t-\Delta t)}{\Delta t} \tag{2.14}$$

Δt étant le pas d'échantillonnage temporel choisi. Ce terme est constant et il influence de façon critique la précision de la modélisation. L'expression (2.14) est appelée dérivée temporelle décentrée d'ordre 2 : cette approximation est la plus utilisée en modélisation

sismique en temps (Virieux, 1986; Saenger *et al.*, 2000). De la même manière il est possible d'approximer la dérivée spatiale d'un champ par la relation suivante :

$$\partial_x \mathbf{u}(x,t) = \lim_{\xi \to 0} \frac{\mathbf{u}(x+\xi,t) - \mathbf{u}(x,t)}{\xi} \tag{2.15}$$

$$\simeq \frac{\mathbf{u}(x+\Delta x,t) - \mathbf{u}(x-\Delta x,t)}{2\Delta x} \tag{2.16}$$

où Δx est le pas d'échantillonnage spatial choisi. Ce terme est constant et il influence de façon critique la précision de la modélisation. L'expression 2.16 est appelée dérivée spatiale centrée d'ordre 2. En utilisant le développement de Taylor, on montre que cette expression a une précision de l'ordre de $(\Delta x)^3$ et qu'il est possible d'améliorer cette précision en utilisant des développements à des ordres supérieurs. L'expression suivante par exemple permet d'avoir une erreur de l'ordre de $(\Delta x)^5$:

$$\partial_t \mathbf{u}(x,t) = \frac{8\big(\mathbf{u}(x+\Delta x,t) - \mathbf{u}(x-\Delta x,t)\big) - \big(\mathbf{u}(x+2\Delta x,t) - \mathbf{u}(x-2\Delta x,t)\big)}{12\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x)^5$$

Ainsi, pour améliorer la précision d'une modélisation, on peut diminuer la taille du maillage ou bien augmenter l'ordre d'interpolation des opérations de dérivée ce qui, dans les deux cas, entraîne une augmentation du coût de calcul. Ce point est commun à toutes les méthodes de modélisation.

En différences finies, les deux grandeurs Δx et Δt sont en général constantes : on ne les ajuste pas localement. D'autre part, il existe un troisième point qui influe sur la qualité de la modélisation des différences finies : il s'agit de la façon dont on répartit les propriétés et les champs localement, au niveau de chaque cellule, ce que l'on appelle le stencil. Le stencil le plus simple consiste à attribuer à chaque point de la grille les propriétés élastiques du milieu et les champs de vitesse-contrainte. Cependant, des tests numériques montrent que ce n'est pas le choix le plus efficace en termes de calcul pour une même précision et d'autres stencils ont été proposés dans lesquels chaque champ n'est pas exprimé en chaque point dans le but de nuancer le caractère ponctuel de la formulation des différences finies alors que la physique est continue.

Les différence finies ont eu du succès en modélisation sismique dès le début des années 80 (Virieux et Madariaga, 1982; Virieux, 1986) en raison de leur efficacité : pour une précision donnée, c'est la méthode la plus rapide. Concernant la façon de considérer les propriétés locales du milieu dans les équations, plusieurs solutions existent : le stencil en quinconce (Virieux, 1984) présente de bonnes performances ainsi que le stencil tourné en quinconce - rotated staggered grid (Saenger *et al.*, 2000) qui est moins efficace que le stencil non tourné en termes de dispersion numérique mais qui permet de modéliser plus précisément les milieux avec de fortes hétérogénéités. Les différences finies sont basées sur un développement en séries de Taylor de chaque champ considéré et ce type de développement suppose que les champs ont des propriétés de dérivabilité d'autant plus grandes que le développement est fait à un ordre élevé. Or, si les propriétés du milieu sont localement très contrastées - ce qui peut se produire au voisinage de la surface libre, dans le cas d'une faille ou encore d'une cavité - cette hypothèse n'est pas vérifiée. La modélisation par différences finies est donc une méthode adaptée aux milieux

faiblement hétérogènes. Le fait de raffiner le maillage nuance la mauvaise modélisation des hétérogénéités, mais le fait de ne pas pouvoir ajuster localement la dimension de la grille est une contrainte qui alors devient critique. En effet, il peut se trouver de petites régions qui nécessitent une maille bien plus petite que d'autres, ce qui entraine un pas de maillage excessivement fin dans le reste du milieu.

Dans la problématique des fondations, ce point est particulièrement critique pour la modélisation des ondes de Rayleigh. Ces ondes de surface requièrent une densité de maillage allant de 15 à 60 cellules par longueurs d'onde, selon que l'on considère une topographie plate ou complexe (Bohlen et Saenger, 2006) c'est-à-dire 1.5 à 6 fois supérieure à celle réclamée par les ondes de volume en milieu homogène. Le problème de la topographie complexe ou des hétérogénéités pentées par rapport au maillage est qu'il est difficile de décrire un segment penté avec une grille cartésienne, le cas le plus défavorable étant une pente de 45°. Lorsque la topographie n'est pas plate, le maillage cartésien des différences finies ne peuvent l'approcher que par une succession de marches d'escalier qui sont source de diffractions parasites si l'on ne choisit pas des marches suffisamment petites devant la longueur d'onde. Notons qu'il existe des propositions alternatives à la description de la surface sous la forme de marche d'escalier (Lombard *et al.*, 2008), mais elles ne sont pas appliquées en raison de leur complexité de mise au point. La contrainte d'un pas de maillage uniforme est donc un inconvénient majeur des différences finies comparées aux autres méthodes dans le cas de milieux réalistes. Une solution consisterait à implémenter les différences finies avec un pas de maillage variable spatialement, cependant ce n'est pas trivial mathématiquement et cela fait actuellement l'objet de recherches (Bon *et al.*, 2009; Tarrass *et al.*, 2011).
Dans le cadre de notre problématique d'imagerie des fondations de pylônes, on renonce donc à utiliser les différences finies car elles sont trop coûteuses lorsqu'il s'agit de modéliser des surfaces complexes.

Eléments finis Nous proposons ici aussi une description simplifiée du principe des éléments finis. Comme précédemment, nous choisissons donc de nous placer dans le cas 1D de l'équation de propagation acoustique négligeant les termes sources.
Cette fois ci, le milieu est discrétisé en cellules ; dans le cas 1D le milieu est découpé en un ensemble de segments C_i délimités par les coordonnées x_i et x_{i+1} (figure 2.6) tels que l'on peut écrire :

$$\mathcal{C} = \bigcup_{i=1}^{N} C_i \tag{2.17}$$

Précisons ici que x est la coordonnée spatiale le long de l'unique direction du milieu et que les cellules ne sont pas forcément de même longueur : ainsi le maillage des éléments finis peut s'adapter à la forme du milieu. Si on cherche à décrire un milieu 1D stratifié par exemple, x sera la direction verticale et l'on pourra faire correspondre les interfaces a des valeurs de x_i, $i \in \{1, 2..., N+1\}$. Dans le cas d'un milieu à 2 ou 3 dimensions, on

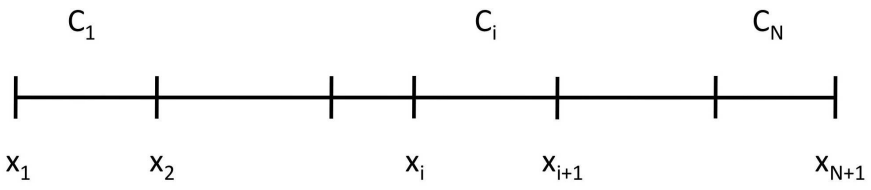

FIGURE 2.6 – Milieu $\mathcal{C}$ à une dimension et discrétisé en segments C_i

découpe le milieu respectivement en polygones ou en polyèdres. Nous rappelons en (2.18) l'expression de l'équation d'onde acoustique en 1D en l'absence d'excitation source.

$$\partial_t \mathbf{u}(x,t) + \mathcal{A}\ \partial_x \mathbf{u}(x,t) = 0 \tag{2.18}$$

où $\mathbf{u}(x,t) = (\mathbf{v}, \sigma)^t$. Cette équation d'onde est établie localement, sur une cellule infiniment petite en quelque sorte, alors que la cellule est un élément de dimension finie. Dans un premier temps, on va considérer que le champ $\mathbf{u}(x,t)$ solution peut être approximé par le champs $\hat{\mathbf{u}}(x,t)$ défini par morceaux et dont la valeur en la cellule i est l'approximation $\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)$ du champ exact à l'ordre d'interpolation désiré, cet ordre pouvant varier d'une cellule à l'autre. Autrement dit

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(x,t) &\simeq \hat{\mathbf{u}}(x,t) && (2.19)\\ &\simeq \bigoplus_{i=1}^{N} \hat{\mathbf{u}}_i(x,t) && (2.20) \end{aligned}$$

où le symbole $\bigoplus$ désigne la somme d'éléments définis sur des ensembles disjoints, les éléments étant ici les champs $\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)$ et les ensembles disjoints étant les cellules.

A l'échelle de chaque cellule C_i, on cherche donc à résoudre

$$\forall x \in [x_i, x_{i+1}], \qquad \partial_t \hat{\mathbf{u}}_i(x,t) + \mathcal{A}(x)\partial_x \hat{\mathbf{u}}_i(x,t) = 0 \tag{2.21}$$

On appelle *résidus* le premier membre de cette équation et on le note $\mathbf{R}_i(x,t)$:

$$\mathbf{R}_i(x,t) = \partial_t \hat{\mathbf{u}}_i(x,t) + \mathcal{A}(x)\ \partial_x \hat{\mathbf{u}}_i(x,t) \tag{2.22}$$

En chaque cellule C_i, on cherche donc à annuler ce terme. Une première idée est de considérer que si la relation $R_i(x,t) = 0, \forall x \in [x_i, x_{i+1}]$ est vérifiée sur toute la cellule, elle est notamment vraie en moyenne de sorte que :

$$\int_{C_i} \mathbf{R}_i(x,t)dx = 0 \tag{2.23}$$

Cependant, il s'agit là d'une condition nécessaire que doit satisfaire R_i mais pas d'une condition suffisante. Dans le prolongement de cette idée, on cherche une expression plus générale à imposer aux résidus à l'échelle de chaque cellule. On note que l'expression précédente (2.23) peut s'interpréter comme la projection des résidus sur la fonction

unité. Une expression plus générale consiste alors à projeter les résidus de la cellule C_i sur un ensemble de N_L^i fonctions $\varphi_i^k(x)$, $k \in \{1, 2..., N_L^i\}$ de telle sorte que :

$$\forall k \in \{1, 2..., N_L^i\}, \qquad \int_{C_i} \varphi_i^k(x)\mathbf{R}_i(x,t)dx = 0 \tag{2.24}$$

Le cas d'une annulation de la moyenne spatiale des résidus correspond alors au cas d'un nombre de fonction N_L^i égal à 1 et d'une fonction $\varphi_1(x)$ constante et égale à 1 sur chaque cellule C_i. Si on souhaite satisfaire l'équation (2.24) de la façon la plus exacte possible, il faut utiliser un nombre de fonctions de projections $\varphi_i(x)$ d'autant plus grand que la variabilité spatiale des résidus $\mathbf{R}_i$ - c'est-à-dire la variabilité du champ $\mathbf{u}$ - est élevée à l'échelle de chaque cellule. Pour une cellule particulièrement petite devant les longueurs d'onde à modéliser, on peut approximer chaque champ par une valeur constante en chaque cellule : l'équation d'onde se résume alors à l'équation (2.23) et l'on parle d'interpolation d'ordre 0.

Pour des maillages plus lâches, on peut approximer l'évolution du champ en chaque segment C_i par une droite - c'est le cadre de l'interpolation P1. De façon plus générale on peut approximer les champs en chaque cellule par des polynômes d'un degré d'autant plus élevé que la précision requise est grande. Ainsi, comme chaque projection fixe un paramètre, il y a autant de fonctions d'interpolation que de degrés de liberté au polynôme interpolateur dans le cas 1D, à la surface interpolatrice dans le cas 2D et au volume interpolateur dans le cas 3D.
Soit N_L^i le nombre de degrés de liberté du polynôme interpolateur de la cellule i. Développons la projection des résidus sur les fonctions interpolatrices sur φ_i^k où $k \in \{1, .., N_L^i\}$:

$$\begin{aligned}\int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^k(x)\mathbf{R}_i(x,t)dx &= \int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^k(x)\partial_t\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^k(x)\mathcal{A}\partial_x\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx \\ &= \partial_t\left(\int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^k(x)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx\right) + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^k(x)\mathcal{A}\partial_x\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx\end{aligned}$$

En intégrant par partie, on déduit

$$\begin{aligned}\int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^k(x)\mathbf{R}_i(x,t)dx &= \partial_t\left(\int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^k(x)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx\right) + \left[\varphi_i^k(x)\mathcal{A}(x)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\right]_{x_i}^{x_{i+1}} \\ &\quad - \int_{x_i}^{x_{i+1}} \partial_x\left(\varphi_i^k(x)\mathcal{A}(x)\right)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx\end{aligned}$$

L'annulation de la projection des résidus sur la fonction d'interpolation φ_i^k - équation (2.24) - permet donc d'écrire

$$\begin{aligned}\partial_t\left(\int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^k(x)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx\right) &= -\left[\varphi_i^k(x)\mathcal{A}(x)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\right]_{x_i}^{x_{i+1}} \\ &\quad + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \partial_x\left(\varphi_i^k(x)\mathcal{A}(x)\right)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx\end{aligned} \tag{2.25}$$

Montrons que le premier terme du second membre de l'équation (2.25) correspond au flux de $\varphi_i^k \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i$ à travers la paroi de la cellule, c'est-à-dire montrons la relation (2.26).

$$\left[\varphi_i^k(x)\mathcal{A}(x)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\right]_{x_i}^{x_{i+1}} = \oiint_{\mathcal{S}} \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\cdot\mathbf{dS} \tag{2.26}$$

Il s'agit d'une propriété importante des éléments finis car elle établit un lien entre les valeurs des champs d'une cellule C_i et les valeurs des champs dans les cellules voisines. Plaçons nous dans un cas simple en approchant les champs dans la cellule C_i par une approximation d'ordre $P0$ de telle sorte que $N_L^i = 1$, $\varphi_i^k(x) = \varphi_i^1(x) = 1, \forall x \in]x_i, x_{i+1}[$ et par ailleurs $\mathcal{A}$ est supposé constant en chaque cellule : $\mathcal{A}(x) = \mathcal{A}(x_i), \forall x \in]x_i, x_{i+1}[$. Dans ce cas, (2.25) s'écrit

$$\partial_t L_i \hat{\mathbf{u}}_i(x,t) = -\left[\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\right]_{x_i}^{x_{i+1}} \tag{2.27}$$

où L_i est la longueur du segment C_i. Le terme de droite peut être interprété comme le flux entrant en x_i^+ et sortant en x_{i+1}^-. En effet, en exprimant le champ 1D dans un milieu tridimensionnel, cherchons à exprimer le flux du champ $\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}$ à travers une surface fermée $\mathcal{S}$ constituée d'une partie cylindrique $\mathcal{S}_{Cyl}$ de génératrice (Ox) et fermée par les surfaces planes et perpendiculaires à (Ox) $\mathcal{S}_x^i$ en x_i et $\mathcal{S}_x^{i+1}$ en x_{i+1}. Le flux peut donc se décomposer en trois contributions :

$$\oiint_{\mathcal{S}} \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\cdot\mathbf{dS} = \iint_{\mathcal{S}_{x_i} \cup \mathcal{S}_{Cyl} \cup \mathcal{S}_{x_{i+1}}} \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\cdot\mathbf{dS} \tag{2.28}$$

où $\mathbf{dS} = (\vec{ds}, \vec{ds})^t$ avec $\vec{ds}$ le vecteur normal à la surface d'intégration et orienté vers l'extérieur, et $\cdot$ un produit scalaire vectoriel.
Or le flux de $\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i$ à travers la paroi cylindrique est nul puisque $\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)$ est indépendant des directions perpendiculaires à (Ox), donc :

$$\iint_{\mathcal{S}_{Cyl}} \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\cdot\mathbf{dS} = 0 \tag{2.29}$$

Concernant les deux flux à travers les surfaces perpendiculaires à (Ox), on peut écrire :

$$\iint_{\mathcal{S}_{x_i}} \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\cdot\mathbf{dS} = \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x_i,t)\cdot\mathcal{S}_{\mathbf{x}} \tag{2.30}$$

$$\iint_{\mathcal{S}_{x_{i+1}}} \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\cdot\mathbf{dS} = -\ \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x_{i+1},t)\cdot\mathcal{S}_{\mathbf{x}} \tag{2.31}$$

avec $\mathcal{S}_x = (s_x\ \ s_x)^t$, où s_x l'aire de la section du cylindre normale à (Ox). Le flux à travers $\mathcal{S}$ peut donc s'écrire

$$F_{3D,\mathcal{S}}(\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)) = \iint_{\mathcal{S}} \mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\cdot\mathbf{dS} \tag{2.32}$$

$$= -\left[\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\right]_{x_i}^{x_{i+1}}\cdot\mathbf{S}_x \tag{2.33}$$

Cette relation se traduit en 1D par une relation identique ramenée à l'unité de surface.

$$F_{1D,\mathcal{S}}(\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)) \quad = \quad -\left[\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)\cdot\mathbf{n}(x)\right]_{x_i}^{x_{i+1}} \tag{2.34}$$

où $\mathbf{n}(x) = (\vec{\mathbf{n}}_x, \vec{\mathbf{n}}_x)^t$ avec $\vec{\mathbf{n}}_x$ le vecteur unitaire dans la direction (Ox) et dans le sens des x croissants. On peut donc interpréter la relation (2.27) comme l'expression du fait que la variation des champs physiques de contrainte et de pression $\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)$ dans chaque cellule sont dues au flux de $\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)$ sortant de la cellule. Ainsi, en utilisant l'expression du flux (2.34) et la simplification à l'ordre P0 de la relation de projection (2.25), on obtient l'équation (2.35).

$$\partial_t\left(\int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^1(x)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx\right) \quad = \quad F_{1D,\mathcal{S}}(\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)) \tag{2.35}$$

On peut noter que la relation a été établie selon des hypothèses assez restrictives. Lorsqu'on n'approxime pas le champ en chaque cellule par une interpolation à l'ordre $P0$ mais que le degré de liberté N_L est quelconque et que $\mathcal{A}$ n'est pas supposé constant en chaque cellule on peut obtenir une expression de l'équation d'onde à l'échelle de la cellule. En effet, en utilisant les équations (2.25) et (2.34), on obtient pour chaque fonction d'interpolation φ_i^k, $k \in \{1,\ldots,N_i^L\}$ sur la cellule C_i :

$$\begin{aligned}\partial_t\left(\int_{x_i}^{x_{i+1}} \varphi_i^k(x)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx\right) \quad &= \quad F_{1D,\mathcal{S}}(\mathcal{A}\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)) \\ &\quad - \int_{x_i}^{x_{i+1}} \partial_x\left(\varphi_i^k(x)\mathcal{A}(x)\right)\hat{\mathbf{u}}_i(x,t)dx\end{aligned} \tag{2.36}$$

Nous avons travaillé en dimension 1 pour illustrer simplement la méthode des éléments finis Galerkin discontinu. La démonstration de la relation analogue à l'équation (2.36) ainsi que sa traduction tensorielle a été présentée en dimension 2 par Brossier *et al.* (2008) et en dimension 3 par Benjemaa (2007), BenJemaa *et al.* (2009) et Etienne *et al.* (2010) , Etienne (2011).
Ainsi les éléments finis expriment l'équation de propagation sous la forme d'une conservation d'un flux en chaque cellule. Leur intérêt est que les champs d'une cellule ne dépendent pas de la description des champs dans les cellules voisines mais seulement de la valeur du champ aux interfaces de ces cellules. On constate ce point dans l'expression (2.36) et ceci est vrai quel que soit le nombre de dimensions du milieu et quel que soit l'ordre d'interpolation considéré en chaque cellule. C'est un point fondamental des éléments finis car il permet d'une part d'adapter le maillage à la forme des discontinuités physiques du milieu et d'autre part de gérer localement le compromis entre la taille de chaque cellule et son ordre d'interpolation de façon à limiter les calculs de modélisation (Etienne *et al.*, 2010) ce que ne peuvent pas faire les différences finies. Ainsi dans le cadre de la problématique RTE, les éléments finis vont permettre de produire des simulations plus réalistes que les différences finies.

Après avoir présenté la pertinence de la méthode des éléments finis Galerkin-Discontinus dans la problématique de l'imagerie des fondations de pylônes électriques, nous allons

aborder la comparaison de la résolution de l'équation d'onde dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel.

2.1.2.2 Discrétisation temps-fréquence

L'équation d'onde 2D élastique dans le domaine temporel a été présentée précédemment - cf système (2.7). Grâce à la transformée de Fourier, il est possible d'obtenir une expression équivalente dans le domaine fréquentiel. Le choix de travailler dans le domaine temporel ou le domaine fréquentiel a une incidence sur la rapidité de la modélisation : dans le cas d'un nombre réaliste de sources, il est en effet plus efficace de travailler dans le domaine temporel car cela ne requiert pas d'inversion de matrice. Cependant, la stratégie d'inversion que nous utilisons ne nécessite de faire la modélisation des champs d'onde qu'à certaines fréquences : le choix d'une modélisation dans le domaine fréquentiel est alors plus pertinent que dans le domaine temporel, (Pratt et Worthington, 1990).

Présentons les mises en oeuvre de la résolution de l'équation d'onde dans le domaine temporel puis dans le domaine fréquentiel.

Description temporelle La recherche de solution au système (2.7) dans le domaine temporel se fait classiquement par une démarche dite "saute mouton" (Madariaga, 1976; Virieux, 1986). Les champs en chaque cellule à l'instant t sont déduits des valeurs des champs en chaque cellule à l'instant $t - \Delta t$ par une relation matricielle obtenue en utilisant la dérivée centrée d'ordre 2 pour approcher l'expression de la dérivée temporelle des champs. Le champ à chaque instant est donc construit par une relation du type $\mathbf{u}(t + \Delta t) = \mathbf{P}\mathbf{u}(t) + \mathbf{f}_s(t)$ où $\mathbf{f}_s(t)$ est le vecteur source dans l'ensemble du milieu et $\mathbf{P}$ la matrice d'impédance dans laquelle s'expriment les propriétés du milieu. L'obtention des champs $\mathbf{u}$ ne requiert donc pas de résolution de système ce qui permet d'obtenir rapidement la solution de l'équation d'onde dans le domaine temporel. Notons que le pas de temps et le pas de discrétisation spatial sont soumis à une condition de stabilité : la condition de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), (Courant *et al.*, 1928). En propagation d'onde élastique, cette condition s'exprime par la relation suivante.

$$V_P \frac{\Delta t}{\Delta x} < C \tag{2.37}$$

où V_P est la vitesse des ondes de compression, c'est-à-dire les ondes les plus rapides que l'on cherche à modéliser, et C est un nombre dépendant du schéma numérique adopté. Pour une modélisation de propagation d'ondes élastiques à deux dimensions avec un schéma de différences finies d'ordre 2 en temps et d'ordre 4 en espace, le nombre de courant vaut $C = 0.67$ (Bayliss *et al.*, 1986). Il est nécessaire de respecter la condition (2.37) pour que la propagation soit possible : en effet, pour un pas d'échantillonnage spatial Δx donné, si on choisit un pas de temps trop grand de telle sorte que le champ physique ait le temps de traverser plusieurs cellules adjacentes entre chaque instant échantillonné, alors la notion de propagation ne peut pas être simulée par le schéma numérique puisque celle-ci est basée sur l'excitation des éléments du milieu de proche en proche. Cette

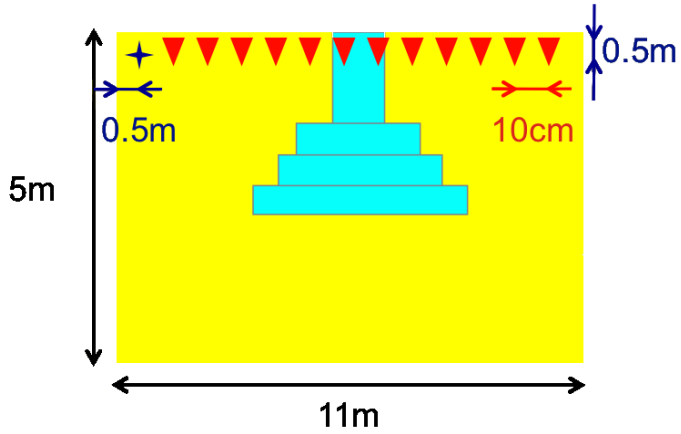

FIGURE 2.7 – Géométrie d'acquisition autour de la fondation 5i

condition de stabilité peut s'avérer très contraignante en différences finies dans les milieux fortement hétérogènes en imposant un échantillonnage temporel extrêmement fin dans des milieux incluant de fortes hétérogénéités.

Nous allons maintenant illustrer les solutions de l'équation d'onde que l'on obtient dans le domaine temporel. On considère un milieu avec les propriétés indiquées dans le tableau 2.1 et la géométrie d'acquisition et la forme de la fondation présentées à la (figure 2.7). La modélisation dans le domaine temporel permet d'obtenir des cartes des champs

		Sol	Milieu
V_p	(m/s)	300	4000
V_s	(m/s)	150	2200
ρ	(kg/m^3)	1500	2300

TABLE 2.1 – Propriétés du milieu de simulation

à différents instants. Ainsi, la figure (2.8) présente une succession de cartes temporelles des champs de déplacement horizontaux après émission d'un signal de source explosive dans un milieu 2D élastique contenant une fondation 5i.
Pour obtenir les données en temps à partir des cartes temporelles des champs qui nous intéressent, il suffit d'extraire de ces cartes les valeurs de champs dans toutes les cellules contenant un géophone. Dans le cadre des cartes temporelles présentées précédemment, si on place des géophones dans la configuration d'acquisition indiquée à la figure 2.7, on obtient les sismogrammes présentés à la figure 2.9.

Présentons maintenant la démarche de résolution de l'équation d'onde dans le domaine fréquentiel.

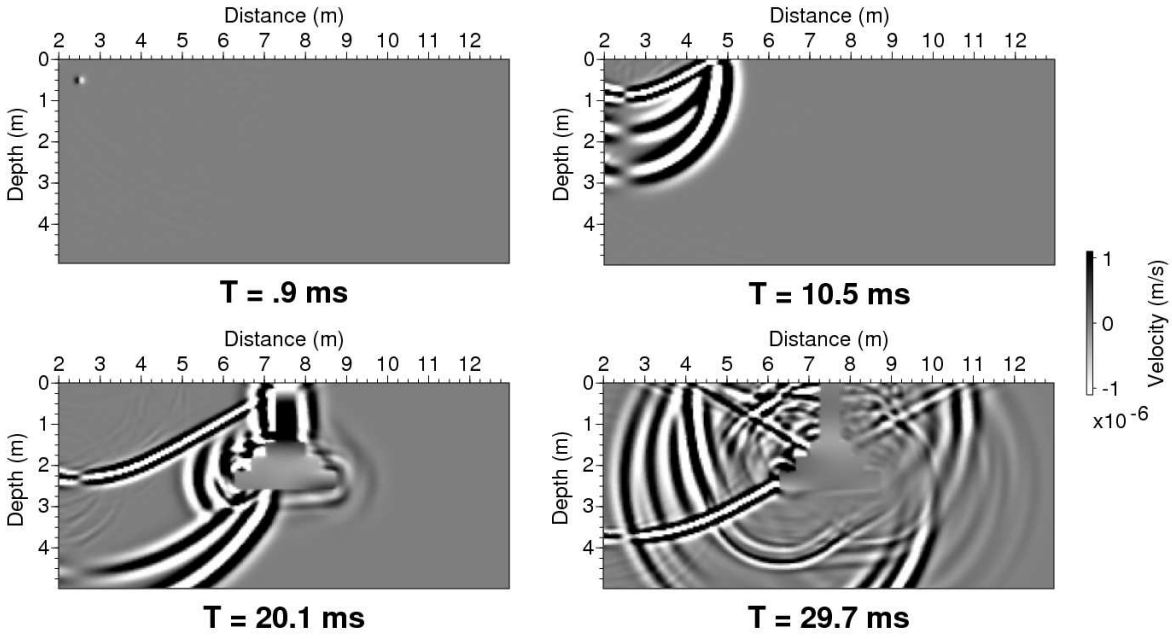

FIGURE 2.8 – Exemple de cartes temporelles des vitesses particulaires horizontales dans le cas d'un milieu contenant une fondation de type 5i

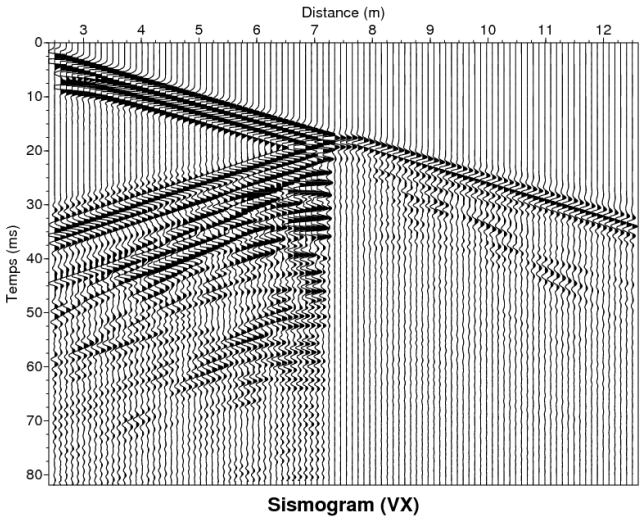

FIGURE 2.9 – Exemple de sismogrammes horizontaux des vitesses particulaires horizontales dans le cas d'un milieu contenant une fondation de type 5i avec un pas inter-récepteurs de $10cm$

Description fréquentielle Le passage du système d'équations exprimé dans le domaine temporel au système exprimé dans le domaine fréquentiel se fait en utilisant la

propriété de la transformée de Fourier de la dérivée temporelle d'une fonction présentée en (2.38) :

$$TF\{\partial_t f(t)\} \;=\; -i\omega \;\{f(t)\} \tag{2.38}$$

Le système d'équations de propagation traduit dans le domaine fréquentiel est alors le suivant :

$$\begin{aligned}
-i\omega v_x(M,\omega) &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})}\left\{\partial_x\sigma_{xx}(M,\omega)+\partial_z\sigma_{xz}(M,\omega)\right\}+f_x(M,\omega)\\
-i\omega v_z(M,\omega) &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})}\left\{\partial_x\sigma_{xz}(M,\omega)+\partial_z\sigma_{zz}(M,\omega)\right\}+f_z(M,\omega)\\
-i\omega\sigma_{xx}(M,\omega) &= \big(\lambda(\mathbf{x})+2\mu(\mathbf{x})\big)\partial_x v_x(M,\omega)+\lambda(\mathbf{x})\partial_z v_z(M,\omega)-i\omega\sigma_{xx_0}(M,\omega)\\
-i\omega\sigma_{zz}(M,\omega) &= \lambda(\mathbf{x})\partial_x v_x(M,\omega)+\big(\lambda(\mathbf{x})+2\mu(\mathbf{x})\big)\partial_z v_z(M,\omega)-i\omega\sigma_{zz_0}(M,\omega)\\
-i\omega\sigma_{xz}(M,\omega) &= \mu(\mathbf{x})\left\{\partial_z v_x(M,\omega)+\partial_x v_z(M,\omega)\right\}-i\omega\sigma_{xz_0}(M,\omega)
\end{aligned} \tag{2.39}$$

où v_x et v_z sont respectivement les vitesses particulaires horizontale et verticale du milieu, σ_{xx} et σ_{zz} sont respectivement les contraintes normales horizontale et verticale et σ_{xz} et σ_{zx} sont les contraintes de cisaillement dans le milieu synthétique à la position M et à la pulsation ω. Les termes f_x et f_z sont les sources de forces volumiques respectivement horizontale et verticale, les termes σ_{xx_0}, σ_{zz_0} sont les sources de contraintes normales respectivement horizontale et verticale et σ_{xz_0} est la source de contrainte de cisaillement en M à la pulsation ω. En adaptant en deux dimensions la présentation du principe des éléments finis Galerkin discontinus, on montre qu'il est possible d'exprimer ce système sous la forme matricielle suivante (Brossier, 2009) :

$$\mathbf{Au} = \mathbf{b} \tag{2.40}$$

où $\mathbf{u}$ est le vecteur des champs de vitesses particulaires et de contraintes de l'ensemble des cellules à la pulsation ω, $\mathbf{A}$ est la matrice d'impédance exprimant les propriétés élastiques du milieu, et $\mathbf{b}$ est le vecteur source. Précisons que dans l'algorithme utilisé (Brossier *et al.*, 2008), on choisit d'estimer le flux aux interfaces de chaque cellule par un calcul centré en espace selon l'approche préconisée en électromagnétisme par Remaki (2000). D'autre part, dans le système (2.39), les contraintes s'expriment uniquement en fonction des vitesses particulaires ; il est donc possible, par substitution, d'obtenir un système de deux équations couplant uniquement les vitesses particulaires horizontales et verticales. Il s'agit alors de l'approche parcimonieuse proposée par Luo et Schuster (1990), qui implique de travailler avec une matrice d'impédance plus dense mais 2.5 fois plus petite et permet globalement de réduire le coût mémoire de la modélisation. Que la formulation soit parcimonieuse ou non et quel que soit l'ordre d'interpolation choisi, résoudre l'équation d'onde revient à résoudre le système $\mathbf{Au} = \mathbf{b}$. La matrice $\mathbf{A}$ étant inversible mais de très grande dimension, on procède à une décomposition *Lower Upper* (LU) de la matrice $\mathbf{A}$ en deux matrices triangulaires : l'une triangulaire inférieure et l'autre triangulaire supérieure. Dans la modélisation, cette étape dite de factorisation est la plus coûteuse en temps et en mémoire. Ensuite, on procède à la résolution qui

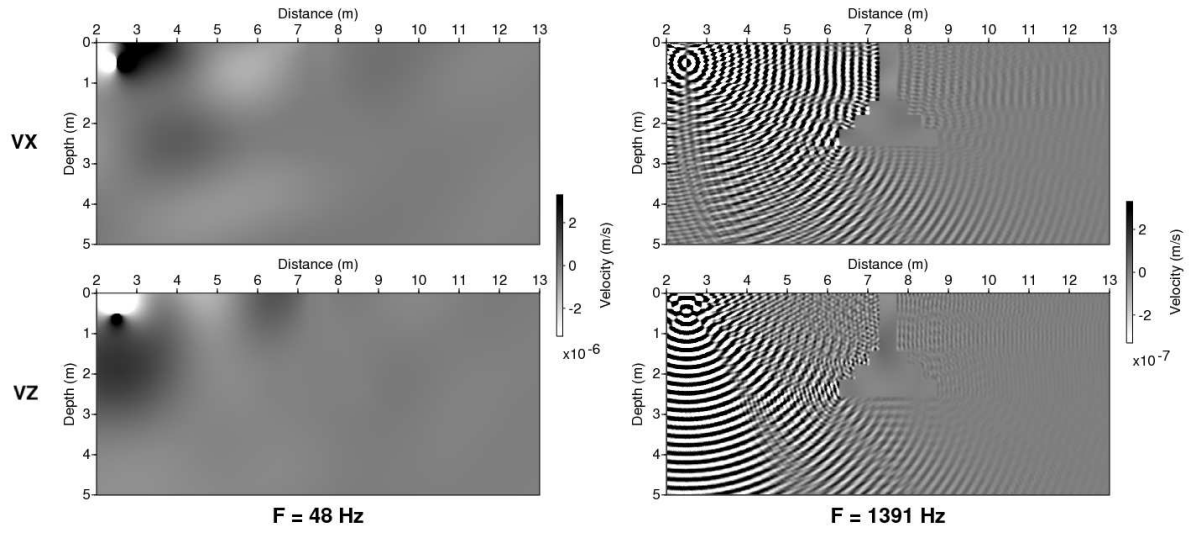

FIGURE 2.10 – Exemples de cartes fréquentielles de la partie réelle des vitesses particulaires horizontales (Vx) et verticales (Vz) aux fréquences 48Hz et 1391Hz dans le cas d'un milieu contenant une fondation de type 5i

est très rapide comparée à l'étape de factorisation puisque l'inversion des matrices triangulaires revient à effectuer une succession de substitutions. Ce point est important lorsqu'on modélise plusieurs sources car, la matrice d'impédance étant inchangée, une seule décomposition LU est nécessaire pour toutes les sources et seule l'étape de résolution doit être répétée pour chaque source. Les étapes de factorisation et résolution sont réalisées par le solveur direct MUMPS (MUMPS-team, 2011).

La modélisation dans le domaine fréquentiel permet d'obtenir des cartes des champs à différents instants. Ainsi, la figure (2.10) présente les cartes fréquentielles des vitesses particulaires horizontales et verticales que l'on obtient après résolution du système d'équations pour les fréquences 48Hz et 1391Hz après émission d'un signal de source explosive à la même position source que précédemment dans un milieu 2D élastique contenant une fondation 5i.
Dans le même cadre que précédemment, la résolution de l'équation d'onde dans le domaine fréquentiel permet d'obtenir les cartes des champs de vitesses v_x et v_z et de contraintes σ_{xx}, σ_{zz} et σ_{xz} dans le milieu à la pulsation ω. Ces champs étant à valeur complexe en modélisation fréquentielle, la représentation de chaque champ peut se faire en partie réelle, partie imaginaire, en module ou en phase. Ainsi on représente à la figure 2.10 les cartes fréquentielles de la partie réelle des vitesses particulaires horizontales en basse et en haute fréquence dans le cadre présenté précédemment (figure 2.7 et tableau des propriétés 2.1). Physiquement, les cartes en fréquence permettent d'observer les interférences occasionnées par la présence de la fondation : on peut notamment observer les diffractions causées par les arêtes de la fondation qui interfèrent avec le champ incident. Une représentation des cartes fréquentielles en module donne les figures d'interférences

de chaque champ à la fréquence envisagée. On peut identifier par ailleurs la longueur d'onde de l'onde incidente dans l'encaissant car elle est égale à la longueur d'une alternance noir-blanc dans la direction d'un rayon de la source ; on l'observe particulièrement bien sur la carte des vitesses particulaires verticales à la verticale de la source car il y a peu d'interférences dans cette région.

Une fois obtenu le résultat de la modélisation d'une fréquence, le jeu de données est construit en extrayant des cartes fréquentielles les valeurs des champs dans les cellules dans lesquelles sont placés les géophones. Mathématiquement, ceci se traduit par une opération de projection : on ne récupère que le sous-vecteur $\mathbf{v} = \mathcal{P}\mathbf{u}$ où $\mathcal{P}$ est un opérateur de projection de type matrice diagonale constituée de 1 pour les champs de vitesses particulaires dans les cellules contenant un géophone et de 0 ailleurs.
Concernant l'interprétation d'un jeu de données synthétiques, il n'est pas simple d'expliquer directement des données fréquentielles ; il est préférable de construire les sismogrammes par transformée de Fourier inverse de l'ensemble des fréquences.

Choix du domaine fréquentiel Sur la figure (2.10), on peut constater qu'à chaque fréquence, la signature de l'objet diffractant est relativement délocalisée spatialement ; ainsi des géophones placés en surface par exemple enregistrent une information sur la géométrie de la fondation à chaque fréquence, à condition que l'énergie de la source soit suffisante à cette fréquence. D'autre part, les données en fréquence sont par définition délocalisées en temps : une même fréquence contient des informations relatives à toutes les arrivées. A l'inverse, dans le domaine temporel, il n'est pas possible de réaliser la modélisation d'un instant particulièrement intéressant - l'arrivée d'une onde ayant été réfléchie ou diffractée sur la fondation par exemple - sans modéliser les instants précédents. Si l'on souhaite réaliser l'ensemble du sismogramme avec un outil de modélisation dans le domaine temporel, il est nécessaire de calculer les données en temps jusqu'aux dernières arrivées que l'on juge pertinentes (Gauthier *et al.*, 1986). Cette exhaustivité pénalise la démarche temporelle en termes de temps de calcul. Pratt (1990) propose une inversion dans le domaine fréquentiel de données monochromatiques en soulignant l'intérêt de travailler en fréquence dans le cas d'une acquisition multisource alors que le domaine temporel requiert d'effectuer une résolution du système à de nombreux instants et pour chaque source. Dans le prolongement de cette démarche, il peut être utile d'exploiter les données à plusieurs fréquences pour obtenir des informations sur la fondation à plusieurs échelles et ainsi améliorer le chemin de convergence de l'inversion (Pratt *et al.*, 1998) ; nous présenterons cette approche dans le prochain chapitre.
D'autre part, le fait de travailler en fréquence influe sur l'implémentation de l'atténuation.

Atténuation dans le domaine fréquentiel En temps, la modélisation de l'atténuation s'exprime par la relation de convolution vue précédemment (2.10) qui est très coûteuse à implémenter (Moczo et Kristek, 2005).

Le modèle d'atténuation que l'on retient suppose que le coefficient de qualité du milieu de propagation q est indépendant de la fréquence (Kjartansson, 1979). On peut illustrer le sens physique d'un tel choix en se plaçant dans un milieu acoustique à une dimension. Dans un tel milieu, une atténuation indépendante de la fréquence signifie que l'onde de vitesse particulaire longitudinale peut être décrite par l'expression (2.41).

$$U(x,t) = U_0 e^{-\alpha x} e^{i\omega(t-\frac{x}{c})} \tag{2.41}$$

où x est la coordonnée position dans le milieu 1D, U_0 est la vitesse particulaire longitudinale à l'origine $x = 0$, c est la vitesse de propagation des ondes de compression supposée uniforme, α est le facteur d'atténuation homogène à l'inverse d'une longueur et ω est la pulsation. Dans le cas d'un coefficient d'atténuation nettement supérieur à l'unité - typiquement $q > 10$ - on montre l'équation 2.42, (Kjartansson, 1979).

$$\alpha = \frac{\omega}{2qc} \tag{2.42}$$

L'implémentation de l'atténuation est relativement simple dans le domaine fréquentiel. En effet, il est alors possible d'exprimer la solution visco-acoustique 1D en remplaçant la vitesse réelle c_a de l'équation acoustique 1D par une vitesse complexe c_{va}. Montrons ce point dans le cas acoustique : soient $U_a(x,t)$ et $U_{va}(x,t)$ les solutions de l'équation d'onde respectivement acoustique et visco-acoustique 1D.

$$U_a(x,t) = U_0 e^{i\omega(t-\frac{x}{c_a})} \tag{2.43}$$
$$U_{va}(x,t) = U_0 e^{i\omega(t-\frac{x}{c_{va}})} \tag{2.44}$$

où c_{va} est la vitesse complexe des ondes se propageant dans le milieu visco-acoustique. D'après les relations (2.41) et (2.42), on peut développer la solution visco-acoustique 1D comme suit :

$$U_{va}(x,t) = U_0 e^{-\frac{w}{2qc_a}x} e^{i\omega(t-\frac{x}{c_a})} \tag{2.45}$$
$$= U_0 e^{i\omega(t-\frac{x}{c_a}+i\frac{x}{2qc_a})} \tag{2.46}$$

par identification avec l'équation (2.44), on déduit l'expression de la vitesse complexe visco-acoustique (Aki et Richards, 1980, p.174) :

$$c_{va} = c_a \frac{1}{1-\frac{i}{2q}} \tag{2.47}$$

Dans le cas d'un milieu élastique 2D, on considère l'atténuation des ondes de compression et l'atténuation des ondes de cisaillement ; on notera q_p et q_s les coefficient de qualité associés respectivement aux ondes P et S. On peut alors généraliser directement l'équation (2.47) au cas 2D viscoélastique en implémentant les vitesses des ondes de compression V_P et des ondes de cisaillement V_S selon les équations (2.48) et (2.49) :

$$V_{P,v} = V_P \frac{1}{1-\frac{i}{2q_p}} \tag{2.48}$$

$$V_{S,v} = V_S \frac{1}{1-\frac{i}{2q_s}} \tag{2.49}$$

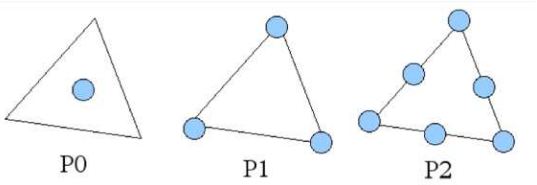

FIGURE 2.11 – Degrés de liberté en fonction de l'ordre d'interpolation de Galerkin-discontinu

où $V_{P,v}$ et $V_{S,v}$ sont les vitesses complexes des ondes de compression et de cisaillement dans le milieu visco-élastique considéré. Ce système d'équation est classiquement désigné sous le nom de principe de correspondance visco-élastique linéaire (Bland, 1960).

Le travail en fréquence permet donc non seulement d'accélérer considérablement l'étape d'inversion mais aussi de prendre en compte l'atténuation dans la modélisation sans surcoût de calcul.

Ordre d'interpolation Dans une modélisation 2D continue, pour chaque fréquence, la solution exacte de chaque champ v_x,v_z,σ_{xx},σ_{zz} ou σ_{xz} peut être vue comme une nappe de hauteur égale à la valeur locale du champ ; cette nappe est continue puisque ces champs physiques sont continus spatialement. La discrétisation spatiale du milieu de modélisation entraîne une discrétisation de cette surface et donc une perte d'information d'autant plus grande que le nombre de valeurs caractérisant le champ en chaque cellule est faible. Si on choisit de représenter le champ par une unique valeur en chaque cellule par exemple, la nappe va être approchée par une succession de marches triangulaires horizontales de hauteur liée à l'ensemble des valeurs du champ exact en cette cellule ; l'analogie 1D de cette description est l'approximation d'une courbe quelconque par une succession de segments horizontaux. On appelle P0 ce degré d'interpolation. L'ordre d'interpolation suivant, P1, consiste à approcher en chaque cellule la surface représentant le champ par un triangle incliné dans l'espace, ce qui est plus précis mais qui requiert de travailler avec 3 valeurs de chaque champ par cellule. L'ordre P2 consiste à approcher la solution en chaque cellule par un paraboloïde. On obtient un gain de précision au prix d'un nombre de points d'interpolation par cellule égal à 6. On travaillera uniquement avec ces trois ordres d'interpolation dans le cadre de l'imagerie des fondations de pylônes électriques. La figure 2.11 représente le nombre de degrés de liberté sous forme de points ainsi que la localisation de ces points en chaque cellule en fonction de l'ordre d'interpolation des champs. Nous avons utilisé un mailleur 2D basé sur la triangulation de Delaunay et proposé par Shewchuk (1996). Notons qu'il y a un lien entre la structure du maillage et l'ordre d'interpolation utilisé. L'ordre d'interpolation P0 est le moins coûteux en termes de degré de liberté par cellule mais il requiert de faire un maillage structuré, c'est-à-dire un maillage constitué de polygones réguliers : dans notre cas des triangles équilatéraux.

La figure 2.12 présente un exemple de maillage structuré (à gauche). On conçoit ici que l'hypothèse de maillage structuré ne peut pas être satisfaite partout dans le cas d'un milieu dans lequel une dalle de béton est enfouie puisque, d'une part, les angles

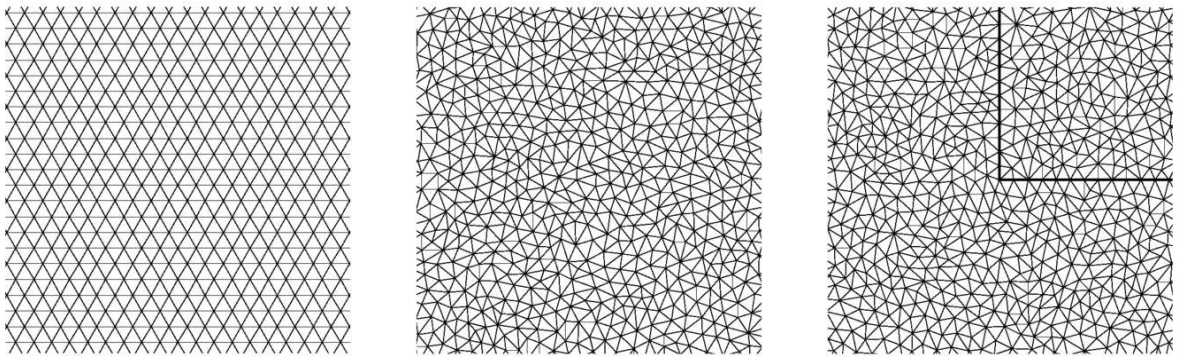

FIGURE 2.12 – Maillage structuré (gauche), maillage non structuré (centre) et maillage adapté à une interface en coin (droite)

de la fondation ne sont pas forcément égaux à 60 degrés - dans les structures que nous étudierons, ils seront pour la plupart égaux à 90° - et, d'autre part, la topographie n'est pas forcément plane. Dans le cas général, pour améliorer la modélisation, notamment si on souhaite plus de précision dans la forme d'onde, il est possible de raffiner le maillage ou d'augmenter l'ordre d'interpolation. Avec les éléments finis nous avons aussi la possibilité d'adapter le maillage aux interfaces présentes dans le milieu. Cependant, le maillage d'une modélisation à l'ordre P0 devant être structuré, il est nécessaire de travailler aux ordres supérieurs - P1 et P2 dans notre cas - pour pouvoir utiliser un maillage destructuré (cf 2.12, figure du centre) et avoir ainsi la liberté de l'adapter à la géométrie d'objets présent dans le milieu (cf 2.12, figure de droite). Brossier (2010) fait la comparaison des précisions des différents ordres d'interpolation. Un résumé des avantages (+) et inconvénients (-) des différents ordres d'interpolation en termes de précision, de coût de calcul et de mémoire est présenté au tableau 2.2.

	P0		P1		P2	
Précision	-		+		+	
Degré(s) de liberté / cellule	1	+	3	+	6	+
Calculs	53	++	447	+	1758	-
Nb cellules / λ	10	-	10	-	2.5	++
Calculs & Mémoire	++		-		+	

TABLE 2.2 – Comparaison des ordres d'interpolations {P0,P1,P2} en modélisation élastique

Concernant la précision, il est possible de définir un nombre seuil de cellules par longueur d'onde à partir duquel l'erreur numérique est négligeable. Ainsi, si on admet 10% d'erreur quadratique entre un sismogramme de référence, obtenu analytiquement,

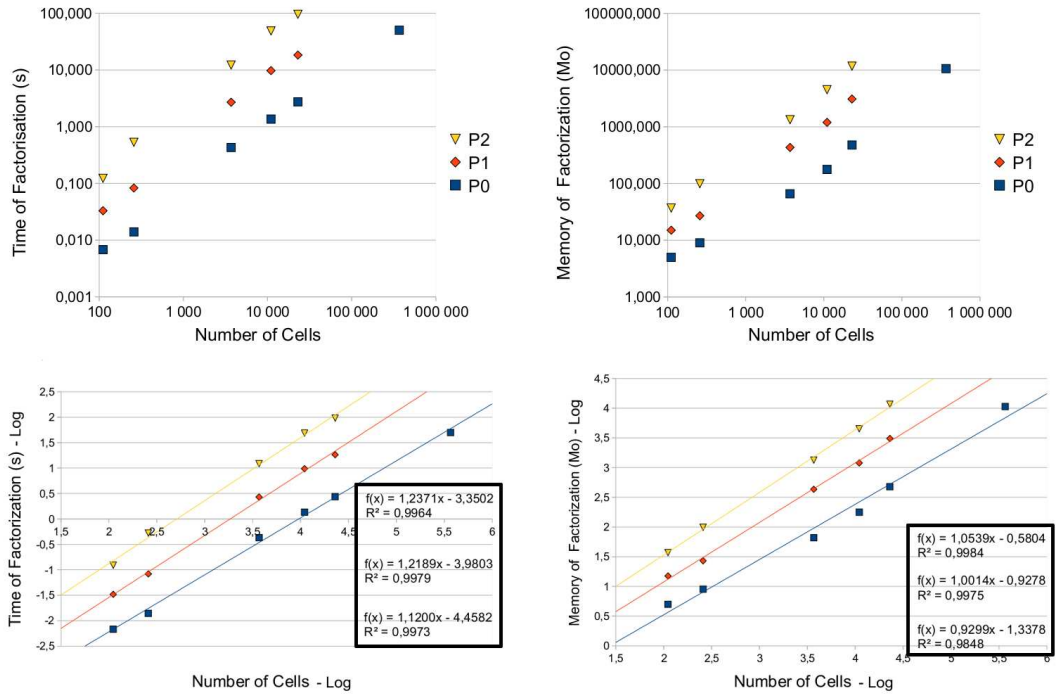

FIGURE 2.13 – Temps de calcul (gauche) et consommation mémoire (droite) de l'étape de factorisation, sans linéarisation (haut) puis avec (bas)

et un sismogramme modélisé, il faut 10 cellules par longueur d'onde en P0 et en P1, alors qu'il faut 2.5 cellules par longueur d'onde en P2 (Brossier *et al.*, 2008). Autrement dit, pour une même précision, l'interpolation P0 requiert autant de cellules que l'interpolation P1, et l'interpolation P2 requiert $4^2 = 16$ fois moins de cellules que les interpolations P0 et P1. D'autre part, l'étape de factorisation prend environ 6 fois plus de temps en P1 qu'en P0 et 5 fois plus de temps en P2 qu'en P1 et requiert environ 4.5 fois de mémoire en P0 qu'en P1 et 3.5 fois plus en mémoire en P2 qu'en P1 (figure 2.13). Globalement, l'interpolation P0 est donc plus intéressante car elle est environ $5 * 6/16 \simeq 2$ fois plus rapide que l'interpolation P2, 6 fois plus rapide que l'interpolation P1 et réclame moins de mémoire que les interpolations P1 et P2 pour la précision de 10% que l'on s'impose. Cependant, dans le cas de la modélisation d'un milieu contenant une interface, on utilisera l'interpolation P2 si l'on souhaite une modélisation réaliste : en effet, l'interpolation P0 requiert un maillage structuré qui ne peut pas s'adapter à une interface quelconque et l'interpolation P2 demande $16/5 \simeq 3$ fois moins de temps que l'interpolation P1 pour une même précision de calcul de 10%.

2.1.2.3 Les limites physiques du milieu

Les PML Les simulations numériques de phénomènes physiques se font dans des milieux d'étendue limitée par les moyens informatiques disponibles. Si on ne prend pas de précautions aux frontières de la zone de simulation, des réflexions des ondes incidentes

se produisent et perturbent les phénomènes que l'on cherche à modéliser.
Pour éviter ces réflexions, des frontières absorbantes sont introduites. Dans les simulations, elles jouent un rôle analogue à celui des parois des chambres anéchoïdes utilisées dans un cadre expérimental en acoustique et en électromagnétime. Le type de frontières classiquement utilisées sont les *Perfectly Matched Layers* désignées par l'abréviation PML. Elles ont été introduites par Berenger (1994) en modélisation de propagation d'ondes électromagnétiques dans le domaine temporel à deux dimensions. Leur principe consiste à atténuer la composante de l'onde normale à un bord du milieu selon une loi exponentielle décroissante.

Pour illustrer leur principe, on peut considérer une onde plane monochromatique de pulsation ω et de direction horizontale (Ox), O étant l'origine du milieu. L'expression analytique du champ d'une telle onde est $e^{i(\omega t - kx)}$. Les PML vont avoir pour effet d'atténuer l'onde selon une exponentielle décroissante e^{-bx}, $b > 0$. Berenger (1994) décrit l'implémentation de cette idée dans le domaine temporel et Chew et Weedon (1994) traduisent de façon équivalente cette idée dans le domaine fréquentiel en remplaçant x par $x(1-ib)$, ce qui s'illustre simplement dans le cas monochromatique décrit précédemment. Ils introduisent alors la notion de *stretching function* qui consiste à pondérer les dérivées spatiales par une fonction complexe ε. Reformulée dans le domaine fréquentiel, l'implémentation de Berenger (1994) revient à pondérer la dérivée spatiale dans la direction d'atténuation. Ainsi, pour une atténuation dans la direction des x croissants, on applique la pondération (2.50) au système d'équations de propagation (2.39) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{1}{\varepsilon_x}\frac{\partial}{\partial x} \quad \text{avec } \varepsilon_x = 1 - ib(x) \tag{2.50}$$

où $b(x)$ est un réel qui dépend de la profondeur x considérée dans la couche atténuante. La fonction ε_x est la fonction d'extension, *stretching function* en anglais. En appliquant cette démarche en électromagnétisme en temps, Berenger (1994) montre la pertinence d'utiliser un terme $b(x)$ nul à la frontière entre le milieu modélisé et la couche atténuante et qui croît avec la profondeur x considérée dans la couche atténuante ; en particulier, il obtient de bons résultats avec une loi $b(x)$ quadratique. Certains auteurs préconisent d'utiliser une stretching fonction dont la partie imaginaire est inversement proportionnelle à ω, (Collino et Monk, 1998; Teixeira et Chew, 1999), ce qui donne une expression de fonction d'extension de la forme (2.51) :

$$\varepsilon_x = 1 - \frac{ib(x)}{\omega} \tag{2.51}$$

Théoriquement cette fonction permet d'avoir un coefficient d'atténuation indépendant de la fréquence et donc une longueur d'atténuation identique pour toutes les fréquences modélisées. Dans leur formulation continue, les PML permettent une absorption parfaite de la composante normale du front incident, cependant la discrétisation du milieu entraîne une perte de performances de celles-ci. En particulier, dans le cas d'une stretching function (2.51) où les incidences rasantes sont réfléchies par les couches successives de PML. De plus, pour cette stretching function (2.51), l'absorption des basses fréquences est perturbée par des instabilités numériques (Komatitsch et Martin, 2007). Pour résoudre ces

difficultés, la fonction alternative (2.52) a été présentée d'abord en électromagnétisme (Kuzuoglu et Mittra, 1996) puis a été adaptée à l'élastodynamique de façon indépendante par Drossaert et Giannopoulos (2007) et Komatitsch et Martin (2007) sous les noms de *Complex Frequency Shifted stretching function* et de *Convolutional PML* respectivement.

$$\varepsilon_x = a(x) + \frac{b(x)}{\alpha + i\omega} \tag{2.52}$$

Le terme α permet d'éviter les singularités qui apparaissent en basse fréquence.

Le rôle du terme a est discuté : Drossaert et Giannopoulos (2007) montrent sur un cas d'étude qu'il participe de façon très sensible à l'atténuation des ondes pour des angles rasants alors que Komatitsch et Martin (2007) n'ont pas constaté d'influence de ce terme dans leurs tests numériques. Cette dernière observation semble conforme à la théorie : si le terme a est réel, il influence alors la partie propagative de l'onde - en changeant sa vitesse notamment - mais il ne devrait pas influer sur l'atténuation.
Dans le code que nous utilisons, la *stretching function* de la PML a l'expression suivante (Brossier *et al.*, 2008) :

$$\varepsilon_x = 1 + cos(\frac{\pi}{2}\frac{x}{l_{pml}})(C + iB) \tag{2.53}$$

où x est la profondeur considérée dans la couche atténuante, l_{pml} est la largeur de cette couche et les termes B et C sont des réels. La formule (2.53) peut être considérée comme une expression hybride entre les stretching functions (2.52) dans laquelle la partie réelle évolue avec la profondeur x dans la PML, et l'expression (2.50) où la partie imaginaire est indépendante de la pulsation.

Des essais numériques ont montré que $B = 25$ et $C = 2$ permettent une absorption efficace. On remarquera que la PML a une valeur de 1 à sa frontière avec le milieu : il y a donc une continuité spatiale des termes de pondération des dérivées spatiales dans le milieu. D'autre part, cette expression est indépendante de ω, on s'assurera donc que l'on a une épaisseur de PML suffisamment large pour atténuer toute onde incidente sur les bords du milieu en choisissant typiquement une épaisseur de PML au moins égale à la demi-longueur d'onde dans l'encaissant de la fréquence dominante de la source. D'autre part, la *stretching function* est égale à 1 l'extérieur des PML de façon à ne pas modifier l'équation d'onde dans le milieu de propagation.
Concernant le coût numérique de l'implémentation des PML, celui-ci requiert simplement un stockage des valeurs des coefficients de PML pour chaque cellule pour pondérer les termes de la matrice d'impédance correspondant à des cellules situées dans la PML. Ce stockage et ce produit ont un coût négligeable devant la décomposition LU et les résolutions du système décomposé. L'influence des PML est illustrée à la figure 2.14. Un milieu homogène de 11m x 5m est délimité par une PML de 2m d'épaisseur qui entoure ce milieu. Une source explosive de longueur d'onde $50cm$ pour la fréquence centrale dans un milieu homogène est placée en $(x, z) = (2.5, 2.5)m$ et le champ que l'on visualise est celui de la vitesse particulaire horizontale.

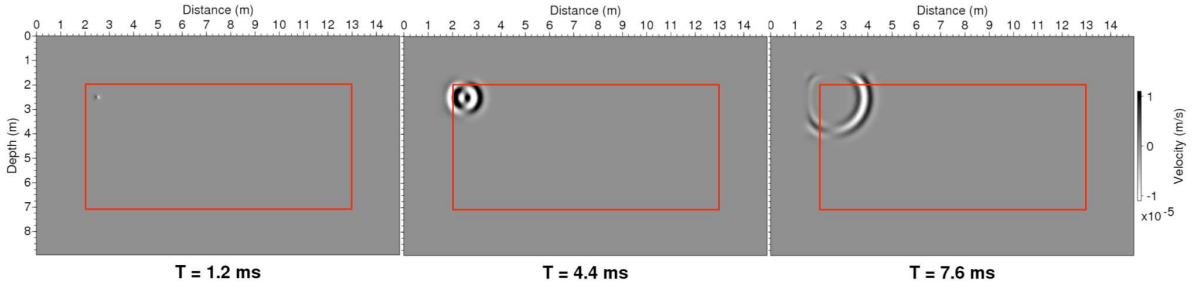

FIGURE 2.14 – Absorption d'une onde élastique par des PML situées à l'extérieur du rectangle rouge. Observation du champ de vitesse particulaire horizontal

La surface libre Dans le cas des fondations de pylônes électriques, les ondes incidentes sur la fondation vont interagir avec la surface libre, il est donc nécessaire de modéliser correctement cette dernière. Pour ce faire, on considère la condition de Dirichlet sur les champs de contraintes : la contrainte normale régnant au niveau de la surface libre est constante et choisie nulle dans notre cas. L'implémentation de cette condition utilise la notion de cellule fantôme : au dessus de la surface libre, une cellule symétrique à chaque cellule en contact avec la surface libre est créée. Dans cette cellule fantôme, les vitesses et la contrainte orthogonale à la surface libre sont identiques à celles de la cellule symétrique et la contrainte normale est opposée (Brossier *et al.*, 2008). Alors, la contrainte normale résultante sur chaque paire de cellules symétrique par rapport à la surface libre est bien nulle.

Nous venons de présenter les détails techniques de l'outil de modélisation utilisé. Nous allons maintenant illustrer qualitativement son aptitude à modéliser les ondes dans le cadre de l'imagerie des fondations de pylônes électriques.

2.2 Comparaison des données simulées avec des données réelles (IFSTTAR)

Les simulations numériques reproduisant la propagation d'onde dans un milieu connu sont la base de l'inversion : la qualité de la modélisation est critique pour pouvoir espérer remonter aux propriétés élastiques du milieu étudié. Pour illustrer les performances du code de modélisation, nous présentons une comparaison qualitative des sismogrammes que l'on obtient dans le cadre d'une expérience sur maquette et nous les comparons aux sismogrammes synthétiques de la modélisation associée.

2.2.1 L'acquisition sismique sur maquette

Travailler à échelle réduite présente de nombreux avantages : d'une part le milieu étudié est connu et les données sont moins bruitées que les données réelles. D'autre part, dans le cas présent, on dispose d'une grande précision de mesure puisque les données sont obtenues avec un interféromètre laser. Enfin, il est possible de choisir une densité de sources et de capteurs aussi grande qu'on le souhaite puisque chaque ensemble de sismogrammes enregistrés pour chaque tir est obtenu par répétition de l'impulsion source et déplacement du faisceau unique de l'interféromètre en chaque position de récepteur. Nous présenterons cette maquette plus en détail au chapitre 5 consacré à l'inversion des données réelles.
Les maquettes utilisées dans le cadre du projet de contrôle non destructif de fondations de pylônes électriques par l'IFSTTAR - l'Institut français des sciences et technologies des transports, de l'aménagement et des réseaux - ont l'intérêt d'avoir des propriétés élastiques homogènes et connues ou facilement identifiables. Début Août 2009, Donnatienne Leparoux et Olivier Durand de l'IFSTTAR de Nantes ont réalisé des acquisitions sismiques sur cette maquette en utilisant le banc de mesures du laboratoire Mesure Ultrasonore Sans Contact (MUSC), mis en place dans le cadre de la thèse de Bretaudeau (2010). Ils les ont ensuite transmises aux différents acteurs de la partie algorithmique du projet de RTE.

2.2.2 La maquette IFSTTAR

Fin Juillet 2009, l'IFSTTAR a fait concevoir une maquette modélisant un sol bicouche dans lequel est immergée une fondation en aluminium à l'échelle 1/60 (figures 2.15 et 2.16). La fondation choisie est de type 4n car, parmi les deux types de fondation présentes sur le site test de Grenoble, la fondation 4n a la géométrie la plus simple. Par conséquent la fondation modélisée par cette maquette a une géométrie à 3 dimensions. C'est une particularité importante compte tenu du fait que, pour des raisons de coût de calcul numérique, la modélisation fait l'hypothèse d'une géométrie à 2 dimensions, c'est-à-dire invariante suivant une direction. Or si on souhaite réaliser l'inversion de données, il faut que les sismogrammes acquis sur maquette soient comparables aux sismogrammes obtenus par simulation : les mêmes phénomènes physiques doivent être observés avec des valeurs d'énergie proches. Ces données simulées ne pourront pas être identiques aux données acquises car la géométrie 3D va nécessairement s'exprimer dans les données ; en particulier les huit coins de la dalle vont générer des diffractions qui ne peuvent pas être modélisées par la simulation 2D. Il est important de vérifier que ces effets 3D ont une influence négligeable sur les sismogrammes. Pour ce faire, nous comparons les sismogrammes que l'on obtient en simulation et sur maquette.

Estimation des propriétés physiques : Les propriétés physiques mesurées sur la maquette sont présentées dans le tableau 2.3, les dimensions de la maquette de l'IFSTTAR sont présentées à la figure 2.15 et les dimensions de la fondation réelle sont

présentées à la figure 2.16.

Les propriétés de la fondation sont les propriétés empiriques de l'aluminium. Les densités des résines sont des grandeurs mesurées par l'IFSTTAR. L'estimation de la vitesse des ondes P dans le milieu supérieur par des mesures en transmission donne une valeur de $2230m/s$ verticalement et de $2330m/s$ horizontalement : ces estimations mettent en évidence l'anisotropie du milieu ; l'estimation de VP grâce aux sismogrammes donne une mesure de $2060m/s +/- 200m/s$. Dans les simulations j'ai choisi une valeur de $2240m/s$. Les vitesses des ondes S des milieux supérieurs et inférieurs ont été estimées grâce aux sismogrammes avec une incertitude de $100m/s$. Les coefficients de qualité sont estimés avec une incertitude importante par essai-erreur.

	Milieu supérieur	Milieu inférieur	Fondation
Matériau	Résine 1	Résine 2	Aluminium
V_p (m/s)	2240	2350	6000
V_s (m/s)	925	1420	3170
ρ (kg/m^3)	1300	1700	2700
q_p et q_s	25 à 50	25 à 50	5000

TABLE 2.3 – Propriétés de la maquette IFSTTAR

Géométrie d'acquisition : chaque ensemble de sismogrammes enregistrés pour chaque tir - que l'on appellera désormais *trace sismique* ou *trace* - a été obtenu avec une ligne de 151 récepteurs verticaux espacés de $2mm$, situés dans le plan de symétrie de la fondation à la surface de la maquette et centrés sur le milieu du toit de la fondation (figure 2.18). 151 tirs ont été réalisés sur la maquette. Les positions des sources sont les positions des récepteurs translatées de $1mm$ vers la gauche : chaque source est donc située au milieu de 2 récepteurs consécutifs (sauf la première qui est décalée de $1mm$ à gauche du premier capteur). La source utilisée est un cône en contact avec le milieu qui exerce une force verticale grâce à un cristal piezoélectrique. Un signal source commande ce transducteur et permet de générer des ondes de façon reproductible dans le milieu.

Données en temps On présente à la figure 2.19 la trace sismique (151 récepteurs) en vitesse verticale de la 33ème source. Dans toutes les acquisitions, les traces situées au voisinage de la source ont une valeur nulle en raison de l'encombrement de la source qui empêche le laser du capteur optique d'illuminer la surface. Sur cette trace, on peut remarquer que les ondes de surface sont beaucoup plus énergétiques que les ondes de volume. Faisons maintenant une description chronologique des phénomènes enregistrés sur le sismogramme :

- à $t = 0s$, le signal source excite le cristal piezoélectrique fixé sur la source conique.

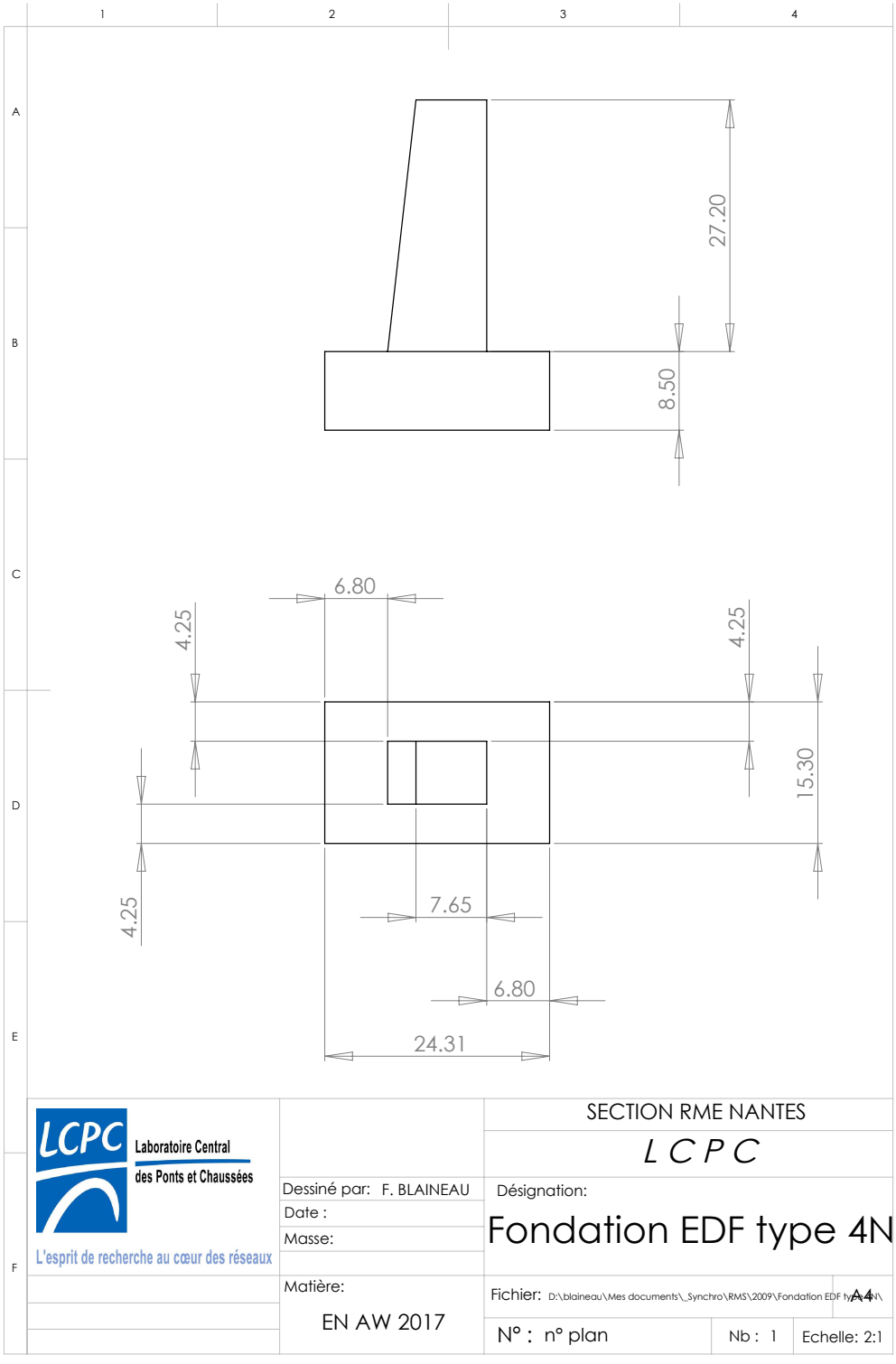

FIGURE 2.15 – Géométrie et dimensions de la maquette de l'IFSTTAR

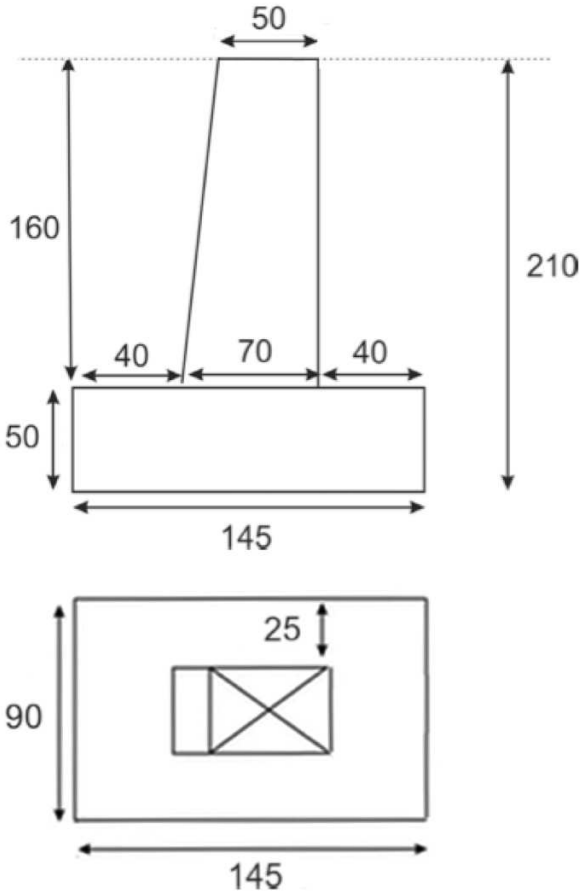

FIGURE 2.16 – Géométrie et dimensions en mètres de la fondation 4n à l'échelle 1

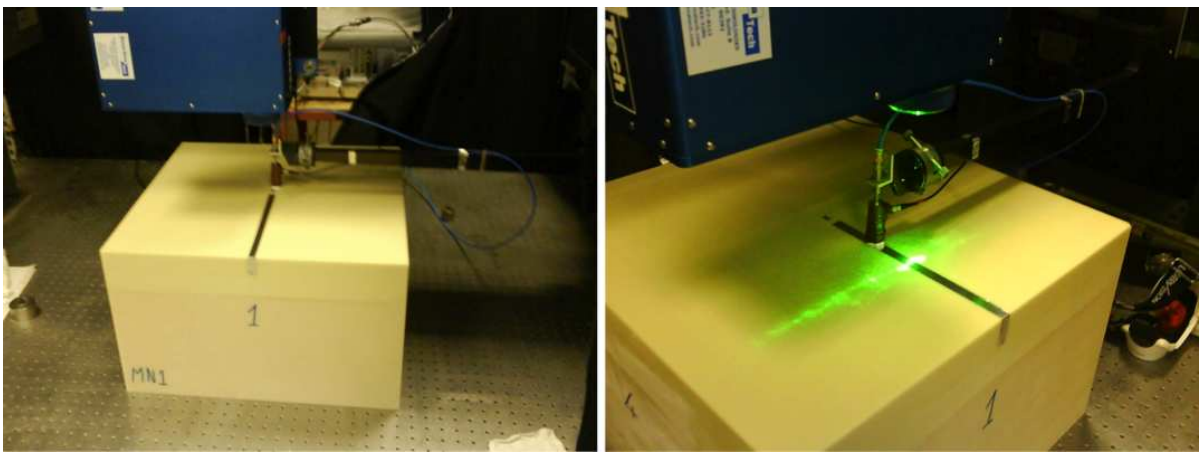

FIGURE 2.17 – Maquette et système d'acquisition de l'IFSTTAR, (banc MUSC)

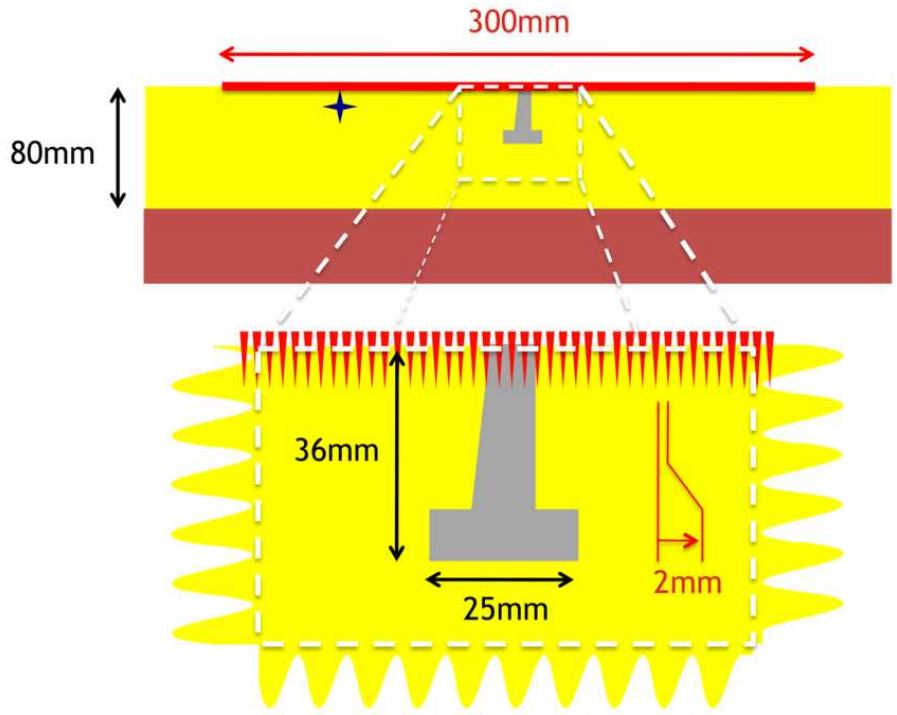

FIGURE 2.18 – Géométrie d'acquisition de la maquette IFSTTAR sur le banc MUSC

- l'onde P générée par cet impact est la première à apparaître. On observe la partie rasante de l'onde qui arrive au niveau des récepteurs et subit l'atténuation géométrique ainsi que l'atténuation due à la résine.
- l'onde de surface très énergétique et l'onde S se superposent. On peut calculer la vitesse des ondes de Rayleigh à partir de la connaissance de la vitesse des ondes de cisaillement et des ondes de compression. Ces vitesses nous permettent de connaître la valeur du coefficient de Poisson, (Kearey *et al.*, 2002).

$$\frac{v_p}{v_s} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \rightarrow \nu = \frac{v_p^2 - 2v_s^2}{2v_p^2 - 2v_s^2} \tag{2.54}$$

Ensuite, le rapport entre la vitesse des ondes de Rayleigh et la vitese des ondes S est donnée par la relation (2.55) de Viktorov (1967).

$$V_R = \frac{1.12\nu + 0.87}{1+\nu} V_S \tag{2.55}$$

Dans notre cas, les vitesses des ondes de volume du milieu supérieur sont $V_p = 2240m/s$ et $V_s = 925m/s$, donc le coeficient de Poisson vaut $\nu = 0.40$. On déduit ainsi la vitesse des ondes de Rayleigh $V_R = 0.94V_S = 870m/s$. L'offset maximal associé est de $(151-32)*2+1 = 239mm$ ce qui représente un décalage de $0.239/(0.06*925) = 4ms$ entre l'onde de Rayleigh et l'onde de surface, ce qu'il n'est pas possible de distinguer sur les sismogrammes.

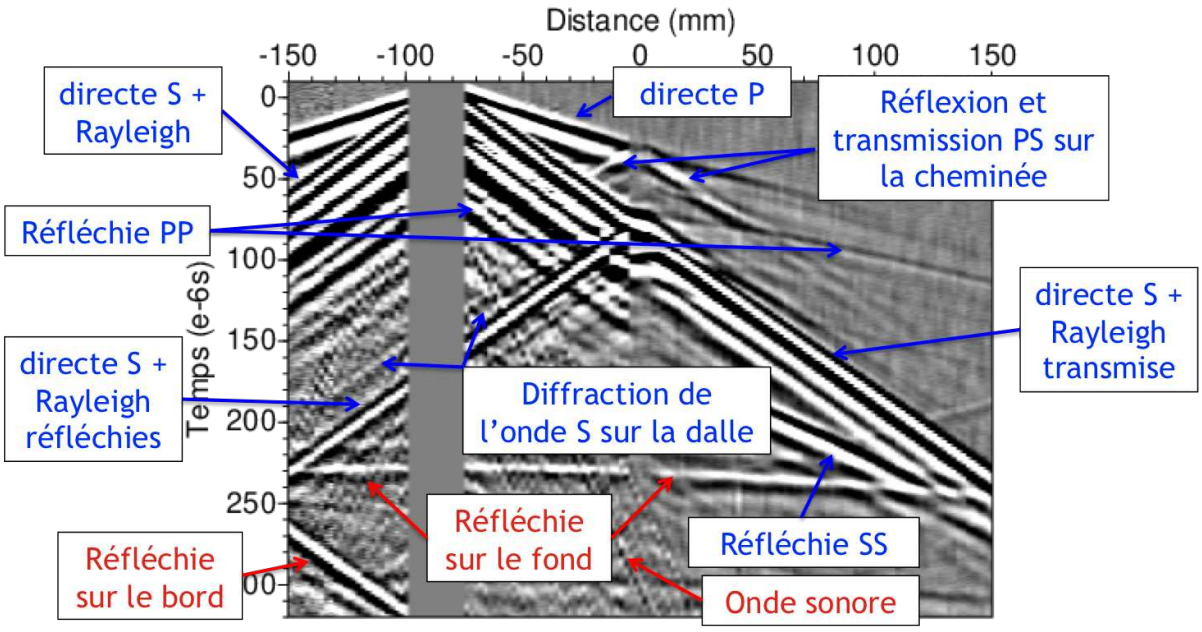

FIGURE 2.19 – Sismogrammes verticaux obtenus pour une source située à $-89mm$ avec la 33ème source sur la maquette IFSTTAR

- entre $35\mu s$ et $40\mu s$, l'onde P arrive sur la fondation : une partie de l'énergie est réfléchie et l'autre partie est transmise et réémise par la fondation. La signature de la fondation est présente dans ce signal mais on constate qu'elle est de très faible amplitude comparée à l'onde de surface.
- à $t = 80\mu s$, on constate un front d'onde quasiment horizontal : il s'agit de l'hyperbole aplatie de la réflexion PP de l'onde P à l'interface entre les deux résines.
- à $t = 95\mu s$, l'onde de surface arrive à son tour sur la fondation : une partie de l'énergie incidente est réfléchie ce qui est confirmé par l'inversion de phase de l'onde revenant côté source. Une partie de l'énergie est transmise puis réémise à droite de la fondation. Par ailleurs, il ne semble pas y avoir de réflexions très énergétiques dans la fondation. En effet, l'onde de surface incidente est constituée de 3 lobes bien distincts et on retrouve ces trois phases transmises à droite de la fondation et réfléchies à gauche. Par ailleurs, on remarque qu'il y a très peu voire pas de conversion d'énergie des ondes de surface en onde de volume P ou S. Il semble y avoir un phénomène de vitesse supérieure à celle des ondes S entre les points $(t, x)_1 = (100\mu s, 0mm)$ et $(t, x)_2 = (240\mu s, -150mm)$ mais il s'agit de l'onde S diffractée sans conversion sur la dalle de la fondation, comme on a pu le constater sur les cartes temporelles des simulations. En effet, ce phénomène se propage à la vitesse des ondes S puisque l'asymptote de cette courbe est une droite de pente V_s. Ce phénomène est particulièrement important dans la perspective de l'imagerie car il contient la signature de la position de l'arête supérieure de la dalle.

- entre $x = 50$ et $100mm$, et entre $t = 200$ et $250\mu s$, on observe l'onde S réfléchie non convertie à l'interface entre les 2 résines.
- enfin, à $t = 240\mu s$, on observe le même type d'onde hyperbolique aplatie qu'en $t = 75\mu s$. Il s'agit de la réflexion de l'onde P sur le bas de la maquette, autrement dit il s'agit d'un phénomène qu'on ne cherche pas à modéliser.
- après $275\mu s$, on constate un second phénomène parasite : il s'agit de la réflexion de l'onde de surface sur le bord supérieur gauche de la maquette.
- enfin, on a indiqué le front de l'onde sonore qui est apparait sur les sismogrammes comme le phénomène le plus lent. Il s'agit bien sûr aussi d'un phénomène parasite.

2.2.3 Simulations

2.2.3.1 Cadre de simulation

Présentons le cadre numérique dans lequel on s'est placé pour reproduire les sismogrammes de l'IFSTTAR.
Nous avons réalisé une modélisation élastodynamique de propagation d'onde dans un milieu 2D contenant une fondation 4n à l'échelle 1/60 de l'IFSTTAR. La **section de modélisation** est située dans le plan de symétrie de la fondation.
Les simulations ont été réalisées avec la méthode de discrétisation Galerkin-Discontinu à l'**ordre d'interpolation P2**. L'intérêt de ce mode d'interpolation est qu'il présente un bon compromis entre qualité de modélisation et temps de calcul. De plus pour une même dimension de zone absorbante PML, nous avons pu constater qu'une PML définie avec l'interpolation P2 était plus absorbante qu'une PML définie avec l'interpolation P0, malgré un nombre de cellules plus faible par longueur d'onde dans le cas P2.
Concernant les **dimensions du milieu de simulation**, il mesure $310mm$ de largeur et $90mm$ de hauteur sachant que l'interface est située à $80mm$ sous la surface libre. D'autre part le milieu est centré horizontalement sur la fondation. Des régions absorbantes de 10 mm d'épaisseur ont été ajoutées pour modéliser un milieu infini au-delà de la zone de simulation ; ainsi par construction nous savons que nous n'allons pas pouvoir obtenir les phénomènes de réflexion parasites sur les côtés ou sur le fond de la maquette que l'on observe sur les acquisitions MUSC.
La **géométrie d'acquisition** choisie est identique à celle de l'IFSTTAR.
La **source** utilisée a été obtenue par estimation de la source sur les traces sismiques de l'IFSTTAR. Nous précisons au chapitre 3 la démarche d'estimation de la source.
Les **propriétés du milieu de simulation** sont celles qui ont été mesurées sur les résines, ou que l'on a mesurées sur les sismogrammes réels, et que l'on a indiquées dans le tableau 2.3 ; précisons que l'on a choisi une même valeur de 50 pour les coefficients de qualité q_p et pour q_s dans les résines.

2.2.3.2 Résultats de simulation

Les sismogrammes de la 33ème source sont présentés à la figure 2.20. On constate que les phénomènes observés sont les mêmes sur la maquette et sur la simulation mis à par les phénomènes parasites qui n'ont bien sûr pas été modélisés.

Pour les 150 autres sources on retrouve la même famille de phénomènes physiques avec des différences d'énergie de chaque phénomène en raison du changement de l'éclairage de la fondation. Compte tenu de la ressemblance entre les sismogrammes obtenus avec la source 33 sur la maquette de l'IFSTTAR et les sismogrammes simulés avec la même géométrie d'acquisition et les mêmes propriétés de milieu, on estime que le programme de modélisation est pertinent dans la problématique des fondations de pylônes. Rappelons tout de même que la modélisation est 2D alors que le milieu est 3D ce qui explique certaines différences entre les sismogrammes. En particulier, on observe que l'atténuation géométrique de l'onde directe P est plus forte sur les sismogrammes réels que sur les

sismogrammes simulés car la modélisation est faite en 2D ; nous reviendrons plus en détail sur la possibilité de convertir des données 3D en données 2D dans la partie 5.1 du chapitre 5.

2.2.4 Conclusion

J'ai présenté ici l'outil de modélisation utilisé dans le cadre de l'imagerie des fondations de pylônes électriques. Il s'agit d'une modélisation visco-élastique en éléments finis Galerkin Discontinus. La modélisation est faite dans le domaine fréquentiel dans la perspective d'inverser rapidement les données en ne considérant que certaines fréquences et non l'intégralité du spectre. Travailler dans ce domaine permet aussi de modéliser simplement les bords absorbants - PML - du milieu modélisé et de prendre en compte simplement l'atténuation, ce qui est intéressant compte tenu de la grande influence de ce paramètre en proche surface.
Nous avons illustré la pertinence de cet outil sur des données maquette et nous allons maintenant présenter la démarche retenue pour l'inversion.

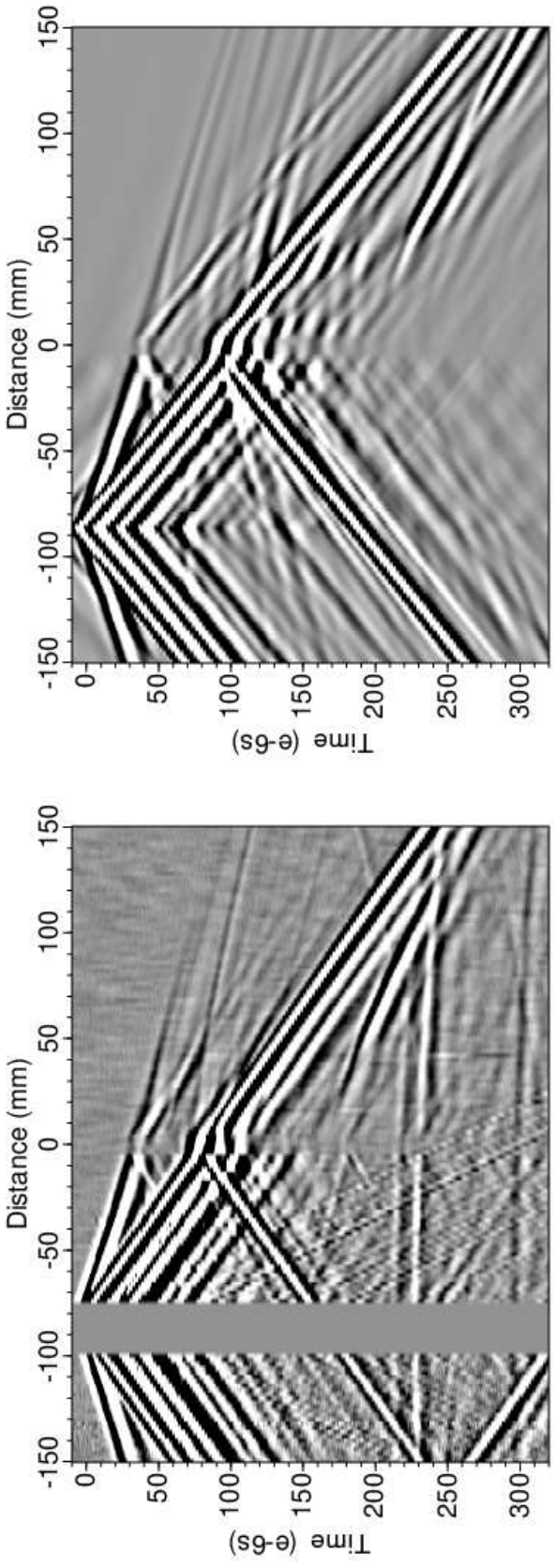

FIGURE 2.20 – Comparaison des sismogrammes expérimentaux (gauche) et des sismogrammes synthétiques (droite) obtenus avec la 33ème source sur la maquette IFSTTAR

Chapitre 3

Inversion

Sommaire

2.1 Description physique 35
2.1.1 Cadre Physique 36
2.1.2 Cadre Numérique de la résolution de l'équation d'onde 43
2.2 Comparaison des données simulées avec des données réelles (IFSTTAR) 63
2.2.1 L'acquisition sismique sur maquette 64
2.2.2 La maquette IFSTTAR 64
2.2.3 Simulations 71
2.2.4 Conclusion 72

Dans ce chapitre, nous décrivons et justifions la stratégie d'inversion de la forme d'onde retenue dans la perspective d'imager les fondations de pylônes. Pour avoir une vision d'ensemble de la méthode, le lecteur pourra se référer aux ouvrages de référence de Tarantola (1987) et de Menke (1984) ainsi qu'à la revue de Virieux et Operto (2009) qui détaille la théorie, les propriétés de la méthode et les applications concrètes de l'imagerie de la forme d'onde, classiquement désignée sous le nom de *Full WaveForm Inversion* (FWI). Concernant sa mise en oeuvre, nous avons utilisé le code développé par Brossier (2009) au cours de sa thèse dans la continuité des travaux de Sourbier *et al.* (2009a,b). Ce code a été appliqué sur des données synthétiques terrestres (Brossier *et al.*, 2009), sur des données synthétiques et réelles de très proche surface (Romdhane, 2010; Romdhane *et al.*, 2011), sur des données synthétiques et réelles dans le cadre de l'imagerie des cavités (Bretaudeau *et al.*, 2009) ainsi que sur des données pétrolières (Prieux *et al.*, 2011; Gholami *et al.*, 2010).

3.1 Principe de l'inversion

L'inversion de données a pour objectif de réduire la distance entre les propriétés du milieu synthétique utilisé dans la modélisation et le milieu réel.

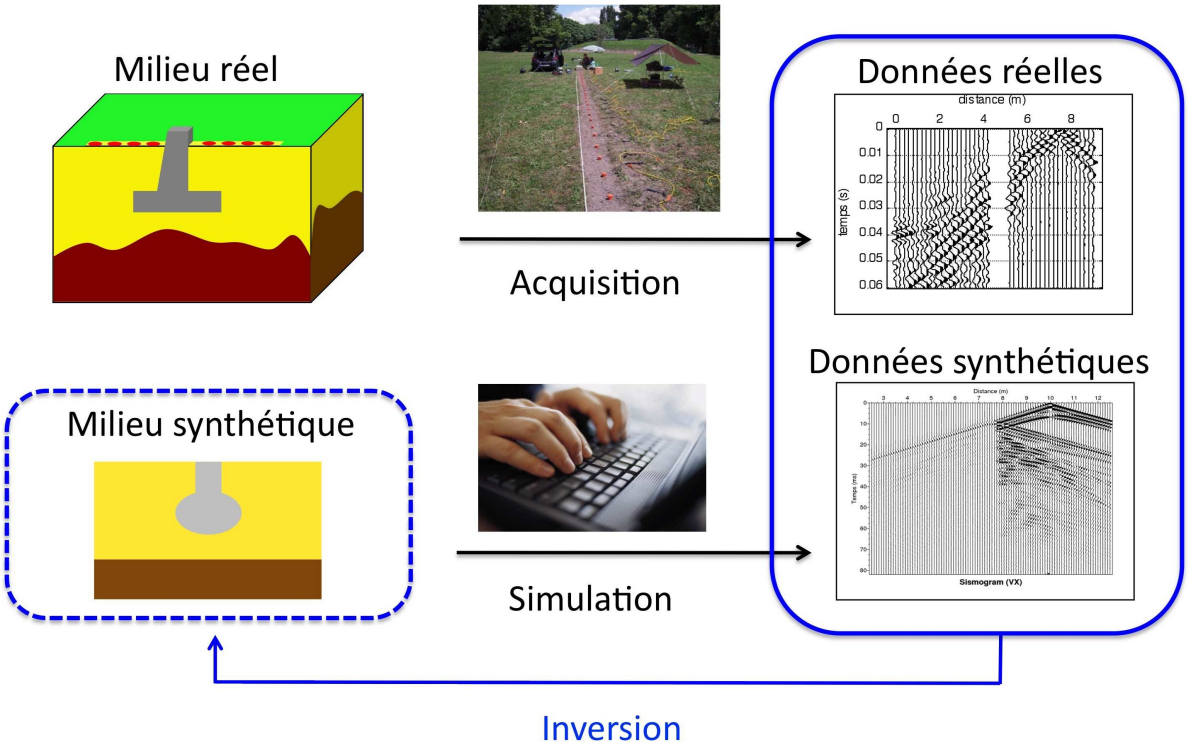

FIGURE 3.1 – Principe de l'inversion de données

Pour ce faire, on suppose que plus les données synthétiques ressemblent aux données réelles et plus les propriétés du milieu simulé et du milieu réel sont proches. L'inversion va donc consister à ajuster les propriétés du milieu modélisé de façon à minimiser la distance entre les données synthétiques et les données observées (figure 3.1). Il est important de préciser certains choix, en particulier

- la modélisation utilisée - ce point fait l'objet du chapitre précédent.
- la norme choisie pour comparer les données modélisées et les données réelles.
- la stratégie de minimisation de cette distance.

D'autre part, l'imagerie sismique fait partie des problèmes mal posés en raison d'un nombre d'équations bien inférieur au nombre d'inconnues. Il peut donc être intéressant de prendre en compte des informations supplémentaires sur le milieu reconstruit. Nous présenterons donc aussi l'évolution de la stratégie d'inversion en y intégrant des informations *a priori* sur le problème.
Commençons donc par décrire le critère utilisé pour comparer les données réelles et simulées.

3.2 Fonction coût

Pour quantifier la distance entre les données réelles et les données obtenues par modélisation, on doit utiliser une fonction positive dont la valeur augmente avec l'écart entre ces deux types de données ; en particulier, cette fonction doit donc être minimale lorsque les données synthétiques et réelles sont identiques. La quantification d'un écart entre deux jeux de données comporte une part d'arbitraire : il s'agit en effet d'une comparaison de vecteurs complexes qui peut donc se faire avec toutes les normes existantes dans le domaine complexe et ce choix a une incidence sur l'évolution de la reconstruction de l'image pendant le processus d'imagerie.
La fonction coût utilisée classiquement est la norme $\mathcal{L}_2$ en raison de la simplicité du formalisme qui en découle (Tarantola, 1984b; Pratt *et al.*, 1998; Brossier *et al.*, 2009) ; le choix de la norme est abordé plus en détail dans la partie 3.5. Son expression est la suivante (3.1).

$$C(\mathbf{m}) \;=\; \frac{1}{2}\left(\mathbf{d}(\mathbf{m})-\mathbf{d}_{obs}\right)^{\dagger}\mathbf{C}_D^{-1}\left(\mathbf{d}(\mathbf{m})-\mathbf{d}_{obs}\right) \tag{3.1}$$

où † est l'opérateur de transposition conjugaison, $\mathbf{d}(\mathbf{m})$ est le vecteur de données associé au modèle $\mathbf{m}$ et $\mathbf{C}_D$ est la matrice de covariance du vecteur de données.

Dans notre cas, les données sont exprimées dans le domaine de Fourier et sont donc complexes : l'opérateur de conjugaison permet alors d'obtenir une fonction coût réelle et positive. Dans notre problématique, on n'envisage pas de couplage entre les capteurs et, quelle que soit la proximité de deux capteurs consécutifs, on considère que le bruit enregistré par un capteur est indépendant du bruit des autres capteurs ; la matrice $\mathbf{C}_D$ est alors une diagonale dont chaque élément est l'énergie des résidus $\mathbf{d}(\mathbf{m})-\mathbf{d}_{obs}$ sur chaque récepteur.
Ainsi, on peut voir la matrice $\mathbf{C}_D$ comme un opérateur modulant les données en fonction du capteur qui les délivre. Dans la plupart des applications sur données synthétiques, nous choisirons par commodité une matrice $\mathbf{C}_D$ égale à l'identité ce qui revient à faire l'hypothèse raisonnable que l'énergie des résidus est la même quel que soit le récepteur. Sur les données réelles en revanche, on attribuera une forte valeur d'incertitude aux capteurs dont le bruit enregistré est manifestement plus élevé que sur les autres, phénomène lié à l'acquisition.

Après avoir défini mathématiquement la distance entre les données observées et les données synthétiques, nous allons minimiser cette expression selon une méthode d'optimisation. Il existe plusieurs méthodes de minimisation de fonction et leur principe dépend beaucoup de la propriété de linéarité entre les paramètres recherchés et les données. La démarche que l'on suit consiste à procéder à deux types d'inversion différents : l'un pour l'estimation la source et l'autre pour l'estimation des propriétés du milieu.

L'estimation de la source est faite dans un cadre simple d'inversion au sens des moindres carrés, ce problème étant linéaire (Song *et al.*, 1995). La reconstruction des propriétés du milieu en revanche est un problème non linéaire et requiert des outils plus poussés. Pour aborder les stratégies de minimisation de façon progressive, commençons par aborder l'inversion de la source.

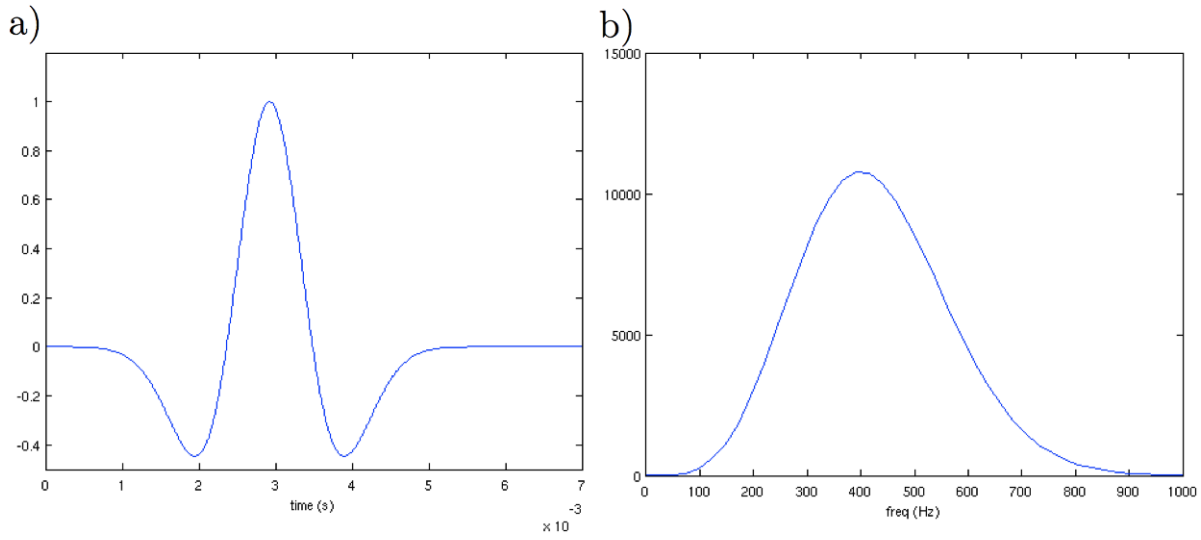

FIGURE 3.2 – Représentation temporelle (a) et spectrale (b) d'un *Ricker* centré sur $t_0 = 3$ms et de fréquence centrale $f_c = 400$Hz

3.3 Inversion de la source

La relation entre l'excitation du milieu élastique et les vibrations locales de ce milieu est linéaire comme nous l'avons vu précédemment (cf système d'équations 2.39 du chapitre 2). Les données en amplitude et en phase dépendent donc fortement du signal source ; son estimation est donc nécessaire à l'inversion de données réelles.
En termes de mise en oeuvre, l'estimation de la source peut se faire soit en même temps que l'estimation des propriétés du milieu, comme suggéré par Tarantola (1984b), soit de façon séparée en alternant chaque itération de l'inversion du milieu avec une étape d'inversion de la source, comme le suggère Pratt (1999). Nous utilisons ici la seconde démarche qui permet de travailler sans utiliser de fonction source *a priori*.

3.3.1 Une source méconnue

En sismique, les sources sont souvent modélisées par des fonctions de *Ricker* définie par l'expression :

$$r(t) = \left(1 - 2\pi^2 f_c^2 (t-\tau)^2\right) exp\left(-\pi^2 f_c^2 (t-\tau)^2\right) \tag{3.2}$$

où τ est l'instant pour lequel la fonction est maximale et f_c la fréquence pour laquelle la densité spectrale de puissance du signal est maximale (figure 3.2).

En sismique active terrestre, trois types de source sont classiquement utilisées :
- le marteau ou la chute de poids, qui sont des sources répandues en raison de leur simplicité de mise en oeuvre ;

- l'explosif, auquel on a recours lorsqu'on a besoin d'émettre une quantité d'énergie importante ;
- la source vibratoire, qui est principalement utilisée pour des applications terrestres. Elle permet de travailler avec un spectre en général plus large et de privilégier certaines fréquences à l'émission.

Quelle que soit la source utilisée, on ne connait pas précisément le signal source émis décrit au système d'équations (2.39) du chapitre 2 par les termes f_x et f_z. En plaçant un capteur au voisinage de la source et en supposant que le capteur n'est pas saturé, on peut avoir une idée du signal source mais de façon approximative car le signal enregistré alors dépend du milieu et contient une superposition d'ondes de volume et d'ondes de surface. Une idée alternative, dans le cas d'une source vibratoire, serait de considérer le signal de commande de cette source égal au signal d'émission. Cependant, la force exercée par la source vibratoire sur la surface du milieu n'est pas nécessairement proportionnelle à la commande ; la fonction de transfert de la source ainsi que le couplage entre la source et le sol vont influer sur la force produite d'une façon d'autant plus difficile à quantifier que le couplage va dépendre du sol et de la qualité du contact entre le sol et la source vibratoire. Ainsi, quelle que soit la source utilisée dans une acquisition, le signal source à l'origine des données est méconnu et il est nécessaire de procéder à une estimation de ce signal source à partir des données observées.
Précisons que l'estimation de la source ne permet pas d'identifier la nature (explosive ou force orientée) de la source car on estime un signal et non une distribution spatiale de l'énergie autour de la source.

3.3.2 Démarche d'estimation

Concrètement, l'estimation de la source en fréquence peut être décrite comme un problème d'inversion linéaire. En effet, à une pulsation ω_0 donnée, le système d'équations permettant de calculer le champ d'onde en chaque cellule peut s'écrire :

$$\mathbf{A}(\omega_0)\mathbf{u}(\omega_0) = \mathbf{b}(\omega_0) \tag{3.3}$$

où $\mathbf{A}$ est la matrice d'impédance du milieu, $\mathbf{u}$ est le vecteur des champs de vitesses particulaires et de contraintes et $\mathbf{b}$ est le vecteur source des forces volumiques et de contraintes volumiques. En chaque cellule, ce vecteur $\mathbf{b}$ décrit cinq champs permettant de modéliser soit une source de type force orientée, avec les composantes de force f_x et f_z, soit une source explosive, avec les composantes de contrainte et en particulier σ_{xx} et σ_{zz}, le terme σ_{xz} n'étant pas utilisé. Le terme source $\mathbf{b}$ peut se décomposer en deux contributions, l'une exprimant la répartition spatiale de la source qui est indépendante de la fréquence et que nous notons $\mathbf{r}_s$ et l'autre liée à la valeur de la transformée de Fourier du signal source pour cette pulsation ω_0 et que nous notons $s(\omega_0)$. Le terme de répartition spatiale contient deux *a priori* importants : d'une part, celui de la nature physique de la source que nous avons déjà abordé et d'autre part celui de la position de la source.

En résumé, le système (3.3) peut s'écrire $\mathbf{A}(\omega_0)\mathbf{u}(\omega_0) = s(\omega_0)\mathbf{r}_s$. Pour alléger la notation, nous choisirons l'écriture proposée en (3.4).

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = s\mathbf{r}_s \tag{3.4}$$

L'estimation de la source à une pulsation donnée consiste à calculer le terme source complexe s en supposant connue la répartition spatiale et le type de source $\mathbf{r}_s$. Ce problème peut être décrit comme un problème de minimisation de fonction coût : on cherche à ajuster la valeur de $s(\omega_0)$ de façon à minimiser la distance entre les données observées et les données simulées. En choisissant la norme $\mathcal{L}_2$, on retrouve donc la même fonction coût présentée précédemment (*cf équation (3.5)*). Pour alléger la notation, on considère $\mathbf{C}_D = \mathbf{I}$ et on ne mentionne pas la dépendance de la fonction coût par rapport aux propriétés du modèle $\mathbf{m}$; on obtient alors l'équation (3.6).

$$C(\mathbf{m}, s) = \frac{1}{2}(\mathbf{d}(\mathbf{m}, s) - \mathbf{d}_{obs})^\dagger(\mathbf{d}(\mathbf{m}, s) - \mathbf{d}_{obs}) \tag{3.5}$$

$$C(s) = \frac{1}{2}(\mathbf{d}(s) - \mathbf{d}_{obs})^\dagger(\mathbf{d}(s) - \mathbf{d}_{obs}) \tag{3.6}$$

Or la relation entre les données synthétiques $\mathbf{d}(s)$ et le scalaire complexe s est une relation linéaire (équation (3.7)).

$$\mathbf{d}(s) = \mathcal{P}\mathbf{u} = \mathcal{P}\mathbf{A}^{-1}s\mathbf{r}_s = s\mathcal{P}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{r}_s \tag{3.7}$$

où $\mathcal{P}$ est la matrice de projection des champs sur les cellules contenant des récepteurs et $\mathbf{A}$ est la matrice d'impédance du milieu. Le terme $\mathcal{P}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{r}_s$ est donc le vecteur de données à la pulsation ω_0 pour une source impulsionnelle de position donnée et pour des récepteurs de positions données. Il s'agit du vecteur prenant les valeurs de la fonction de Green entre la source et les récepteurs. On notera $\mathbf{g} = \mathcal{P}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{r}_s$ ce vecteur par la suite ce qui permet d'écrire $\mathbf{d}(s) = s\mathbf{g}$. La fonction coût est donc positive et quadratique par rapport au terme source s ; trouver la valeur de s minimisant la fonction coût revient alors à trouver la valeur de s pour laquelle la dérivée $\partial C/\partial s$ s'annule.
Or l'expression de cette dérivée est

$$\frac{\partial C(\mathbf{m}, s)}{\partial s} = \mathbf{d}'(s)^\dagger(\mathbf{d}(s) - \mathbf{d}_{obs}) = \mathbf{g}^\dagger(s\mathbf{g} - \mathbf{d}_{obs}) \tag{3.8}$$

et s'annule donc lorsque le terme s est tel que les résidus sont orthogonaux au vecteur $\mathbf{g}$.
En développant cette relation, on obtient la valeur du terme source (Pratt et Shipp, 1999) suivante :

$$s = \frac{\mathbf{g}^\dagger\mathbf{d}_{obs}}{\mathbf{g}^\dagger\mathbf{g}} \tag{3.9}$$

Plusieurs remarques sont à faire sur ce résultat : d'une part la valeur du coefficient s est obtenue en une seule étape et non de façon itérative. D'autre part, le vecteur $\mathbf{g}$

dépend des propriétés de ce milieu car il est directement lié à la fonction de Green du milieu à la pulsation ω_0 pour la position source envisagée. L'estimation de la source sera donc d'autant plus juste que les propriétés du milieu synthétique seront proches de celles du milieu réel, ce qui justifie de renouveler l'inversion de la source à l'issue de chaque itération du milieu. Ensuite, on a considéré ici une seule pulsation ω_0 car la démarche est identique pour un jeu de plusieurs pulsations ; il y aura alors une estimation de la valeur complexe du signal source pour chaque fréquence. On peut aussi noter que, sous l'hypothèse d'un bruit centré, l'estimation de la source au sens des moindres carrés sera d'autant plus robuste au bruit d'acquisition que le nombre de récepteurs sera élevé. Enfin, on a fait ici l'hypothèse d'une matrice de covariance égale à la matrice identité ; en reprenant la démarche précédente, on montre simplement que l'expression (3.9) se généralise en l'équation (3.10)

$$s = \frac{\mathbf{g}^\dagger \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{d}_{obs}}{\mathbf{g}^\dagger C_D^{-1} \mathbf{g}} \tag{3.10}$$

3.3.3 Intérêts d'inverser la source

Comme nous l'avons expliqué précédemment, l'inversion de la source est nécessaire à l'inversion du milieu et procède à une minimisation de la distance entre les données modélisées et les données observées. Cette minimisation a par ailleurs plusieurs intérêts :

- elle permet de nuancer l'influence dans les données synthétiques d'une mauvaise estimation de propriétés du milieu non inversées, comme l'atténuation.
- elle permet de prendre en compte un signal source plus complexe que prévu en raison d'émissions d'ondes secondaires - par rebond de la source physique ou déplacement inopiné de l'opérateur typiquement.
- le signal source estimé à chaque tir est un outil de diagnostic du bon déroulement de l'inversion basé sur l'hypothèse de la reproductibilité de la source. En effet, dans un milieu classique présentant de faibles hétérogénéités en surface, la propagation d'onde au voisinage de la source doit peu varier entre des sources consécutives. Si l'on obtient un signal source estimé très différent entre deux sources proches, alors il se peut qu'il y ait un problème lié à l'acquisition ; par exemple un mauvais positionnement de la source ou un retard de déclenchement. D'autre part, si les signaux sources estimés contiennent une partie de la signature du milieu réel, le milieu reconstruit ne sera pas correct ; ce risque diminue lorsque le nombre de récepteurs augmente.

Précisons, dans le cas d'une source reproductible et de données bruitées, qu'il est pertinent de considérer un signal source unique obtenu en moyennant les estimations des signaux source ce qui permet de réduire l'amplitude du bruit présent dans les données synthétiques d'un facteur $\sqrt{N_s}$, N_s étant le nombre de tirs source effectués.

3.4 Inversion du milieu par FWI

Dans notre problématique, le nombre N d'inconnues est relativement élevé - de l'ordre de 10^5 à 10^6 typiquement. Pour réaliser une optimisation multiparamètres, il existe deux familles de méthodes : les méthodes qui requièrent de calculer le gradient - généralisation de la dérivée en dimension N - et les autres. Parmi ces dernières, on peut citer la recherche par grille et la méthode du Simplex (Press *et al.*, 2007).

La recherche par grille consiste à explorer l'espace des modèles en jouant sur un nombre restreint de paramètres. On espère que le sous-ensemble de l'espace des modèles que l'on parcourt est suffisamment représentatif de la variabilité du milieu étudié. Cependant, d'une part ce type de méthode a un coût qui croît exponentiellement avec le nombre de paramètres à identifier ; par exemple si on considère que le nombre de paramètres est N_p et que le nombre de valeurs de chaque paramètre est constant et égal à N_v, le coût est alors de $N_v^{N_p}$. D'autre part l'échantillonnage des valeurs de chaque paramètre doit être suffisamment fin par rapport à la topographie de la fonction coût que l'on ne connait pas a priori.

La méthode du Simplex, quant à elle, consiste à explorer l'espace des solutions à partir de la donnée de $N + 1$ milieux auxquels on associe un milieu inial et N vecteurs. On obtient un polyèdre à $N + 1$ sommets que l'on déforme progressivement selon une succession de déformations géométriques simples en commençant par le sommet où la fonction coût est la plus élevée. Cette méthode est robuste et rapide d'implémentation mais elle converge très lentement. Elle est donc surtout appliquée à des problèmes de petite dimension dans lesquels on souhaite une minimisation rapide et efficace.

Dans la perspective de l'imagerie sismique des fondations de pylônes électriques, on préfère donc recourir à des méthodes locales qui utilisent le gradient de la fonction coût. Ainsi, nous nous plaçons dans le cadre de l'inversion de la forme d'onde complète - *full waveform inversion* (FWI) en anglais - qui fait partie des méthodes locales.
Pour une description détaillée de la théorie et des algorithmes associés aux méthodes d'inversion, nous invitons le lecteur à consulter les ouvrages de Nocedal et Wright (2006); Bonnans *et al.* (2000) et de Press *et al.* (2007).

3.4.1 Méthode du gradient

La première idée que l'on a lorsqu'on dispose de l'expression de la fonction coût est l'algorithme de la plus forte pente - *steepest descent* en anglais. Cette méthode consiste à perturber le modèle dans la direction dans laquelle la fonction coût décroît localement le plus, *i.e.* la direction du gradient et le sens opposé à celui du gradient. Cependant, cette méthode converge très lentement car elle ne prend pas en compte la concavité de la fonction coût. Ainsi, pour une fonction coût dépendant de deux paramètres et qui serait bien plus sensible à l'un qu'à l'autre, la convergence peut être très lente, comme le montre la figure 3.3.

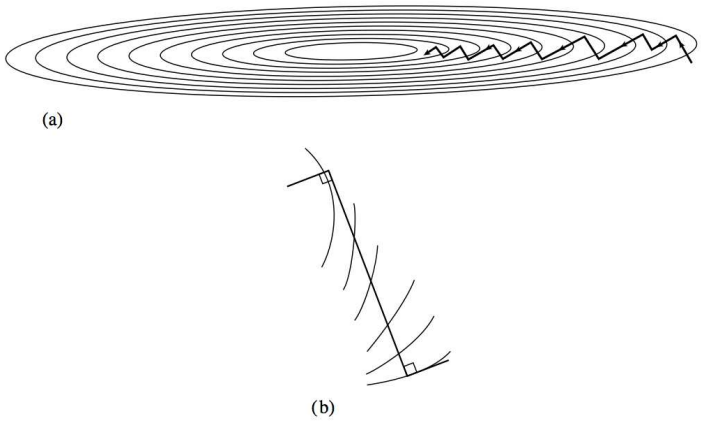

FIGURE 3.3 – Illustration du chemin de convergence de l'algorithme de *steepest descent* dans une cuve étroite (a). Zoom sur l'incrément de la fonction coût au cours d'une itération (b) : la direction de l'incrément est perpendiculaire à la ligne de niveau de la fonction coût pour le modèle de départ et cette direction tangente la ligne de niveau du modèle d'arrivée. D'après Press *et al.* (2007)

3.4.2 Le gradient conjugué

La méthode de la *steepest descent* ne prend pas en compte les directions du gradient aux itérations précédentes, et il se trouve souvent que la direction du gradient à une itération donnée est proche de l'une des directions précédentes du gradient. Pour éviter cette redondance, on utilise la méthode du gradient conjugué dans laquelle la perturbation est construite de façon à être conjuguée des perturbations des itérations précédentes (Nocedal et Wright, 2006). Cette stratégie permet de définir une base avec des vecteurs d'importance hiérarchisée et ainsi d'inverser prioritairement les directions les plus pertinentes. Nous ne détaillons pas cette méthode mais nous l'indiquons car elle possède, dans le cadre de l'imagerie sismique, des performances équivalentes à la méthode que nous avons utilisée, la méthode *Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno (BFGS)* à mémoire limitée classiquement appelée *L-BFGS*, (Nocedal, 1980).

Pour pallier le problème de la *steepest descent*, on utilise en effet une méthode qui prend en compte la convexité de la fonction coût à chaque itération.

3.4.3 La méthode de Newton

3.4.3.1 Méthode de Newton dans un milieu à une dimension

Le problème que l'on cherche à résoudre est un problème de grande dimension non linéaire. Pour ce type de problème, l'une des démarches classiquement utilisées est la méthode de Newton. Dans le cadre de la minimisation de fonction, cette méthode consiste à rechercher le minimum de la fonction coût en localisant l'annulation de sa dérivée. Pour illustrer simplement cette démarche, on considère une fonction coût polynomiale à un

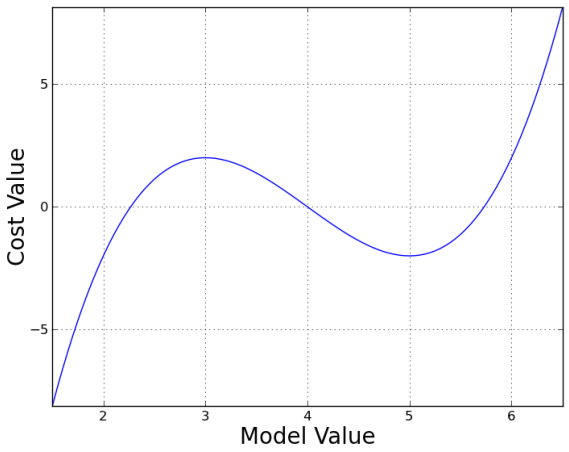

FIGURE 3.4 – Représentation de la fonction coût (3.11)

seul paramètre d'équation (3.11).

$$C(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 52 \tag{3.11}$$

où le vecteur de paramètres $\mathbf{m}$ est réduit au scalaire x. Cette fonction coût est représentée à la figure 3.4 et l'on va s'intéresser ici à la recherche du minimum situé en $x = 5$. Sur la figure 3.5 sont représentées en couleur bleue la fonction coût (a) et sa dérivée (b). La démarche de Newton consiste à rechercher le zéro de la dérivée de façon itérative en supposant que la fonction à minimiser est un polynôme d'ordre deux. Concrètement, à partir d'un modèle initial x_0, on définit le modèle itéré x_1 à l'intersection de la tangente à la dérivée $C'(x)$ de la fonction coût au point $(x_0,C'(x_0))$ et l'axe des abscisses. Sur la figure 3.5, la partie utile de la tangente est représentée par un segment vert et l'intersection par un tiret épais rouge. L'incrément $\delta x_0 = x_1 - x_0$ peut donc être défini par l'équation $\delta x_0 = -C'(x_0)/C''(x_0)$. On généralise l'incrément de la méthode de Newton en dimension 1 par l'équation (3.12).

$$\delta x_i = -C''(x_i)^{-1} C'(x_i) \tag{3.12}$$

Lorsqu'on applique cet algorithme, on peut constater qualitativement l'évolution de la fonction coût sur la figure 3.5 a). L'illustration quantitative de cette convergence sur 5 itérations est présentée au tableau 3.1.
Cependant, la méthode de Newton requiert certaines hypothèses. Précisons les conditions nécessaires de convergence vers la bonne solution de l'algorithme de Newton en utilisant cet exemple 1D comme support.

- la fonction coût doit être convexe : autrement dit son hessien doit être positif. Dans le cas d'un problème à une seule dimension, cela signifie que, quelle que soit la valeur x du modèle, il faut que $C''(x) > 0$. Dans l'exemple de fonction coût présenté précédemment (*cf éq. (3.11)*), le hessien est strictement positif pour $x > 4$;

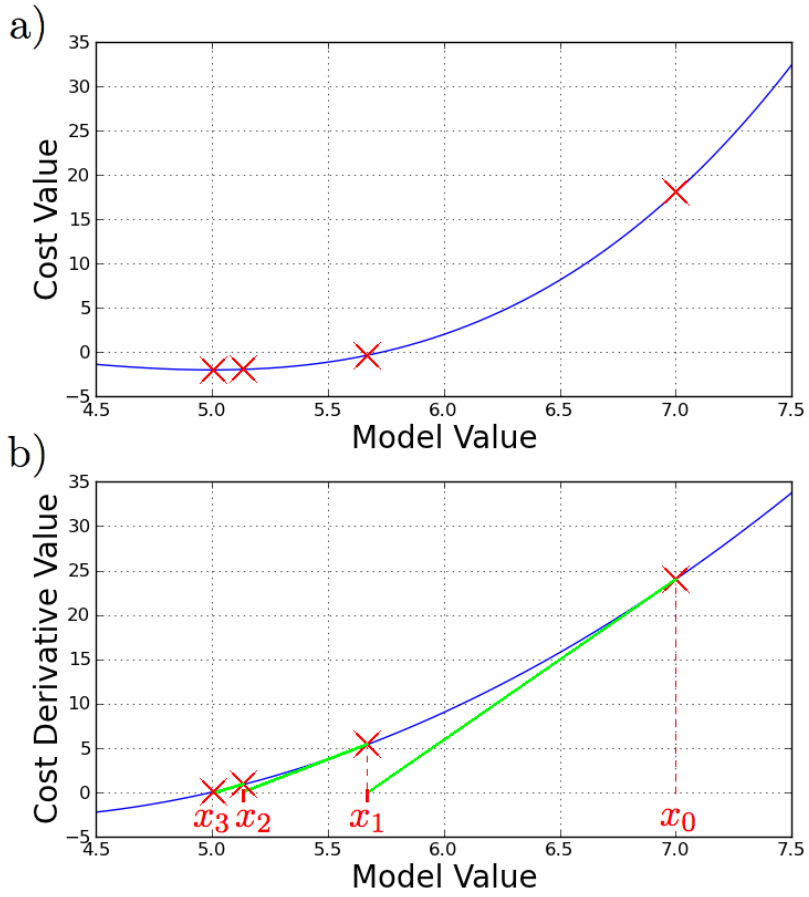

FIGURE 3.5 – Illustration de l'algorithme de Newton en dimension 1. a) : fonction coût (bleu) ; b) : dérivée de la fonction coût (bleue), tangentes à la fonction coût (vert) et modèles successifs (rouge)

Itération i	x	C(x)	C'(x)	C"(x)	δ_i	Erreur
0	7,0	18,0	2,4 e+1	18,0	-1,3 e0	2,0 e0
1	5,7	-0,4	5,3 e0	10,0	-5,3 e-1	6,7 e-1
2	5,1	-1,9	8,5 e-1	6,8	-1,3 e-1	1,3 e-1
3	5,01	-2,0	4,7 e-2	6,0	-7,8 e-3	7,8 e-3
4	5,00...	-2,0	1,8 e-4	6,0	-3,1 e-5	3,1 e-5
5	5,00...	-2,0	2,8 e-9	6,0	-4,7 e-10	4,7 e-10

TABLE 3.1 – Evolution du modèle x au cours des itérations de l'algorithme de Newton sur la fonction coût représentée à la figure (3.4)

ainsi, lorsque $x_0 > 4$ l'algorithme de Newton converge vers $x = 5$. Cependant, pour $x < 4$, on a $C''(x) < 0$ et $C'(x)$ s'annule en $x = 3$, valeur pour laquelle la fonction coût est donc maximale. En effet, l'algorithme de Newton converge vers un modèle pour lequel la dérivée du coût est nulle. Ce peut être un minimum si le hessien

est défini négatif ou un maximum s'il est défini positif ; ainsi, lorsque $x_0 < 4$, l'algorithme de Newton converge vers la valeur $x = 3$.
- le modèle initial ne doit pas être trop éloigné de la solution. Cette condition est bien sûr liée au domaine de modèles sur lequel la matrice hessien de la fonction coût est définie positive.
- pour garantir la convergence vers la solution du problème, il faut que la fonction coût soit dérivable au voisinage de la solution.
- la nécessité d'un critère d'arrêt des itérations, même si la méthode de Newton converge en général beaucoup plus rapidement que les autres méthodes.

3.4.3.2 Méthode de Newton en dimension N

Nous avons présenté l'algorithme de Newton en dimension 1 ce qui a permis de présenter intuitivement cette démarche et de mettre en évidence les contraintes qui lui sont associées. Nous présentons ici la démarche générale en dimension N quelconque.

La démarche de Newton consiste à approximer la fonction coût au voisinage du modèle courant par une fonction quadratique des paramètres du milieu. Ainsi, au voisinage d'un modèle $\mathbf{m}_0$, on considère que la fonction coût $C(\mathbf{m})$ peut être approximée par une expression quadratique $\tilde{C}(\mathbf{m})$ qui correspond à un développement de Taylor limité à l'ordre 2, (*cf éq. (3.13)*).

$$\tilde{C}(\mathbf{m}) = C(\mathbf{m}_0) + \left.\frac{\partial C}{\partial \mathbf{m}}\right|_{\mathbf{m_0}} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) + \frac{1}{2}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)^T \left.\frac{\partial^2 C}{\partial \mathbf{m}^2}\right|_{\mathbf{m_0}} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) \tag{3.13}$$

Une fonction quadratique n'a qu'un seul minimum ; on peut donc associer à cette interpolation quadratique un unique modèle $\tilde{\mathbf{m}}$ qui minimise $\tilde{C}(\mathbf{m})$. Ainsi le modèle $\tilde{\mathbf{m}}$ est simplement défini par l'annulation de la dérivée de $\tilde{C}$.

$$\left.\frac{\partial \tilde{C}}{\partial \mathbf{m}}\right|_{\tilde{\mathbf{m}}} = 0 \rightarrow \left.\frac{\partial C}{\partial \mathbf{m}}\right|_{\mathbf{m}_0} + \left.\frac{\partial^2 C}{\partial \mathbf{m}^2}\right|_{\mathbf{m}_0} (\tilde{\mathbf{m}} - \mathbf{m}_0) = 0 \tag{3.14}$$

On peut donc définir le modèle $\tilde{\mathbf{m}}$ minimisant $\tilde{C}$ selon l'équation (3.15).

$$\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{m}_0 - \left(\left.\frac{\partial^2 C}{\partial \mathbf{m}^2}\right|_{\mathbf{m}_0} \right)^{-1} \left.\frac{\partial C}{\partial \mathbf{m}}\right|_{\mathbf{m}_0} \tag{3.15}$$

Dans le cas d'une fonction non quadratique, le raisonnement précédent s'applique pour chaque modèle $\mathbf{m}_k$ obtenu à l'issue de la $k^{\text{ième}}$ itération. On obtient alors l'expression (3.16) de l'incrément du modèle.

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k - \left(\left.\frac{\partial^2 C}{\partial \mathbf{m}^2}\right|_{\mathbf{m}_k} \right)^{-1} \left.\frac{\partial C}{\partial \mathbf{m}}\right|_{\mathbf{m}_k} \tag{3.16}$$

On peut vérifier que l'expression de l'incrément (3.16) correspond bien à la généralisation à plusieurs dimensions de l'incrément d'un milieu à une dimension (3.12). D'autre

part, on vérifie que l'algorithme de Newton seul ne garantit pas la convergence vers un minimum. La convergence peut même se faire vers un maximum puisque la méthode de Newton converge vers le point stationnaire le plus proche (Bonnans *et al.*, 2000, p. 52). La décroissance de la fonction coût est vérifiée si le gradient est de sens opposé à l'incrément, ce qui se traduit mathématiquement par la condition (3.17) :

$$\left.\frac{\partial C}{\partial \mathbf{m}}\right|_{\mathbf{m}_k} (\mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k) < 0 \tag{3.17}$$

Ce qui est équivalent, d'après l'annulation de la dérivée de la fonction coût approximée (3.14) au modèle $\mathbf{m}_k$, à la condition (3.18).

$$\frac{1}{2}(\mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k)^T \left.\frac{\partial^2 C}{\partial \mathbf{m}^2}\right|_{\mathbf{m}_k} (\mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k) > 0 \tag{3.18}$$

Cette condition étant nécessaire et suffisante, le hessien doit être défini positif pour que l'incrément de la méthode de Newton fasse diminuer la fonction coût, (Bonnans *et al.*, 2000). Or, dans le cas général, cette condition n'est pas forcément satisfaite et l'estimation du hessien exact est coûteuse. C'est pourquoi les méthodes quasi-Newton, moins coûteuse et garantissant une estimation définie positive du hessien, sont préférées à la méthode exacte de Newton (Nocedal et Wright, 2006). Notons tout de même que la méthode de Newton a dernièrement été testée dans le cadre de la FWI par Métivier *et al.* (2012) qui a montré son applicabilité avec des moyens de calcul conventionnels et sa pertinence dans un milieu avec de nombreux diffractants malgré son coût de calcul élevé.

3.4.4 Calcul du gradient

La méthode de Newton et celle de la plus forte pente requièrent le calcul du gradient pour identifier une direction de décroissance de la fonction coût. Nous présentons ici le calcul du gradient selon la démarche proposée par Pratt *et al.* (1998) avant de préciser son interprétation physique et son implémentation.

3.4.4.1 Expression du gradient

La fonction coût que l'on considère est la norme $\mathcal{L}_2$.

$$C(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\Delta\mathbf{d}^t\Delta\mathbf{d}^* \tag{3.19}$$

les résidus $\Delta\mathbf{d}$ étant définis par $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{obs}$. Or le gradient de l'expression (3.19) par rapport aux paramètres du modèle s'écrit

$$\nabla_m C = \frac{\partial C(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \tag{3.20}$$

$$= \mathcal{R}\{\left(\frac{\partial \Delta\mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}}\right)^t \Delta\mathbf{d}^*\} \tag{3.21}$$

et les données synthétiques sont définies par la projection $\mathbf{d}(\mathbf{m}) = \mathcal{P}\mathbf{u}(\mathbf{m})$ où $\mathbf{u}(\mathbf{m})$ est le vecteur des champs physiques se propageant dans le milieu pour le jeu de fréquences envisagé. Ainsi, l'expression (3.21) peut s'écrire :

$$\nabla_m C = \mathcal{R}\{\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{m}}\right)^t \mathcal{P}^t \Delta \mathbf{d}^*\} \tag{3.22}$$

L'équation de modélisation s'écrit $\mathbf{A}(\mathbf{m})\mathbf{u}(\mathbf{m}) = \mathbf{s}$, donc

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{m}} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}}\mathbf{u} + \mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{m}} \tag{3.23}$$

Or la source est indépendante des propriétés du milieu donc $\partial \mathbf{s}/\partial \mathbf{m} = 0$, d'où

$$\mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{m}} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}}\mathbf{u} \tag{3.24}$$

De plus, la matrice $\mathbf{A}$ est inversible donc,

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{m}} = -\mathbf{A}^{-1}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}}\mathbf{u} \tag{3.25}$$

Ainsi l'expression du gradient devient

$$\nabla_m C = -\mathcal{R}\{\mathbf{u}^t \frac{\partial \mathbf{A^t}}{\partial \mathbf{m}}(\mathbf{A}^{-1})^t \mathcal{P}^t \Delta \mathbf{d}^*\} \tag{3.26}$$

or les matrices $\mathbf{A}$ et $\mathbf{A^{-1}}$ sont symétriques par principe de réciprocité spatiale (Claerbout, 1976), donc

$$\nabla_m C = -\mathcal{R}\{\mathbf{u}^t \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{m}}\mathbf{A}^{-1}\mathcal{P}^t \Delta \mathbf{d}^*\} \tag{3.27}$$

L'intérêt de l'expression (3.27) est qu'elle ne requiert pas le calcul très coûteux des termes de la matrice de Fréchet. En effet, comme nous allons le voir dans la partie suivante, cette formule montre que le gradient peut être construit en faisant deux problèmes directs. L'expression que nous venons de présenter par une démarche algébrique (Pratt *et al.*, 1998) peut aussi être construite selon la méthode d'analyse fonctionnelle de l'état adjoint formalisée mathématiquement par Lions (1972). Plessix (2006) rappelle la formulation théorique de l'état adjoint et présente son adaptation à l'imagerie sismique.

3.4.4.2 Interprétation physique du gradient

Pour interpréter le gradient de la fonction coût (3.27), on considère la composante correspondant à une unique perturbation m_i du milieu en la cellule i.

$$\nabla_{m_i} C = -\mathcal{R}\{\mathbf{u}^t \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i}\mathbf{A}^{-1}\mathcal{P}^t \Delta \mathbf{d}^*\} \tag{3.28}$$

Le terme $\mathbf{A}^{-1}$ étant une matrice de propagation dans le milieu, cette expression peut être décrite comme le produit dans le domaine fréquentiel du champ $\mathbf{u} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{s}$ avec le champ $\mathbf{A}^{-1}\mathcal{P}^t\Delta\mathbf{d}^*$ pondéré par le diagramme de rayonnement du paramètre m_i, $\partial\mathbf{A}/\partial m_i$.

Dans le domaine temporel, ce produit peut être interprété comme l'intercorrélation du champ d'onde généré par la source $\mathbf{s}$ dans le milieu synthétique et du champ issu des récepteurs ayant les résidus retournés dans le temps comme signal source avec la même pondération par le diagramme de rayonnement du paramètre m_i (Lailly, 1983; Tarantola, 1984b). L'expression (3.27) du gradient est proche du milieu obtenu en migration par retournement temporel, *reverse time migration* (RTM) en anglais, à ceci près que la RTM rétropropage l'ensemble des données en réflexion des récepteurs et non les résidus (Baysal *et al.*, 1983; Fink, 1993). Ainsi, comme les données sont égales aux résidus dans le modèle initial, la première itération de l'imagerie de la forme d'onde par la méthode de la plus forte pente sur l'ensemble des sismogrammes en temps, ou sur l'ensemble des données en fréquences, est identique à une migration par retournement temporel (Pratt *et al.*, 1998).

En termes d'implémentation, la construction de la direction du gradient requiert de résoudre deux problèmes directs : le premier pour calculer le champ incident $\mathbf{u}$ et le second pour rétropropager les résidus $\Delta\mathbf{d}$.

En imagerie sismique, la méthode de la plus forte pente a été appliquée sur des données synthétiques dans le domaine temporel en acoustique (Gauthier *et al.*, 1986) puis en élastique (Mora, 1987). Elle a ensuite été mise en oeuvre dans le domaine fréquentiel en acoustique (Pratt et Worthington, 1990) et en élastique (Pratt, 1990). A l'époque, il n'y a pas eu de tentative d'utiliser le hessien pour des raisons de temps de calcul. Cependant la courbure locale de la fonction coût permet de déterminer une direction de descente plus pertinente, ce qui est désormais possible avec les moyens de calcul actuels.

3.4.5 Calcul du hessien

Dans cette partie, nous présentons le sens physique du hessien à partir de sa définition mathématique. Nous abordons ensuite les simplifications classiquement appliquées à l'expression du hessien avant de présenter et de justifier le choix de l'algorithme L-BFGS que nous avons utilisé.

3.4.5.1 Expression et Interprétation du hessien

Commençons par décrire mathématiquement le hessien. Par définition, la $i^{\text{ième}}$ ligne et la $j^{\text{ième}}$ colonne du hessien s'écrit selon l'expression (3.29)

$$H_{ij} \;=\; \frac{\partial^2 C}{\partial m_i \partial m_j} \tag{3.29}$$

où $C = 1/2\Delta\mathbf{d}^t\Delta\mathbf{d}^*$ et $\Delta\mathbf{d}$ est le vecteur colonne des résidus choisi avec la convention de signe $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d} - \mathbf{d}_{obs} = \mathcal{P}\mathbf{u} - \mathbf{d}_{obs}$. En utilisant la même démarche que précédemment,

on peut donc écrire

$$H_{ij} = \frac{\partial}{\partial m_i}\left(\frac{\partial C}{\partial m_j}\right) \tag{3.30}$$

$$= \frac{\partial}{\partial m_i}\mathcal{R}\left\{\frac{\partial \delta \mathbf{d}^t}{\partial m_j}\right\} \tag{3.31}$$

$$= \mathcal{R}\left\{\frac{\partial \delta \mathbf{d}^t}{\partial m_j}\frac{\partial \delta \mathbf{d}^*}{\partial m_i} + \frac{\partial^2 \delta \mathbf{d}^t}{\partial m_i \partial m_j}\delta \mathbf{d}^*\right\} \tag{3.32}$$

On note $\mathbf{J}$ la matrice des dérivées de Fréchet. D'après la relation (3.32), chaque composante du hessien peut se décomposer en deux termes :

$$H_{ij} = H_{p,ij} + H_{s,ij} \quad \text{avec} \begin{cases} H_{p,ij} = \mathcal{R}\left\{\frac{\partial \delta \mathbf{d}^t}{\partial m_j}\frac{\partial \delta \mathbf{d}^*}{\partial m_i}\right\} \\ H_{s,ij} = \mathcal{R}\left\{\frac{\partial^2 \delta \mathbf{d}^t}{\partial m_i \partial m_j}\delta \mathbf{d}^*\right\} \end{cases} \tag{3.33}$$

Ainsi, la matrice hessien $\mathbf{H}$ se décompose elle même en deux termes $\mathbf{H}_p$ et $\mathbf{H}_s$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_s \quad \text{avec} \begin{cases} \mathbf{H}_p = \mathbf{J}^t\mathbf{J}^* \\ \mathbf{H}_s = (\frac{\partial \mathbf{J}^t}{\partial \mathbf{m}^t})(\delta \mathbf{d}^* \;\; \delta \mathbf{d}^* \;\; \cdots \;\; \delta \mathbf{d}^*) \end{cases} \tag{3.34}$$

Cette décomposition se justifie pour des raisons pratiques de calcul et des raisons physiques. En effet, d'une part le terme $\mathbf{H}_p$ est beaucoup plus simple à calculer que le terme $\mathbf{H}_s$ (Pratt *et al.*, 1998) et d'autre part les deux composantes $\mathbf{H}_p$ et $\mathbf{H}_s$ ont des rôles bien distincts dans le hessien.

Le terme $\mathbf{H}_p$ est constitué du produit des dérivées premières des données modélisées $\mathbf{d}$ par rapport au modèle, ce qui correspond à une corrélation dans le domaine temporel entre les champs aux dérivées partielles par rapport à une perturbation des propriétés du milieu. $\mathbf{H}_p$ s'exprime par :

$$H_{p,ij} = \frac{\partial \delta \mathbf{d}^t}{\partial m_j}\frac{\partial \delta \mathbf{d}^*}{\partial m_i} \tag{3.35}$$

$$= \frac{\partial \mathbf{u}^t}{\partial m_j}\mathcal{P}^t\mathcal{P}\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial m_i} \tag{3.36}$$

Or, ces champs de dérivées sont relativement décorrélés entre eux : pour des points éloignés cette décorrélation est claire. Pour des points voisins, en revanche, une corrélation non nulle existe (avec le cas particulier de l'autocorrélation qui, elle, est bien sûr élevée). Précisons que la corrélation entre deux points voisins diminue avec la fréquence. $\mathbf{H}_p$ est donc une matrice principalement diagonale dont l'extension au-delà de la diagonale est d'autant plus faible que la fréquence est élevée. Cette structure est donc proche de celle d'une matrice de lissage. D'autre part, pour un même point diffractant et une même propriété dérivée, l'autocorrélation du champ dérivé est d'autant plus faible que le point diffractant est éloigné du dispositif d'acquisition à cause de l'atténuation géométrique.

Le terme $\mathbf{H}_s$ fait intervenir les dérivées partielles d'ordre deux des champs incidents $\partial \mathbf{J}^t / \partial \mathbf{m}^t$. De même que la matrice des dérivées premières $\mathbf{J}$ du champ incident traduit l'effet de chaque perturbation locale du milieu sur le champ incident sous forme de diffraction simple de ce champ, la matrice des dérivées partielles d'ordre deux traduit l'effet de chaque paire de perturbations locales du milieu sous forme de diffractions doubles du champ incident. Ainsi le terme $\mathbf{H}_s$ traduit l'effet de l'intercorrélation entre le champ incident double diffracté et les résidus. Ce terme est pertinent en présence de nombreuses diffractions multiples dans les données ; en effet, en une seule itération la donnée résultant d'une double diffraction peut être interprétée dans le modèle comme la présence de deux diffractants alors que la méthode du Gradient ne peut interpréter de double-diffractions qu'au prix de plusieurs itérations.

La méthode de Newton est coûteuse et l'on considère souvent qu'il est préférable de payer le prix de plusieurs itérations en utilisant une expression approchée du hessien plutôt que le prix du calcul du hessien exhaustif. Présentons les méthodes quasi-Newton associées au choix d'une approximation du hessien exact $\mathbf{H}$.

3.4.5.2 Les méthodes de Quasi-Newton

Compte tenu du coût prohibitif du calcul du hessien, des méthodes proposent de calculer l'incrément selon la formule (3.37) :

$$\delta \mathbf{m}_k = -\mathbf{B}^{-1} \nabla_m C(\mathbf{m}_k) \tag{3.37}$$

où $\mathbf{B}$ peut être une approximation du hessien ou, de façon plus générale, un préconditionneur du gradient. Commençons par présenter la plus simple de ces méthodes.

Gauss-Newton : L'idée de la méthode de Gauss-Newton réside dans l'hypothèse que le terme de dérivée seconde $\mathbf{H}_s$ est négligeable devant $\mathbf{H}_p$ de telle sorte que $\mathbf{H} \simeq \mathbf{H}_p$. Cette hypothèse est d'autant plus justifiée que le modèle courant est proche de la solution (Tarantola, 1987). Elle présente par ailleurs l'intérêt d'éviter le calcul de H_s.

Ainsi la perturbation de Gauss-Newton s'écrit $\delta \mathbf{m}_k = -\mathbf{H}_p^{-1} \nabla_m C$. L'opérateur inverse H_p^{-1} permet de renforcer les perturbations dans les zones faiblement éclairées et de corriger l'effet de l'atténuation sur le gradient (Shin *et al.*, 2001b) ; on parle alors de mise à l'échelle de la perturbation. En effet, les termes de la diagonale de $\mathbf{H}_p$ ont des valeurs d'autant plus faibles que les points du milieu associés sont faiblement éclairés par le dispositif d'acquisition : les champs intercorrélés étant de faible amplitude pour des diffractants éloignés, l'opérateur H_p^{-1} aura tendance à renforcer ces diffractants et donc à corriger l'effet de l'atténuation géométrique sur la perturbation. D'autre part, la matrice $\mathbf{H}_p$ étant un opérateur de lissage, la matrice inverse $\mathbf{H}_p^{-1}$ est un opérateur de focalisation des diffractants. Concrètement l'implémentation de l'approximation du hessien au sens de Gauss-Newton utilise la formulation implicite des dérivées de Fréchet sous forme d'intercorrélation que nous avons vue pour le gradient. Chaque terme du

hessien de Gauss-Newton a donc pour expression (3.38) :

$$\mathbf{B}_{ij} = \Re\{\boldsymbol{s}^t(\boldsymbol{A^{-1}})^t[\frac{\partial \boldsymbol{A}^t}{\partial m_i}]\boldsymbol{A}^{-1}\mathcal{P}^t\mathcal{P}\boldsymbol{A^{*-1}}[\frac{\partial \boldsymbol{A}^*}{\partial m_j}]\boldsymbol{A}^{*-1}\boldsymbol{s}^*\} \tag{3.38}$$

ce qui, comme pour le gradient, peut être obtenu en évitant le calcul explicite des dérivées de Fréchet. Notons que ce hessien approché est défini positif, ce qui permet de dire que l'algorithme de Gauss-Newton permet de faire diminuer la fonction coût à chaque itération du modèle.

Pseudo hessien : Si l'expression (3.38) demande moins de calcul que le hessien exact, elle nécessite toutefois de calculer le terme $\boldsymbol{A}^{-1}\mathcal{P}^t$, c'est à dire l'ensemble des fonctions de Green obtenues pour une source située en chaque récepteur soit n_{rec} problèmes directs supplémentaires où n_{rec} est le nombre de récepteurs. Dans le but d'alléger le calcul, Shin *et al.* (2001a) choisissent de ne calculer que le terme $\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{B}}$ selon l'expression (3.39).

$$\tilde{\mathbf{B}}_{ij} = \Re\{\boldsymbol{s}^t(\boldsymbol{A^{-1}})^t[\frac{\partial \boldsymbol{A}^t}{\partial m_i}][\frac{\partial \boldsymbol{A^*}}{\partial m_j}]\boldsymbol{A}^{*-1}\boldsymbol{s}^*\} \tag{3.39}$$

Estimation diagonale du hessien : Dans le but de simplifier le calcul de l'inverse du hessien de Gauss-Newton, il est possible de ne considérer que les termes diagonaux de $\mathbf{H}_p$ en renonçant alors à l'effet de focalisation de l'opérateur $\mathbf{H}_p^{-1}$. Ainsi, la perturbation associée est

$$\delta\mathbf{m}_k = -(diag\mathbf{H}_p)^{-1}\nabla_m C \tag{3.40}$$

Cette simplification peut aussi se faire sur la relation (3.39) de façon à tirer profit de la réduction du coût de calcul. On travaille alors avec l'incrément décrit à l'équation (3.41) :

$$\delta\mathbf{m}_k = -(diag\tilde{\mathbf{B}})^{-1}\nabla_m C \tag{3.41}$$

Shin *et al.* (2001a) mettent en évidence la pertinence de ce choix sur des données synthétiques 2D obtenues à la surface d'un milieu acoustique stratifié. La structure de la diagonale du hessien des termes $\mathbf{H}_p$ et $\tilde{\mathbf{B}}$ est alors très proche.

Amélioration du conditionnement de la matrice : Dans les zones faiblement illuminées, l'intercorrélation des champs des dérivées partielles est très faible si bien que la valeur de la diagonale du hessien de Gauss-Newton contient des valeurs très faibles qui affaiblissent le conditionnement de la matrice H_p et donc de $diag\tilde{\mathbf{B}}$ car le produit des termes diagonaux d'une matrice carrée est égal au produit de ses valeurs propres. Concrètement, ce problème se traduit par une amplification excessive des zones faiblement illuminées de chaque perturbation (Shin *et al.*, 2001b). Pour remédier à l'éventualité d'un mauvais conditionnement de la matrice $diag\mathbf{H}_p$, Levenberg (1944) et Marquardt (1963)

proposent d'ajouter un terme réel ϵ à chaque terme de $diag(\mathbf{H}_p)$. On travaille alors avec la perturbation (3.42).

$$\delta\mathbf{m}_k = -\left[diag\mathbf{H}_p(\mathbf{m}_k) + \epsilon N_{Hp}\mathbf{I}\right]^{-1} \nabla_m C(\mathbf{m}_k) \tag{3.42}$$

où N_{Hp} est la valeur maximale de la diagonale de $\mathbf{H}_p$. Une trop forte valeur de ϵ fait perdre l'intérêt du calcul du pseudo-hessien car la direction de l'incrément devient alors celle du simple gradient. Inversement, une trop faible valeur n'améliore pas le conditionnement. Il faut donc veiller à régler correctement ϵ. Typiquement on prend des valeurs comprises entre 10^{-2} et 10^{-5}.Pour des modèles dont on souhaite reproduire correctement des structures profondes, il faut privilégier de faibles valeurs ($\sim 10^{-5}$) de façon à compenser correctement l'atténuation géométrique dans le pseudo-hessien. A l'inverse, dans un milieu pour lequel la région profonde est de peu d'intérêt car vraisemblablement homogène, on pourra prendre un ϵ élevé ($\sim 10^{-2}$).

Dans le cadre de l'imagerie des fondations de pylônes électriques, nous allons procéder à une estimation itérative du hessien exact à partir d'un hessien initial donné. Le choix par défaut de ce hessien initial est la matrice identité. Or, on peut aussi choisir une valeur plus proche du hessien exact pour l'estimation de la courbure locale de la fonction coût. Dans notre cas, nous allons travailler avec la diagonale du pseudo-hessien (3.41) comme estimation du hessien initial. Ainsi, au début de l'algorithme on renonce d'une part à l'interprétation des doubles diffractions à chaque itération et d'autre part à la focalisation des diffractants. Cependant, d'une part avec ce hessien initial on conserve une matrice définie positive représentative de l'illumination du milieu, ce qui permet la mise à l'échelle de la perturbation, et d'autre part le processus itératif va progressivement permettre l'interprétation des doubles diffractions et la focalisation des diffractants.

3.4.5.3 L'algorithme L-BFGS

L'imagerie sismique est un problème dans lequel le nombre d'inconnues à identifier est grand - typiquement de l'ordre de 10^5 - et qui requiert donc une méthode stockant peu d'informations. L'algorithme à mémoire limitée de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno est une méthode de minimisation de type quasi-Newton qui requiert le stockage d'un nombre réduit d'information (Nocedal, 1980), ce qui justifie son utilisation dans notre problématique. Elle calcule la direction de perturbation $-\tilde{\mathbf{H}}^{-1}\mathbf{G}$ sans calculer explicitement l'approximation de l'inverse du hessien $\tilde{\mathbf{H}}^{-1}$. Concrètement, la méthode utilise les gradients successifs rencontrés sur le chemin de convergence de l'algorithme pour estimer la convexité de la fonction coût et ainsi approcher l'influence du hessien de façon itérative. La méthode nécessite donc une estimation initiale du hessien autour du modèle initial ; plus cette estimation est proche du hessien exact et plus juste est l'estimation de la direction de perturbation dès la première itération et donc plus rapide sera la convergence. On choisit d'utiliser le pseudo-hessien de Shin *et al.* (2001a) décrit précédemment (*cf partie* 3.4.5.2) comme estimation initiale du hessien. Cette estimation est définie positive ce qui, par propriété de l'algorithme L-BFGS, permet d'avoir une estimation du hessien définie positive à toutes les itérations (Nocedal, 1980).

3.4.6 Line search

La direction donnée par les algorithmes quasi-Newton est d'autant plus pertinente que l'hypothèse d'une fonction coût quadratique est exacte. Cependant, il n'y a pas de raison que la fonction coût soit quadratique au voisinage du modèle courant et ce d'autant plus que la relation entre le modèle et les paramètres n'est pas linéaire et que le modèle courant n'est pas forcément proche de la solution. Ainsi, si la direction est effectivement une direction de descente, de par le caractère défini positif du hessien construit par la méthode L-BFGS, l'amplitude de la perturbation, appelée aussi le pas de descente, doit être ajustée pour atteindre le minimum de la fonction coût au voisinage du modèle courant dans la direction de descente. Cette recherche du pas optimal - le *line search* en anglais - est faite dans le code par dichotomie associée à une interpolation parabolique sur 3 pas consécutifs de la dichotomie : lorsque les deux pas extrêmaux encadrent le minimum de la parabole, le pas optimal est considéré être celui minimisant cette interpolation parabolique (Sourbier *et al.*, 2009a).

3.5 Choix de la Norme

Nous avons choisi de présenter la recherche d'une direction de descente dans le cadre de la norme $\mathcal{L}_2$ car la plupart de nos résultats seront basés sur cette formulation de la fonction coût. Ce choix a un sens et des conséquences qu'il est important de préciser.

Le choix de la norme correspond à une hypothèse de distribution particulière des résidus et il a des implications sur la stabilité de l'inversion. La norme ne change pas la solution du problème qui reste le minimum global de la fonction coût. En revanche, elle influence le chemin de convergence en modifiant la topographie de la fonction coût.

Norme et distribution du bruit : La norme $\mathcal{L}_2$ correspond à une hypothèse de distribution gaussienne des résidus sur chaque récepteur (Mars *et al.*, 2004). En effet, considérons que l'inadéquation entre les données observées et les données modélisées est uniquement due à un bruit gaussien stationnaire et indépendant des récepteurs ; la densité de probabilité $f(\mathbf{d}_{obs}|d(\mathbf{m}))$ d'observer les données $\mathbf{d}_{obs}$ si les données modélisées valent $d(\mathbf{m})$ s'exprime alors selon la relation (3.43).

$$f(\mathbf{d}_{obs}|d(\mathbf{m})) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n_{rec}}\sigma_1 \dots \sigma_{n_{rec}}} exp(-\frac{1}{2}\Delta\mathbf{d}^\dagger \mathbf{C}_D^{-1}\Delta\mathbf{d}) \tag{3.43}$$

où n_{rec} est la taille du vecteur de données, $\Delta\mathbf{d}$ est le vecteur de résidus tel que $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}(\mathbf{m})$ et $\mathbf{C}_D$ est la matrice de covariance des données. Cette matrice est diagonale car les enregistrements sont supposés indépendants entre les récepteurs ; ses termes diagonaux sont notés σ_i^2 de telle sorte que $\mathbf{C}_D(i,i) = \sigma_i^2$. Résoudre la question de l'identification de $\mathbf{d}(\mathbf{m})$ lorsqu'on connait le jeux de données $\mathbf{d}_{obs}$ revient à maximiser l'expression $f(\mathbf{d}_{obs}|d(\mathbf{m}))$ en jouant sur $d(\mathbf{m})$. On définit alors la vraisemblance $V(d(\mathbf{m})) = f(\mathbf{d}_{obs}|d(\mathbf{m}))$ dont on cherche le maximum.

Par commodité de calcul, on raisonne souvent avec le logarithme de la vraisemblance que l'on cherche à maximiser. On voit alors clairement que maximiser la relation (3.43) revient à minimiser l'opposé de son logarithme, c'est à dire à minimiser la fonction coût définie en (3.45).

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{m}}{argmax}\{f(\mathbf{d}_{obs}|d(\mathbf{m}))\} &= \underset{\mathbf{m}}{argmin}\{-log(f(\mathbf{d}_{obs}|d(\mathbf{m})))\} && (3.44) \\ &= \underset{\mathbf{m}}{argmin}\{\frac{1}{2}\Delta\mathbf{d}^{\dagger}\mathbf{C}_D^{-1}\Delta\mathbf{d}\} && (3.45) \end{aligned}$$

De manière analogue, on montre que la minimisation d'une fonction coût de type $\mathcal{L}_1$ (3.46)

$$C(\mathbf{m}) = \mathbf{W}_D^{-1}|\Delta\mathbf{d}| \tag{3.46}$$

où $\mathbf{W}_D$ est une matrice diagonale telle que $\mathbf{W}_D(i,i) = \sigma_i$ revient à faire l'hypothèse d'une distribution du bruit Laplacienne (3.47).

$$f_{\mathcal{L}_1}(\mathbf{d}_{obs}|d(\mathbf{m})) = \frac{1}{2^N\sigma_1\dots\sigma_N}exp(-\mathbf{W}_D^{-1}|\Delta\mathbf{d}|) \tag{3.47}$$

La généralisation est directe et de façon générale la densité de probabilité $\tilde{f}(\mathbf{d}_{obs}|d(\mathbf{m}))$ associée à une fonction coût $C(\mathbf{m})$ a pour expression (3.48) :

$$\tilde{f}(\mathbf{d}_{obs}|d(\mathbf{m})) = Kexp(-C(\mathbf{m})) \tag{3.48}$$

où K est un coefficient proportionnel à l'inverse des produits des écarts-types des résidus sur chaque composante des données, $K \propto 1/\sigma_1\dots\sigma_{n_{rec}}$.

Norme et stabilité de l'inversion L'inversion de la forme d'onde est un problème mal posé en raison du nombre bien plus faible de données par rapport au nombre de paramètres du milieu à évaluer ; le bruit affectant les données risque donc d'influencer fortement le résultat de l'inversion. Le choix d'une norme détermine l'influence du bruit dans l'inversion.

La norme $\mathcal{L}_2$ a l'inconvénient d'attribuer un poids plus important aux forts résidus que la norme $\mathcal{L}_1$; en effet le gradient de la norme $\mathcal{L}_1$ ne fait pas intervenir l'amplitude des résidus dans le gradient. C'est pourquoi il est préférable d'utiliser la norme $\mathcal{L}_1$ sur des données réelles. Toutefois, si la norme $\mathcal{L}_1$ est plus robuste sur des données synthétiques bruitées, elle est instable sur des données synthétiques non bruitées en raison de sa singularité en zéro, ce qui peut s'avérer problématique lorsque le modèle de milieu est proche du milieu réel. Pour éviter cet écueil, Crase *et al.* (1990) préconisent dans le domaine temporel l'utilisation du critère de Cauchy ou du critère de la sécante hyperbolique - critère désigné par l'abréviation *sech*. Dans le cas de données en fréquence, il existe aussi des alternatives à la norme $\mathcal{L}_2$ comme la fonction $\mathcal{L}_2$-logarithmique proposée par Shin et Min (2006) ou encore la norme $\mathcal{L}_1$ qui reste réputée dans le cas d'erreurs importantes mais locales, comme un bruit d'amplitude élevée affectant un petit nombre de capteurs

défaillants par exemple. Guitton et Symes (2003) proposent l'utilisation d'une norme hybride $\mathcal{L}_1/\mathcal{L}_2$ - la norme de Huber - qui combine les avantages des deux normes en ayant un comportement $\mathcal{L}_1$ pour les résidus élevés, ce qui évite une réaction excessive du gradient, et un comportement $\mathcal{L}_2$ pour les faibles résidus garantissant la stabilité de l'inversion au voisinage de la solution. Cependant, ces normes alternatives demandent le réglage d'au moins un paramètre supplémentaire par essai-erreur, ce qui peut être contraignant (Brossier *et al.*, 2010).

Ainsi, nous travaillerons avec une norme $\mathcal{L}_2$ sur des données synthétiques et une norme $\mathcal{L}_1$ sur des données réelles. Nous ne craignons pas de problèmes d'instabilité avec la norme $\mathcal{L}_1$ car on utilise un modèle 2D alors que le milieu est 3D et que l'atténuation n'est jamais parfaitement bien estimée. Les données réelles et synthétiques ne pourront jamais être parfaitement égales même avec des corrections géométriques efficaces et en l'absence de bruit.

3.6 Régularisation

L'inversion de la forme d'onde est un problème fortement non-linéaire qui appartient à la famille des problèmes mal posés. Rappelons la définition de cette dernière notion. Soit $F(\mathbf{m}) = \mathbf{d}$ l'équation de modélisation, avec $\mathbf{m}$ les paramètres, $\mathbf{d}$ les données et F l'opérateur de modélisation. Un problème est mal posé au sens de Hadamard s'il entre dans l'une des catégories suivantes (Hadamard, 1902) :

- l'opérateur du problème direct F n'est pas inversible
- F admet plusieurs modèles inverses pour un même jeu de données $\mathbf{d}$
- F est mal conditionné

La notion de bon conditionnement correspond à la robustesse de l'opérateur inverse : concrètement un opérateur est mal conditionné si des données très proches peuvent correspondre à des modèles très différents. Comme les données sont souvent bruitées, le bon conditionnement du problème est une propriété importante à satisfaire, même pour un opérateur F linéaire. Mathématiquement, il est possible de quantifier ce bon conditionnement uniquement dans le cas d'une application F linéaire et pouvant s'exprimer sous la forme d'une matrice carrée ; dans ce cas, le rapport de la valeur propre la plus grande sur la valeur propre la plus petite de l'opérateur F permet de quantifier le conditionnement du problème. Si ce rapport est nettement plus élevé que 1, alors le problème est considéré comme mal posé.

Dans notre cas, la modélisation s'exprime par l'équation linéaire $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, où $\mathbf{b}$ est le vecteur d'excitation, $\mathbf{A}$ la matrice d'impédance exprimant les propriétés élastiques du milieu et $\mathbf{x}$ est le vecteur de réponse en contrainte et vitesse particulaire du milieu à l'excitation $\mathbf{b}$. L'application $\mathbf{A}$ étant carrée et inversible, on déduit $\mathbf{x}$ de $\mathbf{b}$. Cependant la relation entre les paramètres du milieu $\mathbf{m}$ et les données $\mathbf{d}$ n'est pas linéaire et très difficilement inversible car les données de notre problème sont bien moins nombreuses que les propriétés locales du modèle à reconstruire. Nous ne pouvons donc pas quantifier le mauvais conditionnement de notre problème autrement que de façon empirique.

Certes, la méthode de Newton et les méthodes quasi-Newton permettent d'accélérer la convergence en empruntant un chemin plus court entre le modèle initial et le modèle final sous l'hypothèse d'une convexité d'ordre deux de la fonction coût. Cependant, le problème d'inversion de la forme d'onde étant fortement non-linéaire, il est nécessaire de proposer des stratégies de régularisation qui consistent à reformuler le problème de façon à parcourir l'espace des modèles plus judicieusement, en évitant les minima locaux pour se rapprocher du modèle le plus juste.

3.6.1 Parcours des données en fréquence

Lorsqu'on inverse l'intégralité des sismogrammes, la fonction coût présente de nombreux minima locaux qui piègent l'inversion. Ainsi Gauthier *et al.* (1986) remarquent la diminution des performances de l'imagerie de milieux contenant à la fois un réflecteur et des perturbations de grande longueur d'onde. L'approche multiéchelle (Bunks *et al.*, 1995) consiste à inverser les composantes basses fréquences des sismogrammes puis à progressivement ajouter des fréquences croissantes dans le jeu de données à inverser. L'idée vient du fait que les bassins d'attraction sont plus larges et que la densité de minima locaux est plus faible aux basses fréquences. Du point de vue des données en temps, cette démarche revient à favoriser la localisation de la composante basse fréquence des différentes arrivées sur chaque sismogramme. Concernant les propriétés du milieu reconstruit, les structures imagées sont de plus en plus fines au fur et à mesure que les fréquences augmentent car les longueurs des ondes qui parcourent le milieu diminuent. Un avantage important de l'inversion en domaine fréquentiel est la possibilité de n'inverser qu'une petite partie des fréquences du jeu de données en raison de la redondance des données dans le domaine spectral alors que l'inversion en temps demande d'inverser tous les instants.

Dans le domaine fréquentiel, les stratégies couramment mises en oeuvre inversent les fréquences par sous groupes de plusieurs fréquences croissantes (Brenders et Pratt, 2007b; Brossier *et al.*, 2009) voire par groupe d'une seule fréquence de valeur croissante (Pratt et Worthington, 1990; Sirgue et Pratt, 2004; Brenders et Pratt, 2007a), cette dernière stratégie étant d'autant plus pertinente que les données sont peu bruitées (Mulder et Plessix, 2008).

Valeurs des fréquences : Dans un milieu tabulaire, Sirgue et Pratt (2004) remarquent que pour une fréquence quelconque, l'ensemble des composantes verticales du vecteur d'onde entre chaque paire source-récepteur est compris dans un intervalle dont les bornes dépendent de l'offset maximal et de la fréquence. Ils proposent alors une démarche de choix des valeurs des fréquences basée sur un critère de continuité des intervalles de projections verticales du vecteur d'onde dans le plan fréquence-nombre d'onde (figure 3.6). Dans le cadre de notre problématique, on ne peut pas utiliser ce résultat car le milieu que l'on étudie n'est pas nécessairement tabulaire ; on procédera donc empiriquement. Concrètement, à la fin de l'inversion de données pour un certain jeu de fréquences, on reprendra l'inversion en doublant les fréquences du jeu de données tout en conservant les fréquences extrêmales du jeu de données ; si cette augmentation de fréquences ne modifie

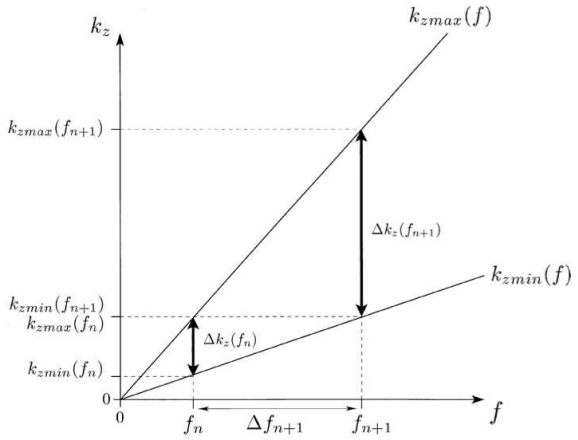

FIGURE 3.6 – Stratégie de choix des fréquences dans un milieu tabulaire visant à avoir des intervalles contigus de composantes verticales de vecteurs d'onde, d'après Sirgue et Pratt (2004)

pas sensiblement le résultat on considérera que le jeu initial de fréquences était pertinent sinon on conservera le nouveau jeu de fréquences et on recommencera l'inversion avec un jeu de fréquence deux fois plus dense.
Cette stratégie de hiérarchisation des fréquences permet de limiter l'influence du caractère non linéaire de l'inversion ; cependant dans le cas d'un milieu complexe, cette démarche peut s'avérer insuffisante et le recours à une seconde hiérarchisation des données est envisagé.

3.6.2 Fenêtrages temporels

Sheng *et al.* (2006) remarquent que l'inversion de la forme d'onde de l'ensemble des sismogrammes reste plus facilement piégée dans un minimum local que l'inversion de la forme d'onde des premières arrivées et suggèrent de mener une inversion des sismogrammes en augmentant progressivement la taille de la fenêtre des sismogrammes inversés. Inverser certaines arrivées en priorité est une stratégie intéressante notamment car les premières arrivées sont souvent liées à des structures qui influencent les arrivées suivantes, par conversion des ondes incidentes ou par création de multiples typiquement. Ainsi Brenders et Pratt (2007b); Brossier *et al.* (2009) utilisent cette hiérarchisation des données au sein de l'inversion de chaque groupe de fréquence et montrent qu'elle permet de reconstruire des structures de plus en plus profondes au cours de l'inversion. Cette démarche est particulièrement pertinente dans le cas de données de surface car, si le dispositif d'acquisition est suffisamment grand, elle permet d'inverser d'abord les arrivées qui précèdent l'onde de surface dans les sismogrammes, arrivées souvent porteuses de la signature du milieu, alors que les ondes de surface sont pauvres en information. La figure 3.7 présente l'influence du fenêtrage temporel sur la topographie de la fonction coût dans le cas d'un milieu élastique dont la vitesse augmente de façon affine avec la profondeur

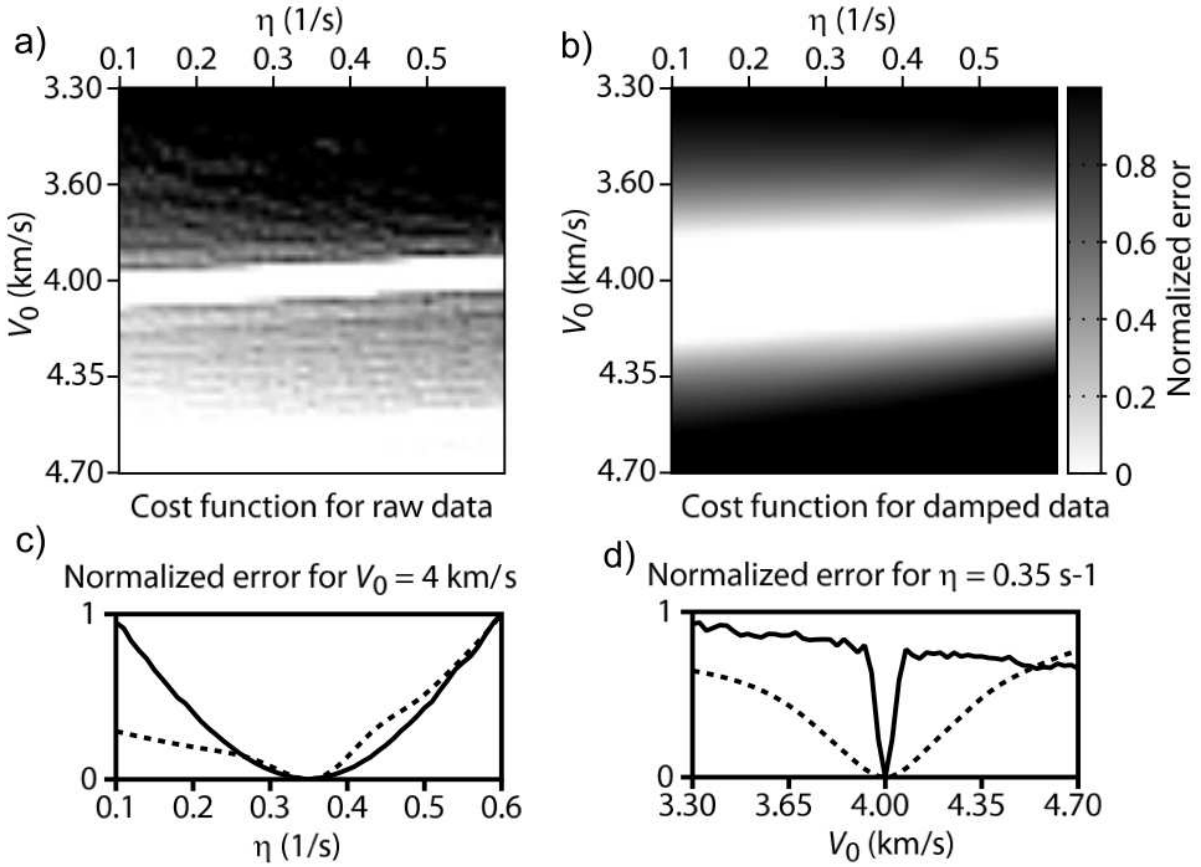

FIGURE 3.7 – Topographie de la fonction coût paramétrée par la valeur V_0 des ondes P en surface et de la pente η de l'évolution de V_P avec la profondeur pour des données brutes (a) et des données fenêtrées (b) ; (c) : section de la fonction coût pour $V_0 = 4km/s$; (d) : section de la fonction coût pour $\eta = 0.35s^{-1}$, d'après Brossier *et al.* (2009)

selon la loi $V_P(z) = V_0 + \eta z$ et dont V_S est déduit de V_P en considérant un coefficient de Poisson de 0.24 (Brossier *et al.*, 2009). Le bassin d'attraction de la fonction coût $\mathcal{L}_2$ dans le plan (V_0, η) est bien plus large dans le cas de données fenêtrées que dans le cas de données brutes.

La mise en oeuvre du fenêtrage en domaine fréquentiel requiert l'utilisation d'une forme de fenêtre particulière . En effet, si l'on souhaite fenêtrer un signal $s(t)$ par une fonction $f(t)$ la transformée de Fourier du signal fenêtré $s(t)f(t)$ a pour expression $S(\omega) * F(\omega)$ où $*$ est l'opérateur de convolution, ω la pulsation et où S et F sont les transformées de Fourier des fonctions s et f. Ainsi, à cause de l'opération de convolution, la transformée de Fourier d'un sismogramme fenêtré par un signal quelconque requiert de connaître l'intégralité du spectre de ce sismogramme ce qui est très contraignant car on se prive alors du faible coût de calcul de l'inversion d'un nombre restreint de fréquences du spectre de s. Seule une famille de fenêtres ne porte pas cette contrainte :

celles pour lesquelles l'opération de convolution dans le domaine fréquentiel est éliminée, c'est à dire celles qui ont pour transformée de Fourier un dirac. Ainsi, les fonctions de type exponentielle sont des fenêtres pertinentes dans le cas de l'inversion de forme d'onde dans le domaine fréquentiel. On montre en effet que lorsque la fenêtre $f(t)$ a pour expression $e^{-(t-t_0)/\tau}$ où τ et t_0 sont des réels positifs, alors l'expression de la transformée du signal fenêtré est

$$TF(s(t)e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}}) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}}e^{-i\omega t}dt \quad (3.49)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i(\omega-\frac{i}{\tau})t}dt\, e^{\frac{t_0}{\tau}} \quad (3.50)$$

$$= S(\omega - \frac{i}{\tau})e^{\frac{t_0}{\tau}} \quad (3.51)$$

La fonction exponentielle est supérieure à 1 pour les temps $t < t_0$ et inférieure à 1 pour les temps $t > t_0$; il n'y a donc pas de début de fenêtrage à proprement parlé et il faut que le temps t_0 corresponde à un temps inférieur ou égal au temps de première arrivée, sinon le fenêtrage va amplifier la partie du sismogramme qui précède t_0. Typiquement on choisit un t_0 égal au temps de première arrivée. τ est la durée caractéristique de l'exponentielle décroissante, c'est à dire l'inverse de la largeur de la fenêtre désirée. Indépendamment de l'inversion de la forme d'onde, le fenêtrage exponentiel est classiquement utilisé en modélisation dans le domaine fréquentiel pour éliminer le repliement temporel qui apparait dans les sismogrammes après transformée de Fourier inverse (Mallick et Frazer, 1987). Dans le cadre de l'imagerie de fondations de pylônes, le fenêtrage temporel est une possibilité intéressante car il va permettre d'inverser prioritairement les ondes P qui, dans les sismogrammes bruts, sont fortement dominées par les ondes de surface.

3.6.3 Le milieu initial

Comme nous l'avons illustré précédemment dans un cas à une dimension, le choix du milieu initial de l'algorithme de Newton est crucial pour la convergence de l'algorithme vers la bonne solution et ce choix est d'autant plus important dans le cas d'un problème fortement non linéaire. Or, plus la fréquence des données considérées est petite et plus le bassin d'attraction de la fonction coût est large (Mulder et Plessix, 2008). La fréquence la plus petite doit être telle que l'estimation initiale du milieu se trouve dans le bassin d'attraction de la fonction coût à cette fréquence. Concrètement, le critère le plus déterminant est la compatibilité cinématique des données synthétiques avec les données observées à la première fréquence inversée. Cette compatibilité consiste à vérifier que le décalage entre les arrivées qui dominent dans les données observées et les arrivées dans les données synthétiques à la fréquence la plus basse n'excède pas une demi-période. Au delà d'une demi-période de décalage, l'inversion va vraisemblablement se stabiliser avec un décalage de $n * T$ par rapport à la donnée exacte, n étant un nombre entier, T la période considérée et ω la pulsation considérée ($T = 2\pi/\omega$), ce qui correspond à un déphasage de $2n\pi$ dans le domaine des phases.

Considérons le signal réel enregistré par un récepteur d_{obs} et le signal synthétique enregistré par ce même récepteur $d(\omega_1, \mathbf{m})$ dans un milieu $\mathbf{m}$ à la pulsation ω_1. L'expression générale de ces deux grandeurs en représentation polaire est :

$$d(\omega_1, \mathbf{m}) = A(\omega_1, \mathbf{m}) e^{j\varphi_a(\omega_1, \mathbf{m})} \quad (3.52)$$

$$d_{obs}(\omega_1) = B(\omega_1) e^{j\varphi_b(\omega_1)} \quad (3.53)$$

L'expression de la fonction coût est donc

$$\begin{aligned} C(\mathbf{m}) &= \frac{1}{2}\delta d^* \delta d \quad \text{avec } \delta d = d(\omega_1, \mathbf{m}) - d_{obs}(\omega_1) \\ &= \frac{1}{2}\left(A(\omega_1, \mathbf{m}) e^{j\varphi_a(\omega_1, \mathbf{m})} - B(\omega_1) e^{j\varphi_b(\omega_1)}\right)\left(A(\omega_1, \mathbf{m}) e^{j\varphi_a(\omega_1, \mathbf{m})} - B(\omega_1) e^{j\varphi_b(\omega_1)}\right)^* \\ &= \frac{1}{2}\left(A(\omega_1, \mathbf{m})^2 + B(\omega_1)^2 - 2A(\omega_1, \mathbf{m})B(\omega_1) cos(\varphi_a(\omega_1, \mathbf{m}) - \varphi_b(\omega_1)\right) \end{aligned}$$

Dans le but de simplifier la notation, pour un modèle $\mathbf{m}$ donné, on introduit les constantes $A_1 = A(\omega_1, \mathbf{m})$, $B_1 = B(\omega_1)$ et $\varphi_1 = \varphi_a(\omega_1, \mathbf{m}) - \varphi_b(\omega_1)$. Dans ce cas, la fonction coût s'écrit

$$C(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}(A_1^2 + B_1^2 - 2A_1 B_1 cos(\varphi_1)) \quad (3.54)$$

On représente la fonction coût en fonction de φ_1 à la figure 3.8 pour des valeurs de $A_1 = 1.1$ et $B_1 = 1.0$. On constate l'ambiguïté de l'information portée par le déphasage sur le résultat de l'inversion. La fonction coût prend la même valeur lorsque le déphasage est nul que lorsque le déphasage est un multiple de 2π. Ceci s'interprète dans le domaine temporel par l'ambiguïté qu'il y a entre une sinusoïde et cette même sinusoïde déphasée de 2π, ce que l'on appelle le *saut de phase* ou *cycle skipping* en anglais, (Sirgue, 2003; Brossier, 2009). Or, la différence de phase φ_1 dépend directement des propriétés du modèle. Typiquement, en considérant l'onde directe entre une source et un récepteur séparé par une distance d dans un milieu acoustique uniforme, une mauvaise estimation de la vitesse entraine un décalage temporel ΔT qui se traduit dans le domaine spectral, à la pulsation ω_1, par un déphasage $\varphi_1 = \omega_1 \Delta T = \omega_1 d(l_{\mathbf{m}} - l_{vrai})$, où d est distance source-récepteur, $l_{\mathbf{m}}$ et l_{vrai} sont les lenteurs du modèle $\mathbf{m}$ et du milieu réel, respectivement. On conçoit alors l'importance de partir d'un modèle initial $\mathbf{m}$ suffisamment proche du milieu réel pour que le déphasage moyen porté par l'ensemble des récepteurs soit compris entre $-\pi$ et π.
La démarche classique d'obtention du modèle initial d'inversion de la forme d'onde consiste à faire une tomographie des temps de première arrivée, désignée en anglais par le sigle *FATT* pour *first arrival traveltime tomography* (Ravaut *et al.*, 2004; Operto *et al.*, 2006). Cette méthode couramment utilisée en sismologie (Hole, 1992; Operto et Charvis, 1996) permet d'obtenir une image lissée du milieu qui est compatible cinématiquement avec les premières arrivées et donc réduit le risque de saut de phase à l'issue de l'inversion.

Cette méthode suppose que le dispositif d'acquisition ait une grande ouverture. En effet, telle qu'elle est appliquée comme outil préliminaire de l'inversion de forme d'onde,

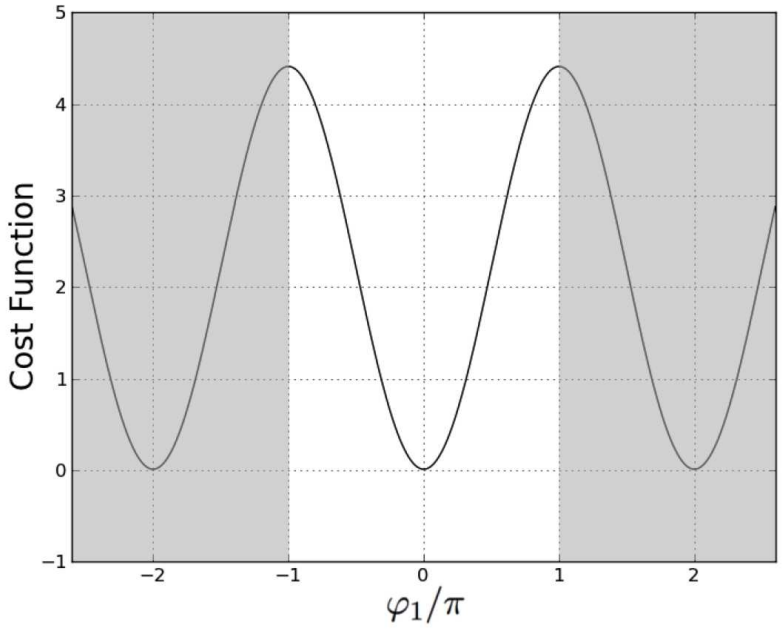

FIGURE 3.8 – Fonction coût en fonction du déphasage entre la donnée synthétique et la donnée observée d'un récepteur à une pulsation donnée ; si le déphasage φ entre la donnée synthétique dans le milieu initial et la donnée observée est supérieure à π en valeur absolue (zone grise), alors l'inversion va converger vers un milieu dans lequel la donnée synthétique est déphasée d'un multiple de 2π de la donnée observée

la méthode n'utilise que les premières arrivées ; pour imager des parties profondes du milieu, il est donc nécessaire que les acquisitions soient de suffisamment large offset de telle sorte que des ondes plongeantes et redressées par le gradient de vitesse vertical puissent être enregistrées sur les sismogrammes.

Dans le cas de la problématique des fondations de pylônes, compte tenu de la longueur du dispositif (de l'ordre d'une dizaine de mètres), les gradients de vitesse classiques (de l'ordre de $10(m/s)/m$) ne sont pas suffisants pour que l'on puisse espérer enregistrer des trajets profonds. En revanche, la dimension restreinte de la cible - de l'ordre de $2m$ de profondeur et $1.5m$ de largeur - permet de commencer l'inversion à des fréquences plus élevées qu'en tomographie crustale, typiquement de l'ordre de plusieurs dizaines de Hertz, ce qui est envisageable avec le matériel de sismique active dont on dispose pour l'expérimentation.

Lorsqu'on dispose d'informations sur le modèle comme la localisation et/ou la valeur des propriétés élastiques de certains diffractants, il peut être avantageux de les utiliser dans l'inversion en particulier dans le cadre des problèmes mal posés. Nous présentons ici la formulation théorique de l'ajout d'*a priori* directement inspirée de celle de Tarantola (1984a).

3.6.4 Fonction coût régularisée

Le chemin de convergence et le résultat de l'inversion sont directement liés à l'expression de la fonction coût. Pour prendre en compte un modèle *a priori* au cours de l'inversion nous ajoutons un terme de pénalisation d'autant plus grand que le modèle courant est distant du modèle *a priori*. La distance que nous choisissons pour ce terme d'*attache au modèle* est la norme $\mathcal{L}_2$.

$$C(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\Delta\mathbf{d}^{\dagger}\mathbf{C}_d^{-1}\Delta\mathbf{d} + \lambda\frac{1}{2}(\mathbf{m}-\mathbf{m}_{prior})^{\dagger}\mathbf{C}_m^{-1}(\mathbf{m}-\mathbf{m}_{prior}) \tag{3.55}$$

où

- $\Delta\mathbf{d}$ est le terme de résidus sur les données. C'est la différence entre les données observées $\mathbf{d}_{obs}$ et les données obtenues avec le modèle courant $\mathbf{d}$: $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d} - \mathbf{d}_{obs}$.
- $\mathbf{C}_d$ est la matrice de covariance des données.
- $\mathbf{m}$ est le modèle à l'itération courante et $\mathbf{m}_{prior}$ est le modèle *a priori* que l'on considère
- $\mathbf{C}_m$ est la matrice de covariance des modèles. C'est un terme que nous allons détailler par la suite car il a deux effets que l'on va chercher à exploiter. D'une part, il a un effet de lissage qui permet de définir une longueur caractéristique de corrélation de chaque pixel avec ses voisins, et d'autre part il permet d'attribuer plus de poids à certaines régions du milieu à inverser, ce qui est utile pour favoriser l'inversion de certaines zones particulières du milieu, typiquement parce que le milieu est inconnu ou faiblement illuminé dans ces zones.
- λ est un hyper-paramètre réglant l'importance de l'attache au modèle *a priori* par rapport à l'attache aux données. On peut noter que ce paramètre peut être intégré dans la matrice de covariance des modèles. Cependant on retient cette formulation car elle est proche de l'implémentation, λ permettant de gérer plus simplement le poids de l'attache au modèle par rapport à l'attache aux données.

3.6.4.1 Calcul de l'inverse de la matrice de covariance

Comme nous l'avons expliqué précédemment, la matrice de covariance des données $\mathbf{C}_d$ est diagonale, le calcul de son inverse est donc immédiat. En revanche, la matrice de covariance spatiale du modèle $\mathbf{C}_m$ n'est pas diagonale : les propriétés du modèle ayant une certaine continuité d'une cellule à l'autre, la famille de matrices de covariance du modèle que l'on cherche est donc une matrice dont les valeurs sont maximales dans sa diagonale et décroissantes avec la distance entre chaque paire de cellules. On introduit alors une longueur caractéristique de corrélation entre cellules. Or toutes les matrices de cette famille ne sont pas nécessairement inversibles. Il faut donc choisir un modèle de covariance de modèle qui soit inversible et le plus réaliste possible sous cette hypothèse d'inversibilité.

Cas d'un modèle d'incertitude 1D uniforme : Commençons par présenter la démarche dans le cas d'un milieu 1D uniforme (Tarantola, 1987, p.308-311). En choisissant

un modèle Laplacien de covariance spatiale d'un milieu à une dimension (Ox), l'expression de la covariance entre deux cellules situées en x et x' est la suivante :

$$C(x,x') = \sigma^2 exp(-\frac{|x-x'|}{L}) \tag{3.56}$$

où L est la longueur caractéristique de covariance des cellules du modèle et σ est l'incertitude du paramètre considéré en chaque cellule du milieu, terme supposé ici uniforme. La covariance a un effet de lissage ; elle est directement porteuse de la résolution spatiale du modèle à travers le paramètre L. Comme le milieu est supposé uniforme, le réglage de σ est redondant avec celui de λ et l'on peut ici simplifier le problème en réglant λ/σ^2. Sous cette hypothèse, on montre que l'inverse de la matrice de covariance peut être construite grâce à la formule suivante

$$C^{-1}(x,x') = \frac{1}{2\sigma^2}\left(\frac{1}{L}\delta(x-x') - L\delta^2(x-x')\right) \tag{3.57}$$

où $\delta(x-x')$ est la fonction Dirac à la position x', $\delta^2(x-x')$ est la dérivée seconde de la distribution de Dirac à la position x' ; cette dernière fonction permet d'écrire la dérivée d'une fonction quelconque $\Phi(x)$ sous la forme d'une convolution, ainsi $\frac{d\Phi(x)}{dx} = \Phi * \delta^1(x)$.

Cas d'un modèle d'incertitude 1D non uniforme : On peut généraliser cette expression à une incertitude σ qui varie spatialement. Commençons par donner un sens à une variation spatiale de σ.

On peut attribuer davantage de confiance à certaines régions du milieu, par exemple parce que le modèle *a priori* $\mathbf{m}_0$ est issu d'une précédente inversion avec un éclairage du milieu non uniforme. Il est alors nécessaire d'écrire l'expression du lissage effectué avec l'opérateur de covariance pour bien comprendre le rôle que peut jouer le terme d'incertitude σ. La matrice de covariance est un opérateur symétrique par définition : deux événements sont corrélés *entre eux*, autrement dit si G_1 présente une certaine corrélation avec G_2, alors G_2 présente la même corrélation avec G_1. Ainsi, la généralisation de la corrélation Laplacienne d'un milieu d'incertitude uniforme (3.56) au cas d'une incertitude non uniforme s'écrit de la façon suivante :

$$C(x,x') = \sigma_x \sigma_{x'} exp(-\frac{|x-x'|}{L}) \tag{3.58}$$

Si on note $\mathbf{p}$ le vecteur des valeurs d'un des paramètres du modèle en chaque cellule du milieu et $\mathbf{p}_L$ les valeurs de ce paramètre après lissage spatial par la matrice de covariance, l'opération de lissage s'écrit alors :

$$\mathbf{p}_L(x) = \int_{-\infty}^{x} \sigma_x \sigma_{x'} exp(-\frac{|x-x'|}{L})\mathbf{p}(x')dx' \tag{3.59}$$

Notons qu'il ne s'agit pas exactement d'un lissage au sens où cette expression ne peut pas se mettre sous la forme $\int_{-\infty}^{x} f(x-x')g(x')dx'$.

Par un changement de variable $\mathbf{q}_L(x) = \mathbf{p}_L(x)/\sigma(x)$ et $\mathbf{q}(x) = \mathbf{p}(x)\sigma(x)$ on se ramène à l'expression d'un lissage de $\mathbf{q}$ avec une pondération par une incertitude uniforme et égale à 1 : on peut donc déduire l'opération de lissage inverse sur les nouvelles variables :

$$\frac{\mathbf{p}_L(x)}{\sigma_x} = \int_{-\infty}^{x} exp(-\frac{|x-x'|}{L})\big(\mathbf{p}(x')\sigma_{x'}\big)dx' \tag{3.60}$$

$$\mathbf{q}_L(x) = \int_{-\infty}^{x} exp(-\frac{|x-x'|}{L})\mathbf{q}(x)dx' \tag{3.61}$$

et déduire l'expression de l'opérateur inverse du lissage avec les variables d'origine dans le cas d'une distribution d'écart type non uniforme grâce au résultat (3.57) :

$$C^{-1}(x,x') = \frac{1}{2\sigma_x\sigma_{x'}}\left(\frac{1}{L}\delta(x-x') - L\delta^2(x-x')\right) \tag{3.62}$$

Cas d'un modèle d'incertitude 2D non uniforme : La généralisation au cas 2D n'est pas immédiate pour une distribution quelconque. En revanche, le cas d'une distribution Laplacienne permet un passage simple à des milieux de dimensions supérieures (2D ou 3D) grâce à la séparabilité des variables. L'opération de lissage 2D peut être décomposée en deux opérations de lissage 1D :

$$\mathbf{p}_L = C_{2D} * \mathbf{p} \tag{3.63}$$

$$= C_z * C_x * \mathbf{p} \tag{3.64}$$

En effet, dans un plan vertical (xOz), l'expression (3.59) devient

$$\mathbf{p}_L(x,z) = \int_{-\infty}^{x} \sigma_{x,z}\sigma_{x',z'} exp(-\frac{|x-x'|}{L})exp(-\frac{|z-z'|}{L})\mathbf{p}(x',z')dx'dz' \tag{3.65}$$

Le lissage exprimé par la relation (3.65) peut être décomposé en deux opérations et l'expression à une dimension (3.60) devient :

$$\frac{\mathbf{p}_L(x,z)}{\sigma_{x,z}} = \int_{-\infty}^{z}\int_{-\infty}^{x} exp(-\frac{|x-x'|+|z-z'|}{L})\big(\mathbf{p}(x',z')\sigma_{x',z'}\big)dx'dz' \tag{3.66}$$

$$= \int_{-\infty}^{z} exp(-\frac{|z-z'|}{L})\int_{-\infty}^{x} exp(-\frac{|x-x'|}{L})\big(\mathbf{p}(x',z')\sigma_{x',z'}\big)dx'dz' \tag{3.67}$$

$$\mathbf{q}_L(x,z) = \int_{-\infty}^{z} exp(-\frac{|z-z'|}{L})\left(\int_{-\infty}^{x} exp(-\frac{|x-x'|}{L})\mathbf{q}(x',z')dx'\right)dz' \tag{3.68}$$

$$\mathbf{q}_L = \tilde{C}_Z * \tilde{C}_X * \mathbf{q} \tag{3.69}$$

On déduit ainsi l'expression de l'opérateur de lissage 2D sur les variables transformées :

$$\tilde{C}_{2D} = \tilde{C}_Z * \tilde{C}_X \tag{3.70}$$

et de son inverse dans le domaine des variables d'origine grâce à l'équation (3.57) :

$$C_{2D}^{-1} = C_X^{-1} * C_Z^{-1} = C_Z^{-1} * C_X^{-1} \tag{3.71}$$

$$C_{2D}^{-1}(x,z) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma_{x,z}}\left(\frac{1}{L}\delta(z-z') - L\delta^2(z-z')\right) * \left\{\frac{1}{\sigma_{x',z'}}\left(\frac{1}{L}\delta(x-x') - L\delta^2(x-x')\right)\right\}$$

3.6.4.2 Mise en oeuvre numérique

La deuxième ligne des équations (3.71) permet de construire l'inverse de la matrice de covariance dans chaque direction avec une fonction de répartition laplacienne. En effet, les opérateurs $\tilde{C}_X$ et $\tilde{C}_Z$ ne faisant pas intervenir σ s'écrivent

$$\begin{aligned} \tilde{C}_X^{-1} &= \frac{1}{L} \cdot \mathbf{I} + L \cdot \mathbf{M}_{\Delta X} \\ \tilde{C}_Z^{-1} &= \frac{1}{L} \cdot \mathbf{I} + L \cdot \mathbf{M}_{\Delta Z} \end{aligned}$$

Donc la matrice de lissage inverse 2D s'écrit :

$$C_{2D}^{-1} = \frac{1}{2\sigma_{x,z}} \times \left(\frac{1}{L}\mathbf{I} + L \cdot \mathbf{M}_{\Delta X} \right) * \left(\frac{1}{L}\mathbf{I} + L \cdot \mathbf{M}_{\Delta Z} \right) \times \frac{1}{2\sigma_{x,z}} \tag{3.72}$$

où $\times$ désigne un opérateur de produit terme à terme.
Ainsi, nous pouvons grâce à cette démarche prendre en compte l'attache à un modèle à priori au cours de l'inversion.

3.7 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté la stratégie d'inversion que l'on va appliquer dans le cadre de l'imagerie des fondations de pylônes.

Nous avons retenu la méthode d'optimisation de type quasi-Newton qui requiert le calcul du gradient - calculé dans notre cas de manière implicite pour réduire le temps de calcul - et qui permet une approximation du hessien à moindre coût numérique ; en particulier le hessien est estimé de façon itérative par l'algorithme à mémoire limitée L-BFGS qui réduit le stockage d'information nécessaire à la construction de l'approximation du hessien et permet ainsi de traiter des problèmes avec un grand nombre d'inconnues comme celui de l'imagerie des fondations de pylônes. La valeur initiale que l'on choisit pour le hessien est le pseudo-hessien de Shin *et al.* (2001a) qui consiste en une approximation de la diagonale du hessien de Gauss-Newton.

D'autre part, pour limiter l'influence des non-linéarités dans le chemin de convergence de l'inversion, on procède à une hiérarchisation des données en inversant les données des basses vers les hautes fréquences puis, pour chaque jeu de fréquences, en inversant d'abord les premières arrivées puis progressivement la totalité des sismogrammes.

Passons maintenant aux résultats d'imagerie obtenus sur données synthétiques 2D (*cf chapitre 4*) et sur données réelles (*cf chapitre 5*).

Chapitre 4

Imagerie à partir de données synthétiques 2D

Sommaire

3.1 Principe de l'inversion 75
3.2 Fonction coût 77
3.3 Inversion de la source 78
3.3.1 Une source méconnue 78
3.3.2 Démarche d'estimation 79
3.3.3 Intérêts d'inverser la source 81
3.4 Inversion du milieu par FWI 82
3.4.1 Méthode du gradient 82
3.4.2 Le gradient conjugué 83
3.4.3 La méthode de Newton 83
3.4.4 Calcul du gradient 87
3.4.5 Calcul du hessien 89
3.4.6 Line search 94
3.5 Choix de la Norme 94
3.6 Régularisation 96
3.6.1 Parcours des données en fréquence 97
3.6.2 Fenêtrages temporels 98
3.6.3 Le milieu initial 100
3.6.4 Fonction coût régularisée 103
3.7 Conclusion 106

Dans cette partie, je vais étudier les performances du code d'imagerie sur des données synthétiques obtenues dans un milieu élastique à 2 dimensions en réalisant l'inversion et la migration de ces données. Ces données ont été générées avec le même outil de modélisation que celui que j'utilise pour l'imagerie. Je présenterai l'inversion dans un cadre de difficulté croissante, ce qui permettra d'une part de mettre en évidence les

obstacles à la méthode d'inversion totale de la forme d'onde et de la migration par retournement temporel, et d'autre part de circonscrire son champ d'application dans le cadre de l'imagerie des fondations de pylônes électriques très haute tension. Je montrerai que la migration par retournement temporel est une méthode qui semble plus appropriée à la caractérisation géométrique de ces fondations si l'encaissant est bien caractérisé.
Le résultat d'imagerie par FWI dépend fortement du choix des paramètres d'inversion ; commençons par présenter l'étude de ces paramètres.

4.1 Choix des paramètres imagés

Dans le cadre d'un travail d'imagerie, le choix des paramètres est un point essentiel. En effet, le gradient et le hessien de la fonction coût par rapport au modèle dépendent intrinsèquement de la paramétrisation de ce modèle. Nous rappelons ici le choix classique de paramètres avant d'aborder une étude de paramétrisation alternative puis de conclure sur le choix des paramètres Vp et Vs dans la problématique des fondations de pylônes électriques.

4.1.1 Le choix classique de Vp et Vs

Un milieu élastique est caractérisé par trois paramètres indépendants : les coefficients de Lamé - ou, ce qui est équivalent, la vitesse des ondes de compression et celle des ondes de cisaillement - ainsi que la densité. Dans le cas d'une approche visco-élastique, les coefficients d'atténuation des ondes P et des ondes S sont difficiles à imager ; c'est pourquoi nous ne chercherons pas à les obtenir et nous les considérerons constants. En effet, pour une onde P incidente le diagramme de rayonnement d'un diffractant en Vp est le même que celui d'une perturbation d'atténuation q_p et l'élimination de l'ambiguïté peut se faire en utilisant la phase. Ainsi, des stratégies ont été proposées dans le domaine acoustique (Smithyman *et al.*, 2009; Malinowski *et al.*, 2011), mais la difficulté de distinguer les phases lorsqu'on considère à la fois les ondes P et S rend la FWI inefficace sur données visco-élastiques, d'où l'absence d'application à ce jour. En tomographie des temps, on inverse classiquement Vp et Vp/Vs. En sismique réflexion, Tarantola (1986) suggère d'inverser Vp et Vs pour les grandes longueurs d'onde et d'inverser les impédances des ondes P et S ainsi que la densité pour les courtes longueurs d'onde. La bande fréquentielle des données considérées par l'inversion de la forme d'onde contient des basses fréquences pour limiter le risque de déphasage des résidus supérieurs à π en valeur absolue : il s'agit alors de satisfaire la compatibilité cinématique entre les données synthétiques et les données observées. On utilise donc classiquement les paramètres Vp et Vs pour caractériser un milieu visco-élastique (Pratt, 1990; Gelis *et al.*, 2007; Brossier *et al.*, 2009). On remarquera qu'en inversant seulement ces deux paramètres, on renonce à imager la densité du milieu alors que ce paramètre est porteur d'information sur le milieu. En effet, la densité des fondations de pylônes est bien plus élevée que celle de l'encaissant et une image de ce paramètre permettrait donc de caractériser la géométrie de la fondation.

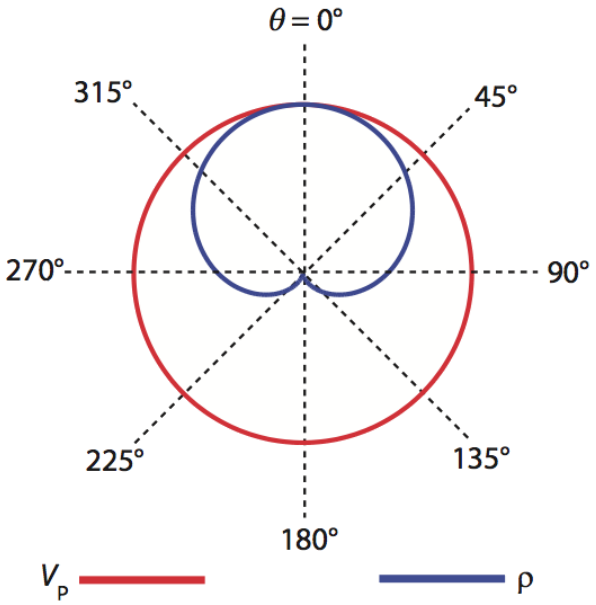

FIGURE 4.1 – Diagramme de rayonnement pour une onde P incidente provenant de la direction $\theta = 0$ avec une hétérogénéité en Vp (rouge) ou en densité (bleu), d'après Virieux et Operto (2009)

Cependant, la densité est un paramètre difficile à imager (Forgues et Lambaré, 1997) ; en effet, à court offset, le diagramme de rayonnement d'un diffractant de densité est proche du diagramme de rayonnement d'un diffractant en Vp (Forgues, 1996), ce qui crée une ambiguité d'interprétation entre la densité et la vitesse des ondes de compression à faible offset (figure 4.1). Ainsi, pour les courts offsets, une perturbation de densité peut être interprétée comme une perturbation de vitesse des ondes de compression et réciproquement. Cette ambiguïté ainsi que cette faible signature à grands offsets entrainent une résolution de l'image de densité plus faible que celles des paramètres Vp et Vs lors de l'inversion conjointe de ces trois paramètres (Mora, 1987). Compte tenu de cette difficulté à imager la densité, on cherche classiquement à imager les paramètres Vp et Vs.

Dans la problématique des fondations de pylônes électriques, les contrastes sont bien plus grands que ceux que l'on rencontre classiquement en prospection pétrolière. EDF R&D nous a suggéré de comparer les performances des paramètres $\{ln(Vp), ln(Vs)\}$ avec celles des paramètres $\{Vp, Vs\}$ dans le but d'élargir le bassin d'attraction autour de la solution et ainsi d'accélérer la convergence de l'algorithme L-BFGS. On peut noter que c'est le rôle du hessien dans l'algorithme de Newton ; cependant, le hessien ne peut pas élargir le bassin d'attraction pour des perturbations trop importantes puisqu'il est basé sur l'hypothèse de petites perturbations.

4.1.2 Test du paramètre $\{ln(Vp), ln(Vs)\}$

Nous illustrons l'effet de changer de paramètres d'inversion dans deux cadres distincts.

Dans un premier temps, nous inversons des données en transmission avec une illumination à 360°autour du disque. Le contraste entre les propriétés de l'encaissant et celles de la fondation a une forte influence sur l'imagerie car l'hypothèse de petites perturbations sur laquelle est basée la méthode de Quasi-Newton est d'autant plus fausse que le contraste est élevé. Ainsi, par la suite, nous raisonnerons en termes de rapports R_{V_P} et R_{V_S} des valeurs de propriétés cinématiques de la fondation et celles de l'encaissant pour V_P et V_S respectivement. Par commodité on utilisera des valeurs identiques pour ces deux rapports de façon à pouvoir les désigner par un terme unique $R = R_{V_P} = R_{V_S}$; R sera appelé le rapport fondation-encaissant. Nous commencerons par travailler sur un modèle à faible rapport fondation-encaissant $R = 1.2$ puis sur un modèle à plus fort rapport $R = 5$.

Dans un deuxième temps, pour étendre nos résultats à l'étude de RTE, nous présenterons l'effet d'un changement de paramètres sur une inversion de données synthétiques obtenues sur une fondation 4n dans le cas d'une acquisition réaliste et d'un rapport $R = 5$.

4.1.2.1 Démarche de changement de paramètres

L'expression du gradient que nous appliquons est rappelée à la formule (4.1).

$$\nabla_{m_i} C = -\mathbf{L}\Re\left\{\mathbf{s}^t\mathbf{A}^{-1}\frac{\partial\mathbf{A}^t}{\partial m_i}\mathbf{A}^{-1}\mathcal{P}\Delta\mathbf{d}^*\right\} \tag{4.1}$$

où $\mathbf{L}$ est une matrice de lissage gaussien d'écart type égal à 20% de la longueur d'onde à la fréquence d'inversion considérée. L'influence du paramètre envisagé est contenue dans le terme $\partial\mathbf{A}/\partial m_i$ lié au diagramme de rayonnement d'une perturbation locale du paramètre m_i. Si l'on souhaite changer de paramètre imagé en utilisant $ln(m_i)$ plutôt que m_i, il suffit d'intervenir directement sur l'expression de ce diagramme de rayonnement en remplaçant dans l'expression (4.1) le terme $\partial\mathbf{A}/\partial m_i$ par $\partial\mathbf{A}/\partial ln(m_i)$. Or, d'après le lien entre les dérivées partielles, on peut écrire la relation (4.2) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial ln(m_i)} &= \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial m_i}\frac{\partial m_i}{\partial ln(m_i)} \\ &= \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial m_i}m_i\end{aligned} \tag{4.2}$$

Ainsi, l'implémentation du calcul de $\partial C/\partial ln(m_i)$ se fait simplement en remplaçant le terme $\partial\mathbf{A}/\partial m_i$ par $m_i\partial\mathbf{A}/\partial m_i$ dans l'expression du gradient. D'autre part, le hessien est calculé itérativement selon l'algorithme L-BFGS qui utilise les valeurs successives du gradient et du modèle ainsi qu'une estimation de la valeur initiale du hessien. Or l'estimation du hessien initial de Shin *et al.* (2001b) fait intervenir la relation $\partial\mathbf{A}/\partial ln(m_i)$ (*cf équation (3.38) du chapitre 3*) dont l'implémentation est déjà adaptée pour le calcul du gradient ; le changement de paramètres ne nécessite donc pas de faire évoluer l'implémentation du calcul du hessien. Maintenant que nous avons précisé la démarche d'implémentation du changement de variable, étudions la pertinence de ce changement de variable sur des inversions de données synthétiques.

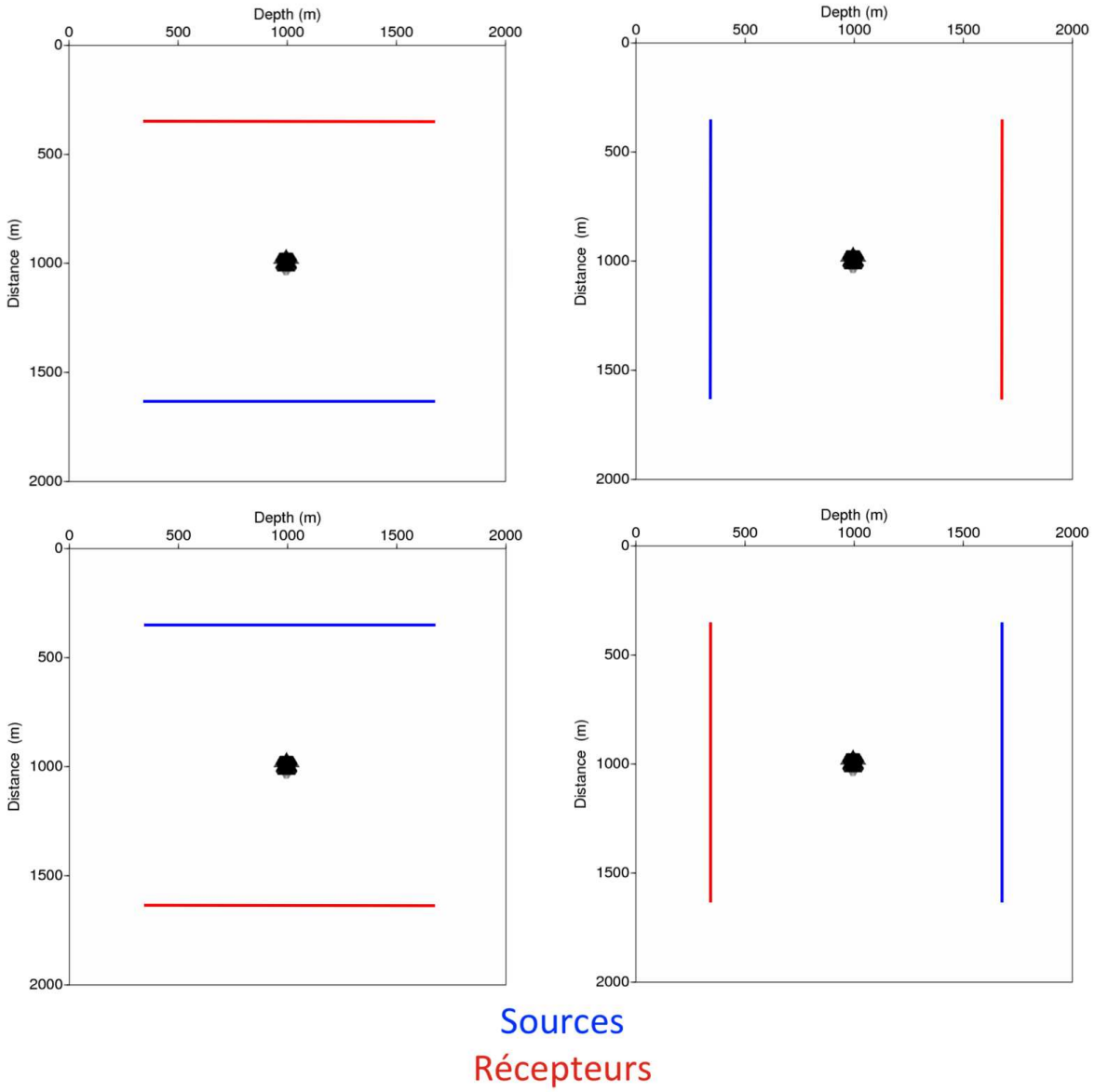

FIGURE 4.2 – Géométrie d'acquisition en transmission autour du disque. Sur chaque dessin, on représente les sources (bleu) et les récepteurs (rouge) associés à chacune de ces sources (rouge)

4.1.2.2 Cas d'un petit modèle en transmission

Modèle et géométrie d'acquisition Nous nous plaçons dans un cas simple en considérant un disque homogène de diamètre $100m$ situé dans un milieu homogène. La géométrie d'acquisition en transmission autour du disque est présentée à la figure 4.2. On place 29 capteurs par segment avec un intertrace de $50m$. La répartition des sources est identique. Nous partons du cas simple qu'est l'inversion d'un disque faiblement contrasté (rapport des propriétés élastiques entre la fondation et l'encaissant de 1.2) avant d'aug-

menter le contraste pour étudier la pertinence du changement de paramètres.

Rapport fondation-encaissant faible ($R = 1.2$) : Les propriétés du milieu considéré sont indiquées au tableau 4.1. On inverse les données à la seule fréquence $5.7Hz$ car cela permet de limiter le temps de calcul tout en ayant des résultats satisfaisants. La demi-longueur d'onde dans l'encaissant associée à cette fréquence est de $1000/5.7/2 = 87m$ pour les ondes S. Le résultat d'imagerie que l'on obtient dans ce cadre est présenté à la figure 4.3. Dans le cas de ce disque faiblement contrasté, on constate que le résultat d'imagerie est insensible à ce changement de paramètres.

		Encaissant	Disque
V_p	(m/s)	1500	1800
V_s	(m/s)	1000	1200
ρ	(kg/m^3)	1000	1000
q_p	(-)	1000	1000
q_s	(-)	1000	1000

TABLE 4.1 – Propriétés élastiques du milieu

Pour connaître la vitesse de convergence vers ce résultat, on présente à la figure 4.4 l'évolution de la fonction coût dans les deux cas envisagés. Précisons que l'indexation des modèles utilisée dans les figures (abscisse) est telle que le modèle à l'itération 1 correspond au modèle initial. Dans les inversions présentées, le critère d'arrêt est dirigé par le pas de descente ; l'incrémentation du modèle est arrêtée lorsque le pas de descente est inférieur à $1e-10$. Par ailleurs, pour éviter un trop grand nombre d'itérations, on fixe le nombre maximal d'itérations à 10 dans la plupart des tests ; seule l'inversion d'un rapport fondation-encaissant de 1.2 est réalisée avec 20 itérations. On constate que l'évolution de la fonction coût est sensiblement identique avec les paramètres $\{LnVp, LnVs\}$. Ce cas ne met donc pas en évidence la plus grande pertinence de ces paramètres dans un cas à faible contraste. Etudions leur influence sur l'imagerie et la vitesse de convergence dans un cas à plus fort contraste.

Rapport fondation-encaissant élevé ($R = 5$) : Les propriétés du milieu envisagé sont précisées dans le tableau 4.2.

- *Inversion d'une seule fréquence $f = 1.17Hz$:* les propriétés de l'encaissant sont abaissées à 300m/s pour Vp et 150m/s pour Vs pour avoir un rapport fondation-encaissant de 5 tout en ayant des vitesses raisonnables dans le disque - en conservant les propriétés de l'encaissant, on aurait $V_{p,disque} = 7500$m/s et $V_{s,disque} = 5000$m/s ce qui ne se rencontre qu'exceptionnellement dans la nature. On souhaite avoir une longueur d'onde dans l'encaissant identique au cas précédent : comme la vitesse de propagation des ondes a été divisée par 5, on divise la fréquence d'inversion par un facteur proche de 5 ; compte tenu

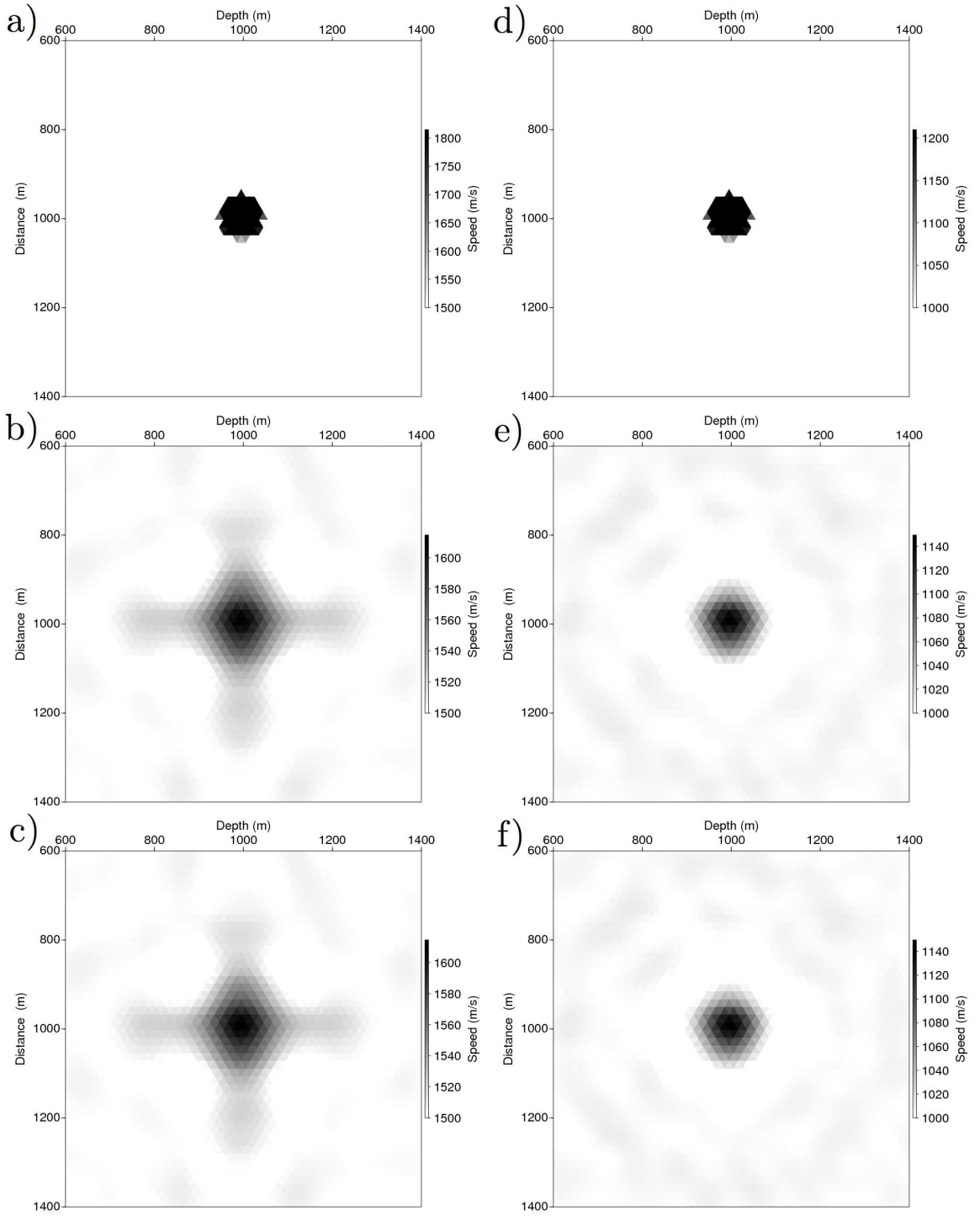

FIGURE 4.3 – Disque dans le cas d'un rapport $R = 1.2$; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et d), Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et e) et des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ (c et f) après inversion des données à $5,7Hz$

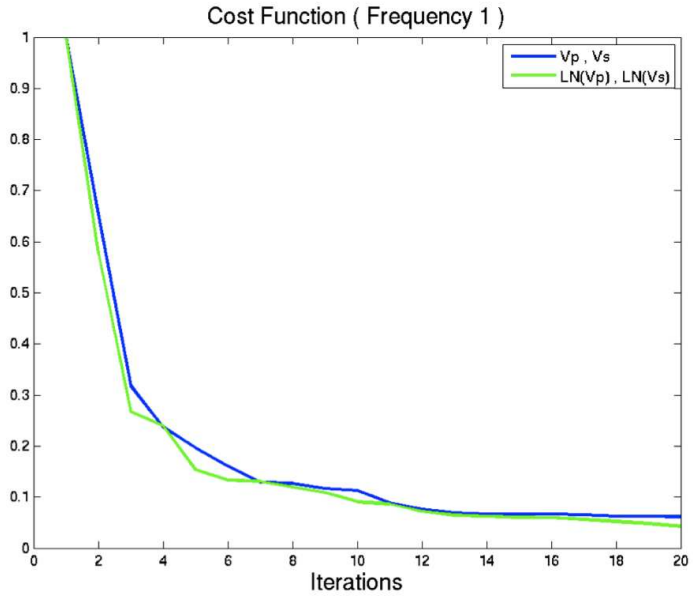

FIGURE 4.4 – Evolution de la fonction coût normalisée lors de l'inversion des paramètres $\{Vp, Vs\}$ et $\{LnVp, LnVs\}$ pour un rapport de 5 et une seule fréquence inversée ($5.7Hz$)

		Encaissant	Disque
V_p	(m/s)	300	1500
V_s	(m/s)	150	750
ρ	(kg/m^3)	1000	1000
q_p	(-)	1000	1000
q_s	(-)	1000	1000

TABLE 4.2 – Propriétés élastiques du milieu

de l'échantillonnage de la fonction source, on a retenu $1.17Hz$ ce qui correspond à un facteur 4.87 sur la fréquence. Le résultat d'imagerie que l'on obtient lorsqu'on inverse des données obtenues avec un disque et un rapport fondation-encaissant de 5 est présenté à la figure 4.5. Quelle que soit la paire de paramètres utilisés, l'inversion ne converge pas vers la solution. Cependant, les minima locaux atteints avec les deux paramétrisations correspondent à des modèles très proches. Pour illustrer la vitesse de convergence vers ce minimum local, on présente à la figure 4.6 l'évolution de la fonction coût. On constate que l'évolution de la fonction coût est plus rapide avec les paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ mais pas de façon spectaculaire. Comme l'inversion ne converge pas vers la solution du problème, il est possible que l'éventuelle meilleure convergence de l'inversion avec les paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ n'ait pas été mise en évidence car l'inversion était piégée dans un minimum local.

Pour augmenter l'éclairage fréquentiel du disque, nous procédons à une inversion sé-

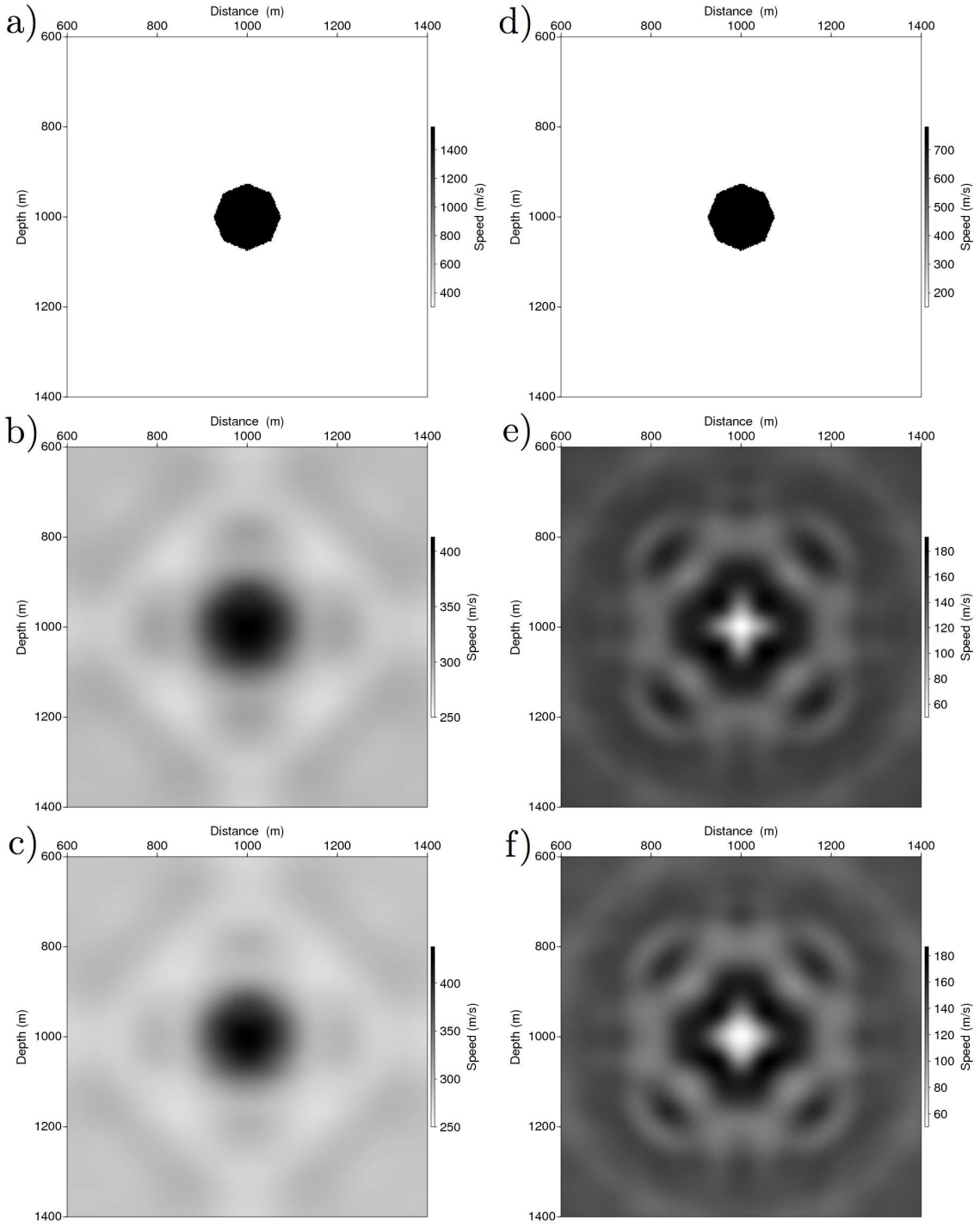

FIGURE 4.5 – Disque dans le cas d'un rapport $R = 5$; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et d), Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et e) et des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ (c et f) après inversion des données à la fréquence unique $f = 1,17Hz$

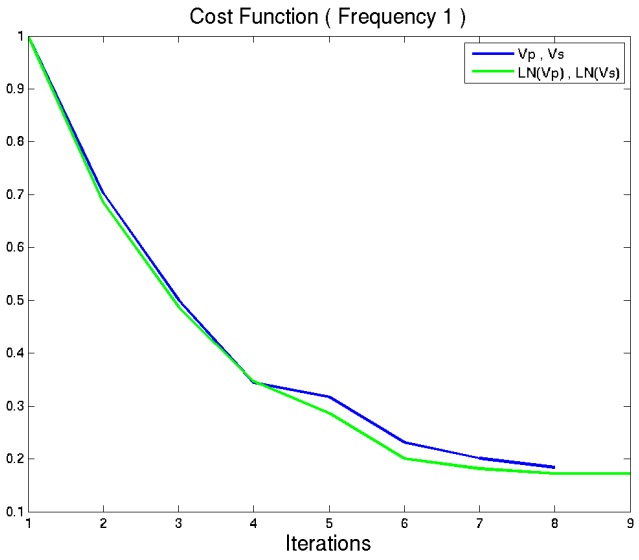

FIGURE 4.6 – Evolution de la fonction coût lors de l'inversion des paramètres $\{Vp, Vs\}$ et $\{LnVp, LnVs\}$ pour un rapport de 5 et une seule fréquence inversée (1.17Hz)

quentielle de plusieurs fréquences au lieu d'une.
- *Inversion de 5 fréquences séquentiellement* $f = 1.17, 1.37, 1.57, 1.76, 1.96Hz$ *:* on inverse cette fois ci 5 fréquences $1.17, 1.37, 1.57, 1.76, 1.96Hz$ des données obtenues dans le même cadre que précédemment. Comme précédemment, la première fréquence permet de conserver la même longueur d'onde dans l'encaissant. Les suivantes sont déduites par décalage régulier d'un pas de $0.2Hz$. La fréquence maximale étant plus élevée, il est nécessaire de raffiner le maillage de modélisation pour respecter le critère d'une finesse de 10 cellules pour la plus petite longueur d'onde. D'après les résultats de l'imagerie (figure 4.7) on remarque que l'utilisation d'un jeu de 5 fréquences permet une amélioration des résultats. D'autre part, on n'observe pas d'amélioration de la reconstruction de la géométrie suite à l'utilisation des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ par rapport aux paramètres classiques. Sur la fonction coût, on ne constate pas d'accélération de convergence avec l'utilisation des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ (figure 4.8).

En conclusion l'inversion de fréquences séquentiellement n'a pas permis de mettre en évidence la plus grande pertinence de l'utilisation des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ par rapport aux paramètres de vitesses dans le cas du disque. Observons maintenant l'inversion des données selon une stratégie multifréquencielle, aussi appelée stratégie multiéchelle.

- *Inversion avec une stratégie multiéchelle :* cette stratégie consiste à inverser les mêmes données que précédemment en réalisant des groupements de fréquence ; ainsi les groupes de fréquences inversées (en Hz) sont (1.17) ; (1.17, 1.37) ; (1.17, 1.37 , 1.57) ; (1.17, 1.37 , 1.57 , 1.76) ; (1.17, 1.37 , 1.57 , 1.76, 1.96). Sur les résultats d'imagerie présentés à la figure 4.9, on constate que l'utilisation de la stratégie multiéchelle ne permet pas ici d'amélioration de l'image reconstruite. Concernant la paramétrisation, la figure 4.10 semble indiquer que la fonction coût diminue davantage avec les paramètres

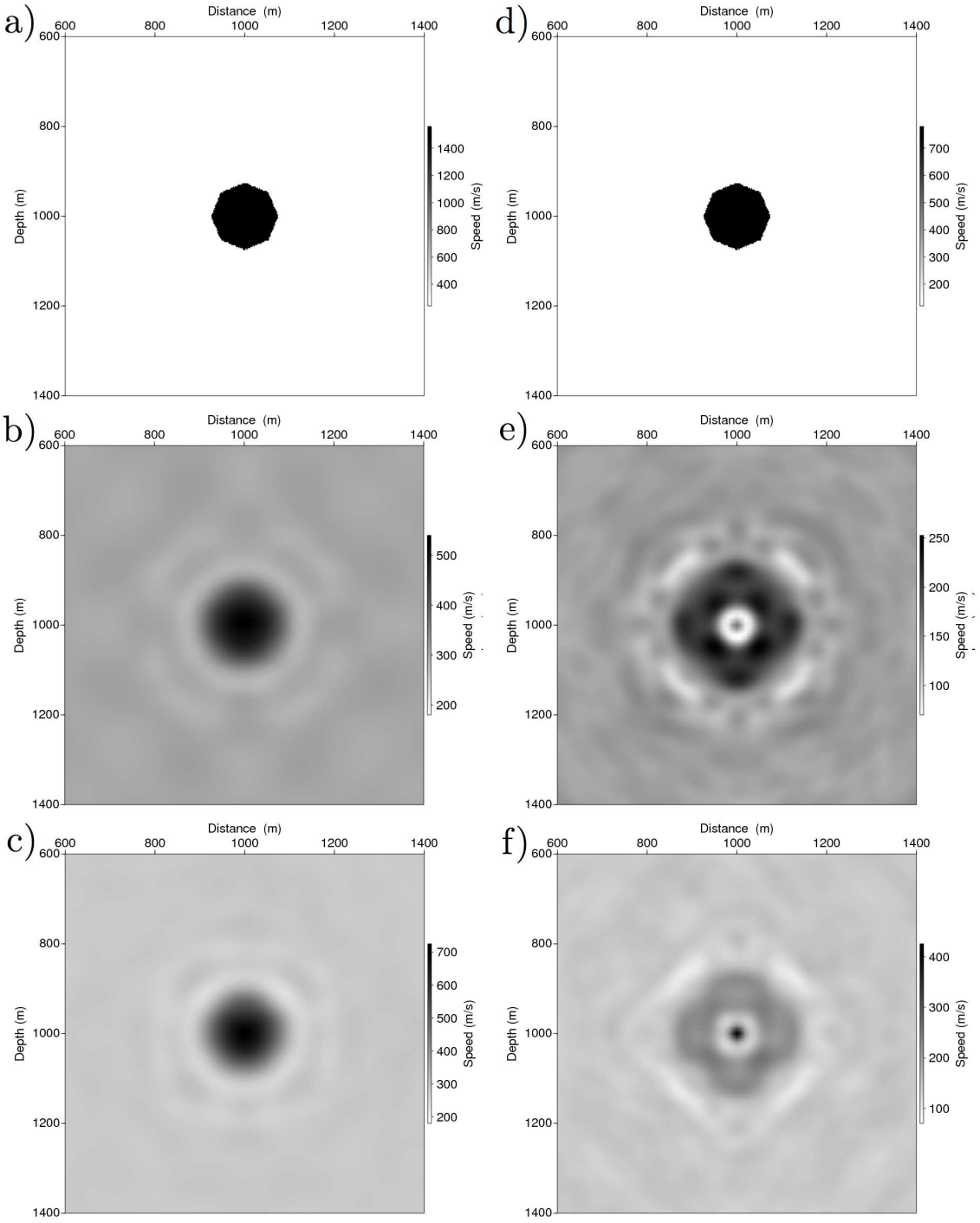

FIGURE 4.7 – Disque dans le cas d'un rapport $R = 5$; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et d), Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et e) et des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ (c et f) après inversion séquentielle des données aux fréquences $f = 1.17, 1.37, 1.57, 1.76, 1.96Hz$

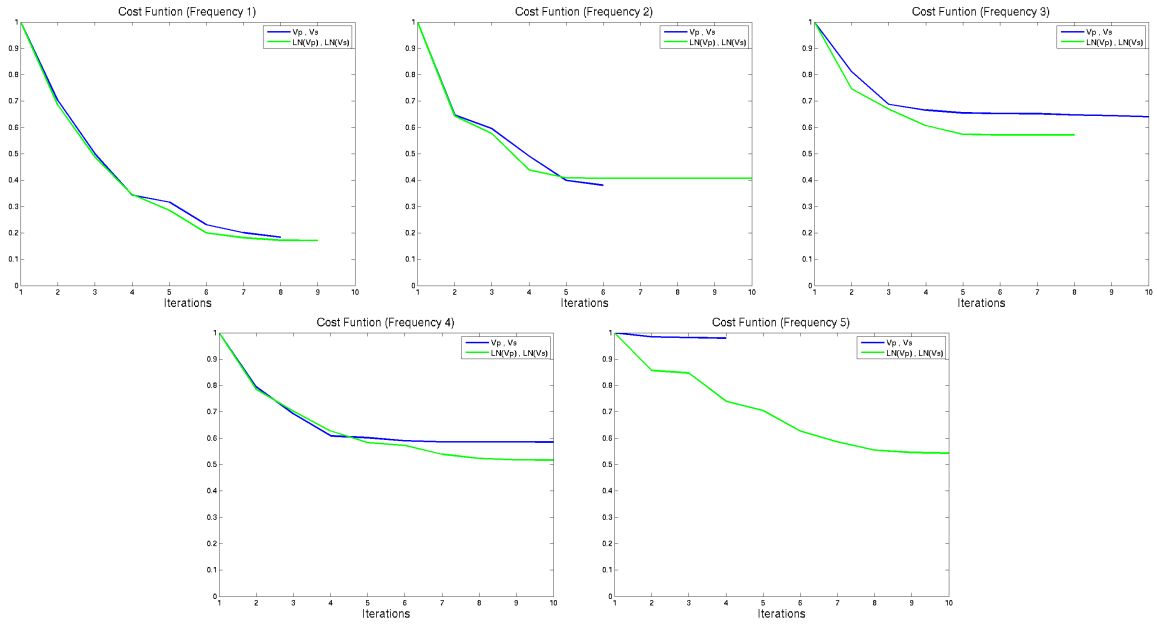

FIGURE 4.8 – Evolution de la fonction coût lors de l'inversion séquentielle des données aux fréquences $1.17, 1.37, 1.57, 1.76, 1.96Hz$ pour un rapport de 5 en imageant les paramètres $\{Vp, Vs\}$ (bleu) ou $\{LnVp, LnVs\}$ (vert)

$\{LnVp, LnVs\}$.

En conclusion l'inversion selon une stratégie multifréquence n'a pas permis de mettre en évidence la plus grande pertinence des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ par rapport aux paramètres classiques. Dans le cas d'un rapport de 5 – cas où l'inversion ne converge pas - la fonction coût a diminué davantage avec les paramètres $\{LnVp, LnVs\}$
Dans le but de prolonger notre étude à un cas plus proche de notre objectif, on applique ensuite la même démarche à des données synthétiques obtenues sur un modèle de fondation 4n et une acquisition plus réaliste.

4.1.2.3 Fondation 4n avec un rapport fondation-encaissant $R = 5$

La géométrie de cette fondation est précisée à la figure (4.11) ; précisons qu'il s'agit d'une géométrie simplifiée de cette fondation car la géométrie exacte comprend des redans, c'est à dire des prismes en béton en bords de semelle, permettant un ancrage dans les terrains non remaniés par la fouille. Comme nous travaillons avec un code d'inversion 2D, il faut donc choisir une section de la fondation à caractériser : nous choisissons le plan de symétrie de la fondation et nous travaillerons sur cette section dans tous les tests synthétiques sur la fondation 4n. Les propriétés du milieu que l'on considère sont précisées dans le tableau 4.3.

La géométrie d'acquisition est précisée à la figure 4.12 et permet d'enregistrer à la fois

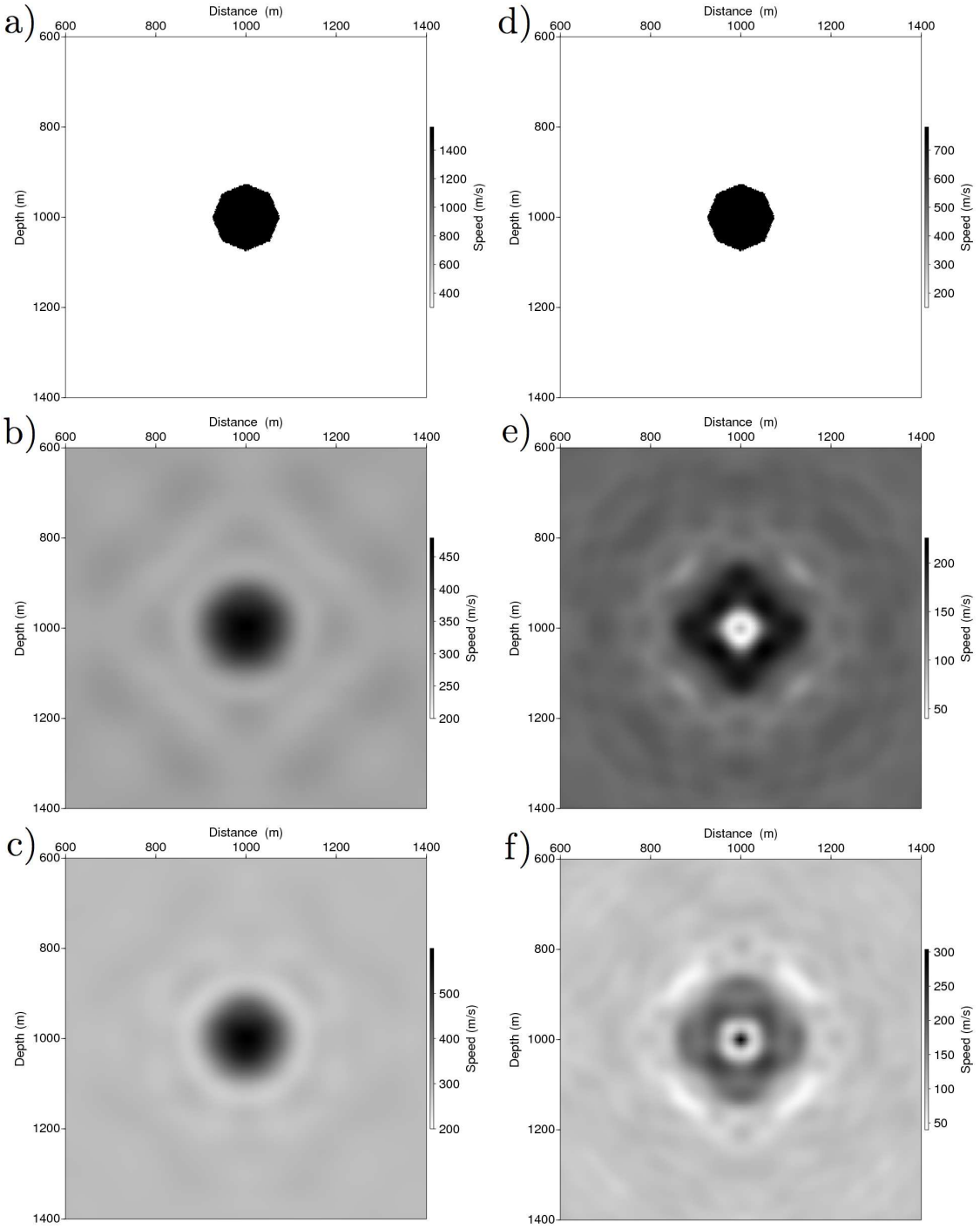

FIGURE 4.9 – Disque dans le cas d'un rapport $R = 5$; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et d), Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et e) et des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ (c et f) après inversion multifréquencielle des données aux fréquences groupées $f = 1.17, 1.37, 1.57, 1.76, 1.96Hz$

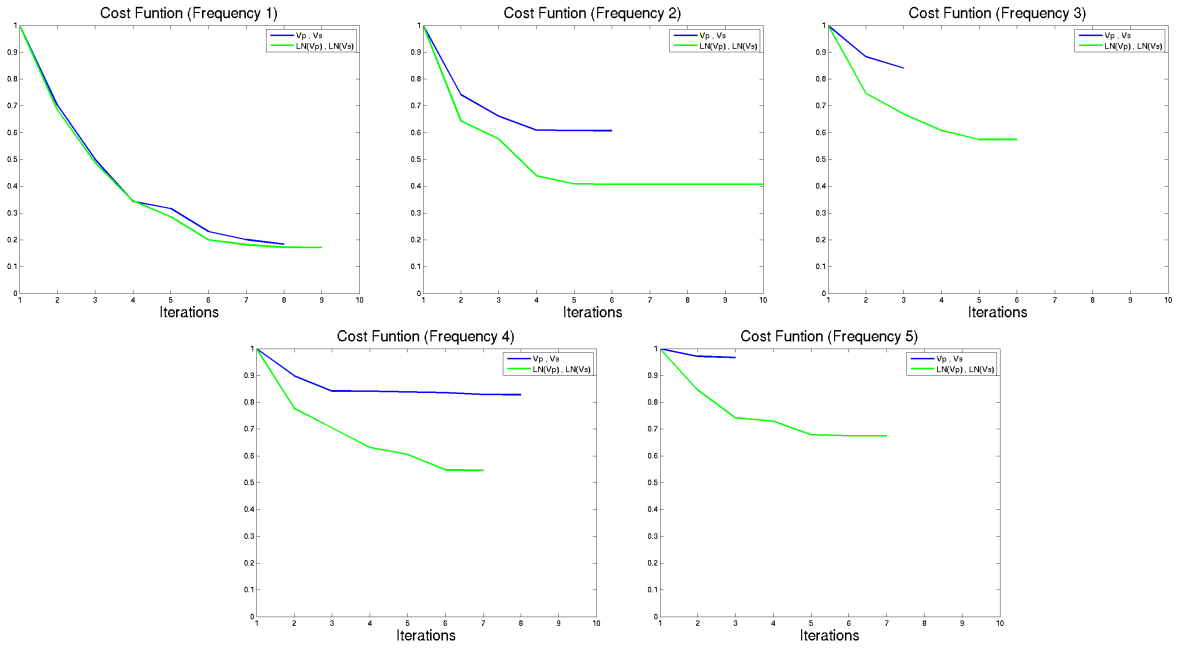

FIGURE 4.10 – Evolution de la fonction coût lors de l'inversion multifréquencielle des données aux fréquences groupées $1.17, 1.37, 1.57, 1.76, 1.96Hz$ pour un rapport de 5 en imageant les paramètres $\{Vp, Vs\}$ (bleu) ou $\{LnVp, LnVs\}$ (vert)

		Encaissant	Fondation
V_p	(m/s)	300	1500
V_s	(m/s)	150	750
ρ	(kg/m^3)	1000	1000
q_p		1000	1000
q_s		1000	1000

TABLE 4.3 – Propriétés élastiques du milieu

des événements transmis et des événements réfléchis. Sur la figure 4.13, on constate que les résultats d'imagerie obtenus après inversion séquentielle sont différents selon le jeu de paramètres $\{Vp, Vs\}$ ou $\{LnVp, LnVs\}$ que l'on utilise. L'image des paramètres Vp est de meilleure qualité en inversant les paramètres classiques : on remarquera en particulier que la fondation reconstruite est monobloc avec les paramètres classiques contrairement à la reconstruction obtenue avec les nouveaux paramètres. Concernant la reconstruction de Vs, l'image reconstruite a une meilleure géométrie avec les paramètres classiques, la fondation reconstruite présentant plus d'hétérogénéités dans le cas de l'inversion des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$. L'évolution de la fonction coût est présentée à la figure 4.14. On constate comme dans le cas du disque que le changement de paramètres n'accélère pas la convergence de l'inversion. On remarque aussi que, pour certaines fréquences,

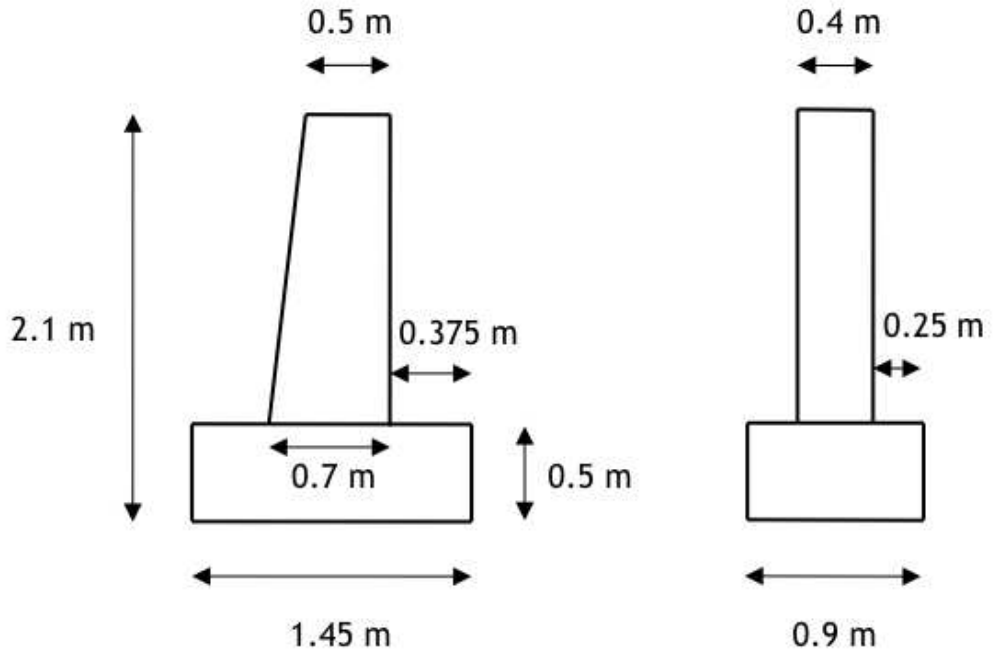

FIGURE 4.11 – Géométrie simplifiée de la fondation 4n

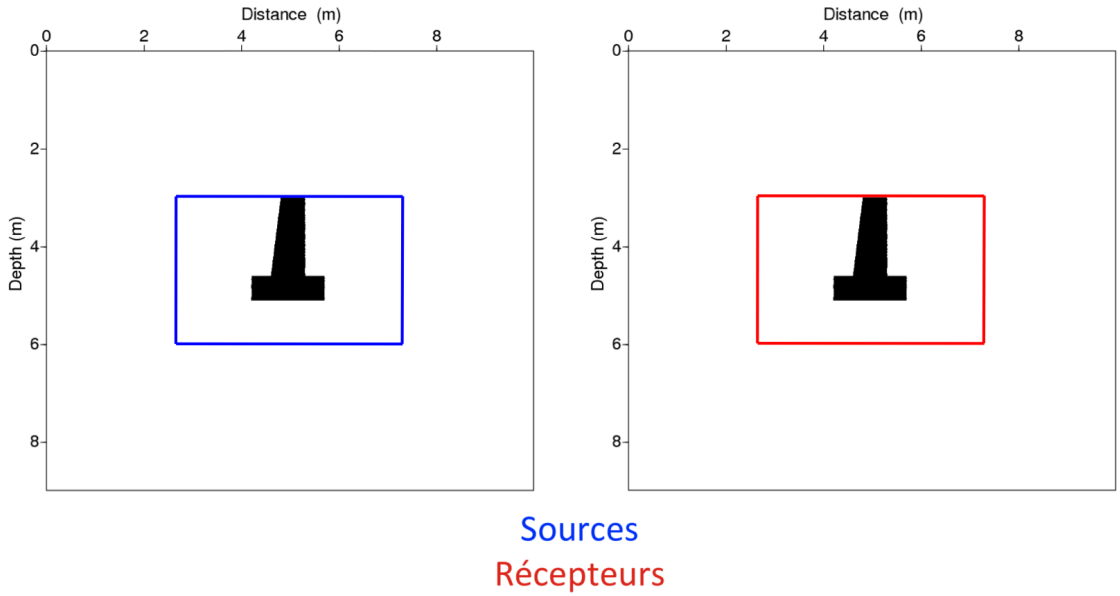

FIGURE 4.12 – Géométrie d'acquisition avec illumination totale autour de la fondation

l'inversion converge mieux avec un paramètre qu'avec l'autre, ce qui explique la différence des résultats finaux. On note enfin que le critère d'arrêt réduit le nombre d'itérations à 2 pour certaines fréquences. Il est possible que le nombre de fréquences soit excessif et que la redondance d'information entre deux fréquences consécutives explique le faible nombre d'itérations de l'algorithme.

Conclusion Les résultats que nous obtenons dans le cas de la fondation avec une acquisition réaliste sont cohérents avec ceux que l'on obtient dans le cas du disque. Nous n'avons pas réussi à mettre en évidence un apport clair du changement de paramètres de $\{Vp, Vs\}$ à $\{LnVp, LnVs\}$ sur la vitesse de convergence, que ce soit dans un cadre de données en transmission ou de données mêlant transmission et réflexion.

4.2 Résolution maximale de l'imagerie

Lorsqu'on cherche à imager un point diffractant, on peut estimer les performances de l'outil d'imagerie en termes de résolution sur la localisation du diffractant ainsi qu'en termes de précision sur la restitution du contraste de propriétés entre le diffractant et l'encaissant. Dans un cadre donné, s'il est difficile d'évaluer sans faire de tests le contraste le plus fort que l'on peut imager correctement, il est en revanche possible d'estimer la résolution maximale du diffractant que l'on peut espérer. En effet, cette précision est directement liée aux longueurs d'onde que l'on propage dans le milieu, notamment aux longueurs d'onde les plus faibles. Ainsi, la résolution est liée à la fréquence maximale des données que l'on utilise ainsi qu'aux valeurs des vitesses de propagation des ondes dans le milieu. On fait ici l'hypothèse que la résolution maximale que l'on peut attendre du procédé d'imagerie est égale à la longueur d'onde minimale propagée dans l'encaissant, c'est-à-dire à la longueur d'onde des ondes S se propageant dans l'encaissant à la fréquence maximale des données utilisées dans l'inversion, $\lambda_{Smin}/2$. En effet, ce sont les ondes S qui fixent la résolution maximale que l'on peut atteindre car étant plus lentes que les ondes P, leur longueur est plus faible. Si l'on veut obtenir une image approchée du modèle avec la résolution maximale que permet le procédé d'imagerie, on peut faire l'hypothèse que celle-ci est fixée par la largeur caractéristique des figures d'interférences des ondes S de chaque paire {source, récepteur} dans l'encaissant. Ainsi, en appliquant au modèle un filtre spatial passe bas de fréquence de coupure $2/\lambda_{Smin}$, on obtient une image du modèle avec la résolution maximale que l'on peut espérer. Il faut être conscient de deux approximations importantes que l'on fait en procédant ainsi :

- l'objet à imager est supposé illuminé à 360°en réflexion : chaque point du milieu génère une diffraction à angle nul.
- on considère que la résolution ne dépend pas de la vitesse de propagation des ondes dans l'objet diffractant, ce qui serait vrai si seules les premières arrivées des diffractions étaient interprétées par la méthode d'imagerie. Or la FWI cherche à interpréter toute la forme d'onde : les temps d'arrivée des ondes réfléchies et diffractées d'une part, mais aussi leur amplitude ainsi que la forme d'onde des ondes

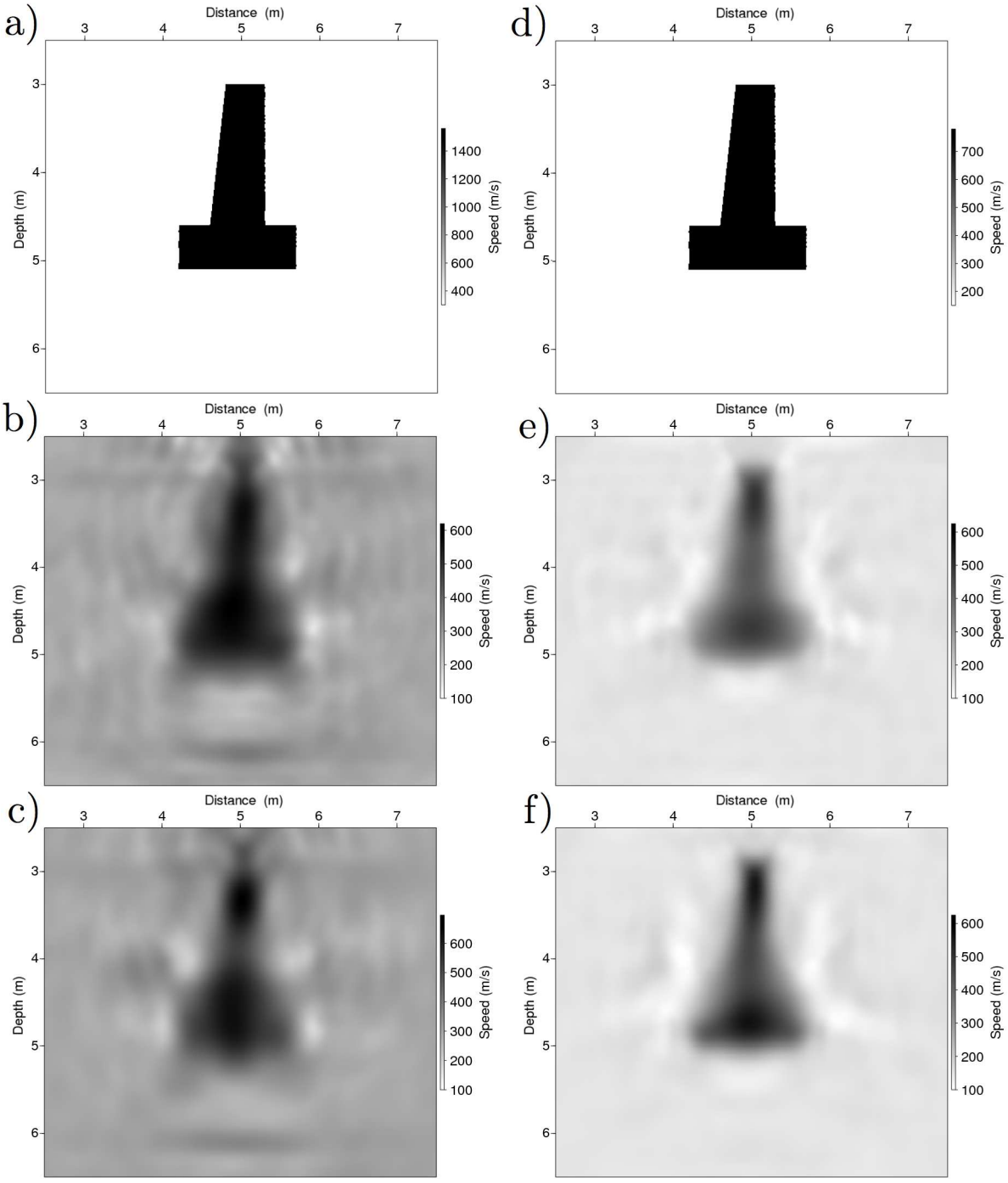

FIGURE 4.13 – Fondation 4n dans le cas d'un rapport $R = 5$ et des données inversées séquentiellement aux fréquences $f = 29.4, 39.1, 48.9, 58.7, 78.3, 88.1, 117, 147, 186, 235, 294, 362, 450, 568Hz$; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et d), Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et e) et des paramètres $\{LnVp, LnVs\}$ (c et f)

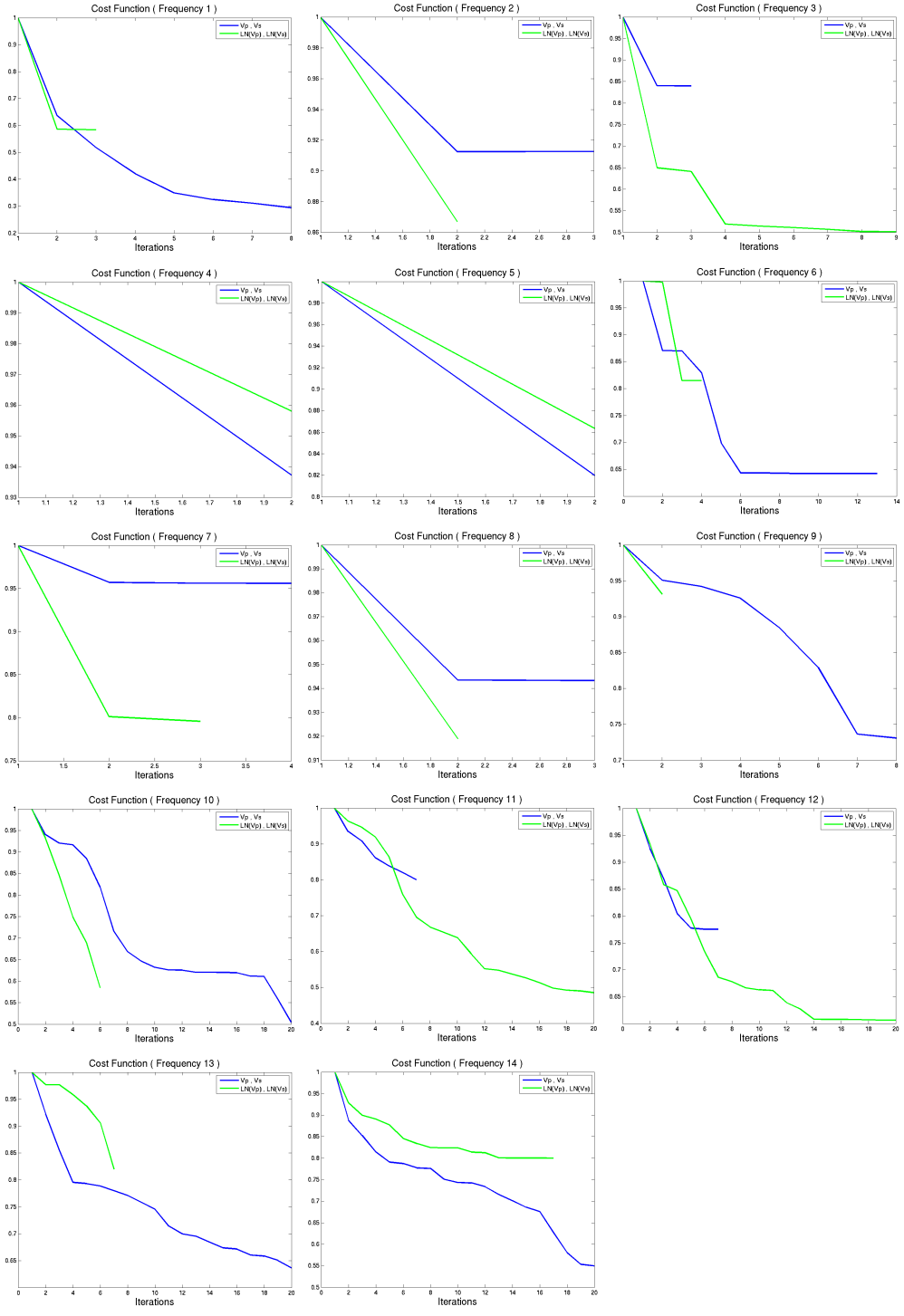

FIGURE 4.14 – Evolution de la fonction coût lors de l'inversion séquentielle des données aux fréquences $29.4, 39.1, 48.9, 58.7, 78.3, 88.1, 117, 147, 186, 235, 294, 362, 450, 568Hz$ pour un rapport de 5 entre la fondation et l'encaissant et en imageant les paramètres $\{Vp, Vs\}$ (bleu) ou $\{LnVp, LnVs\}$ (vert)

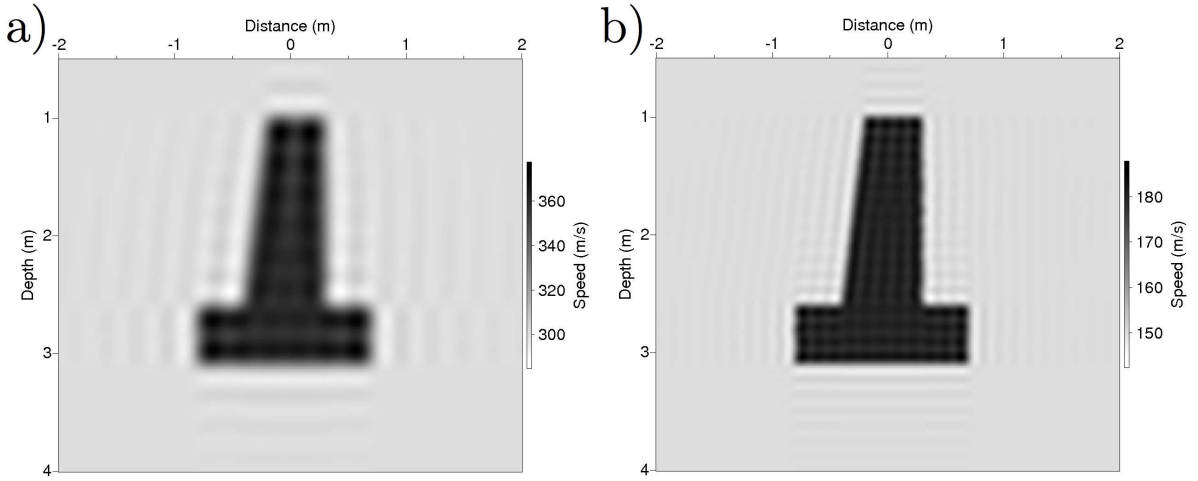

FIGURE 4.15 – Images des propriétés V_P (a) et V_S (b) de la fondation 4n que l'on peut espérer reconstruire avec des données de géophones horizontaux et verticaux de fréquence maximale 567Hz dans un encaissant pour lequel $V_P = 300$ m/s et $V_S = 150$ m/s

transmises dans le béton. L'amplitude des ondes réfléchies et diffractées est essentiellement liée au contraste entre la fondation et l'encaissant et donc influe peu sur la résolution de l'image reconstruite. En revanche, les ondes transmises ont des longueurs d'onde bien plus élevées dans le béton que dans l'encaissant et elles interviennent précisément au voisinage de l'interface fondation/encaissant ce qui est donc d'autant plus susceptible d'affecter l'imagerie.

Nous allons ici appliquer la méthode proposée précédemment pour évaluer la résolution maximale que l'on peut avoir avec l'outil d'imagerie utilisé. On considère ici un objet à imager de type fondation 4n, de propriétés pour l'encaissant égales à celles du milieu de Grenoble ($Vp = 300m/s$ et $Vs = 150m/s$) et une fréquence maximale des données exploitées $f_{max} = 567Hz$, fréquence au delà de laquelle on considère que l'atténuation affecte trop les signaux enregistrés. Dans ce cadre, la longueur d'onde minimale des ondes P, respectivement des ondes S, est de $\lambda_{Pmin} = V_P/f_{max} = 53cm$, respectivement $\lambda_{Smin} = V_S/f_{max} = 26cm$. En appliquant un filtrage spatial de fréquence de coupure $k_{Pmax} = 2/\lambda_{Pmin} = 3.9m^{-1}$, respectivement $k_{Smax} = 2/\lambda_{Smin} = 7.6m^{-1}$, dans les directions horizontales et verticales des propriétés du modèle de vitesse V_P, respectivement V_S, on obtient les images filtrées présentées à la figure 4.15. Dans ce cadre et sous les hypothèses abordées précédemment, on peut donc conclure qu'une fréquence maximale de données de 567Hz devrait permettre d'obtenir une image satisfaisante de la fondation. Précisons que les oscillations observées sur les images filtrées sont dues au phénomène de Gibbs : la troncature du spectre d'un signal a le même effet que la convolution de ce signal par un sinus cardinal de largeur du lobe principal inversement proportionnelle à la fréquence de troncature.

Après avoir justifié le choix des paramètres classiques d'inversion, présentons les résultats d'inversion obtenus en imageant ces paramètres.

4.3 Imagerie dans le milieu synthétique de Grenoble

Dans cette partie, nous abordons progressivement le problème d'imagerie en nous intéressant dans un premier temps aux résultats obtenus dans un cas favorable, c'est-à-dire sans surface libre, dans un milieu à faible contraste entre l'encaissant et la fondation, avec des capteurs verticaux et horizontaux et dans le cas d'une illumination à 360°. Ensuite, nous nous placerons dans le cadre plus réaliste d'un milieu avec surface libre.

4.3.1 Cadre de la FWI

Dans tous les essais présentés, on fait évoluer seulement les valeurs des propriétés de la fondation pour obtenir le contraste désiré alors que les valeurs des propriétés de l'encaissant restent les mêmes : $V_{P,encaissant} = 300m/s$ et $V_{s,encaissant} = 150m/s$. On a choisi ces propriétés car ce sont celles du milieu de Grenoble ; ce type de terrain présente un fort contraste entre les propriétés de la fondation en béton et celles de l'encaissant ce qui est une difficulté pour l'imagerie sans *a priori* comme nous allons le voir. En revanche, l'avantage de travailler dans un milieu lent est que les longueurs d'onde se propageant dans l'encaissant sont relativement petites et permettent ainsi d'avoir une résolution importante sans devoir utiliser des fréquences très élevées, incompatibles avec l'atténuation du milieu. Ensuite, nous avons choisi de ne pas introduire de contraste de densité dans les simulations réalisées de façon à tester les performances de la méthode dans un cadre moins contraignant. Les performances du code sont donc étudiées en inversant V_P et V_S. Enfin, les fréquences des données utilisées pour ces tests sont { 29.3 , 39.1 , 48.9 , 58.7, 78.3 , 88.1 , 117.4 , 146.8 , 185.9 , 234.8 , 293.5 , 362.0 , 450.1 , 567.5 } Hz. Elles ont été choisies comme la succession approximative des termes d'une suite géométrique de rapport 1.25. Le choix d'une évolution géométrique est inspiré de la méthode proposée par Sirgue et Pratt (2001) dans un milieu stratifié. En utilisant leur critère de chevauchement des spectres en nombre d'onde $[k_{z,min}, k_{z,max}]$, il faut que la raison de la suite géométrique soit inférieure à $1/cos\theta_{max}$ où θ_{max} est le demi-angle de réflexion maximal que fait un trajet source-récepteur se réfléchissant sur un réflecteur. Dans le cas de l'acquisition la moins favorable parmi toutes celles que nous allons considérer - récepteurs uniquement au dessus de la fondation - et compte tenu de la géométrie d'acquisition que l'on va utiliser - avec un offset maximal de $5m$ - le chevauchement des spectres en nombre d'onde pour imager une interface située à une profondeur égale à celle de la dalle de la fondation, soit $2.1m$, est obtenu pour une suite de fréquences de raison maximale $1/cos(arctan(2.5/2.1)) = 1.55$. En choisissant une raison de 1.25, on respecte ce critère établi dans un milieu stratifié ; il n'existe pas de critère pour les milieux non stratifiés. L'inversion des données est ici réalisée de façon séquentielle sur des fréquences croissantes, en effectuant 20 itérations par fréquence. Les demi-longueurs

d'onde dans l'encaissant des ondes S associées à ces fréquences vont de 2.5m à 0.13m, sachant que la dimension la plus faible que l'on va caractériser est l'épaisseur de la dalle 4n, c'est-à-dire 0.5m dans le cas du site de Grenoble, autrement dit la résolution théorique est ici 4 fois supérieure à celle de la dimension la plus faible à caractériser. Ensuite, les lissages des perturbations, du hessien et du gradient des propriétés $\{V_P\ ,\ V_S\}$ qui sont effectués à chaque itération consistent à convoluer ces éléments par une gaussienne de largeur caractéristique égale à une fraction de la demi-longueur des ondes P dans l'encaissant ; la largeur de la gaussienne dépend donc de la fréquence inversée. Dans les résultats présentés, la largeur était fixée à un dixième de la longueur d'onde des ondes P dans l'encaissant. Enfin, le milieu initial de l'inversion est l'encaissant sans la fondation.

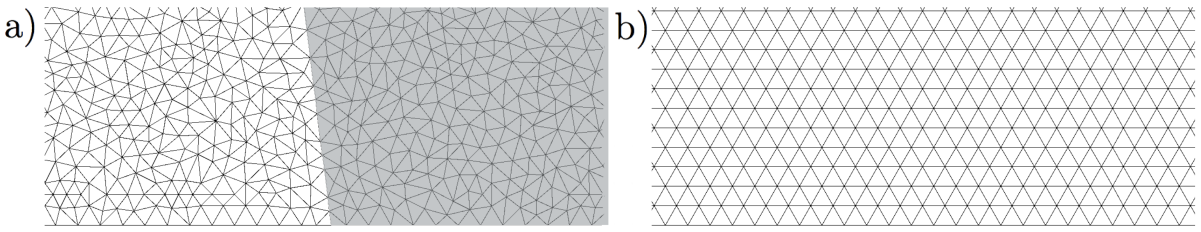

FIGURE 4.16 – Maillage du moulant du modèle direct (a) et maillage structuré du modèle de l'inversion (b)

4.3.2 Inversion dans le milieu sans surface libre

L'une des difficultés de l'imagerie est la prédominance des ondes de surface dans les données : elles sont de très forte amplitude par rapport aux ondes de volume alors qu'elles sont porteuses d'une signature plus faible de la géométrie et des propriétés de la fondation. Pour travailler avec des données dépourvues d'onde de surface, on génère les données de référence dans un milieu sans surface libre avec la méthode de modélisation Galerkin discontinu à l'ordre d'interpolation P1 ; ceci permet de travailler avec un maillage non structuré qui, dans notre cas, épouse la géométrie de la fondation (figure 4.16). Le milieu d'inversion est lui aussi un milieu sans surface libre mais l'interpolation est cette fois-ci P0, ce qui est moins coûteux que le P1 mais qui requiert de travailler avec un maillage structuré, c'est-à-dire constitué de triangles équilatéraux (figure 4.16). Ainsi, dans le travail présenté ici, nous travaillons avec un maillage d'inversion différent du maillage dans lequel les données ont été générées.

Dans cette partie nous allons travailler à partir d'une situation favorable à l'imagerie avant d'augmenter le contraste encaissant-fondation pour trouver le seuil à partir duquel l'imagerie se dégrade. Dans un milieu infini, nous envisageons le cas d'une fondation éclairée par des sources et des récepteurs entourant totalement la fondation. Par commodité, on répartit les sources et les récepteurs sur un rectangle et non sur un cercle. La géométrie d'acquisition des essais présentés dans cette partie est précisée à la figure 4.17. On remarquera que certains capteurs du segment supérieur sont situés directement sur la fondation. D'autre part, les propriétés de l'encaissant choisies pour générer les données sont $V_{p,fondation} = 360m/s$ et $V_{s,fondation} = 180m/s$.

Rapport fondation-encaissant de 1.2 En considérant dans un premier temps un faible rapport fondation-encaissant $R = 1.2$, (figure 4.18) et on obtient les images présentées à la figure 4.19. On peut voir que la forme de la fondation est identifiable et que les valeurs des propriétés de la fondation sont bien reconstruites. D'autre part on peut aussi constater que la résolution des propriétés de l'image V_P est plus faible que celle de l'image V_S, ce qui est cohérent avec le fait que la vitesse de propagation des ondes P est supérieure à la vitesse de propagation des ondes S. Ensuite, on remarque que l'image que

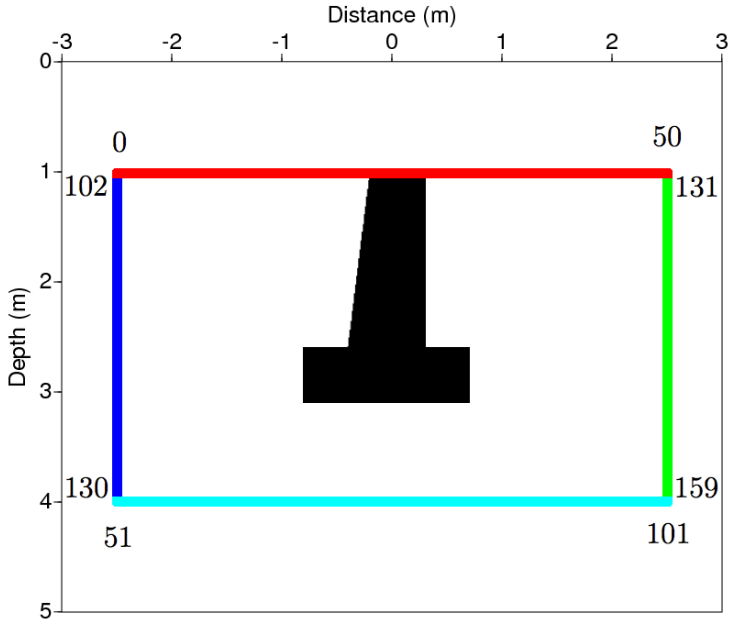

FIGURE 4.17 – Géométrie d'acquisition 4 segments et indexation des sources et des capteurs

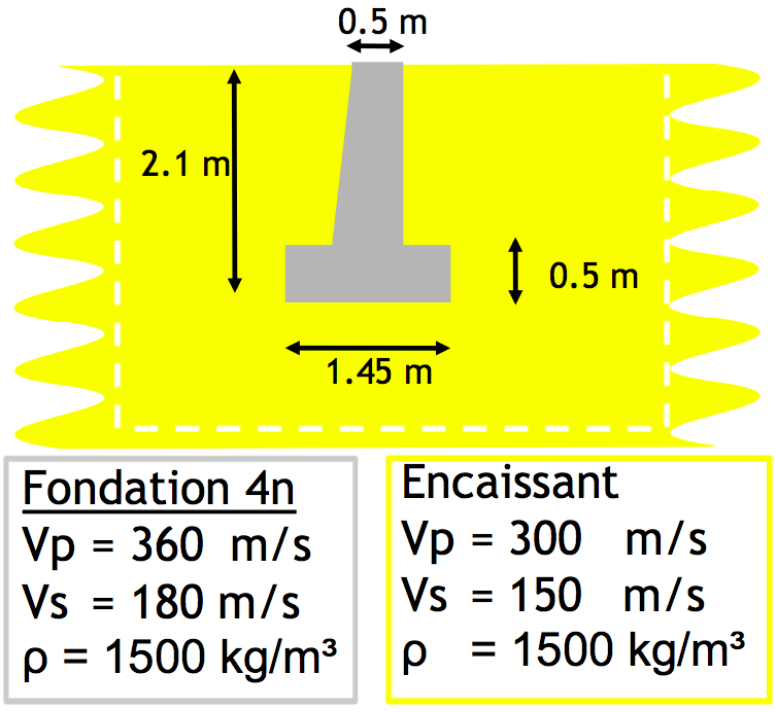

FIGURE 4.18 – Propriétés du milieu dans le cas d'un rapport de 1.2 entre les propriétés de la fondation et celles de l'encaissant

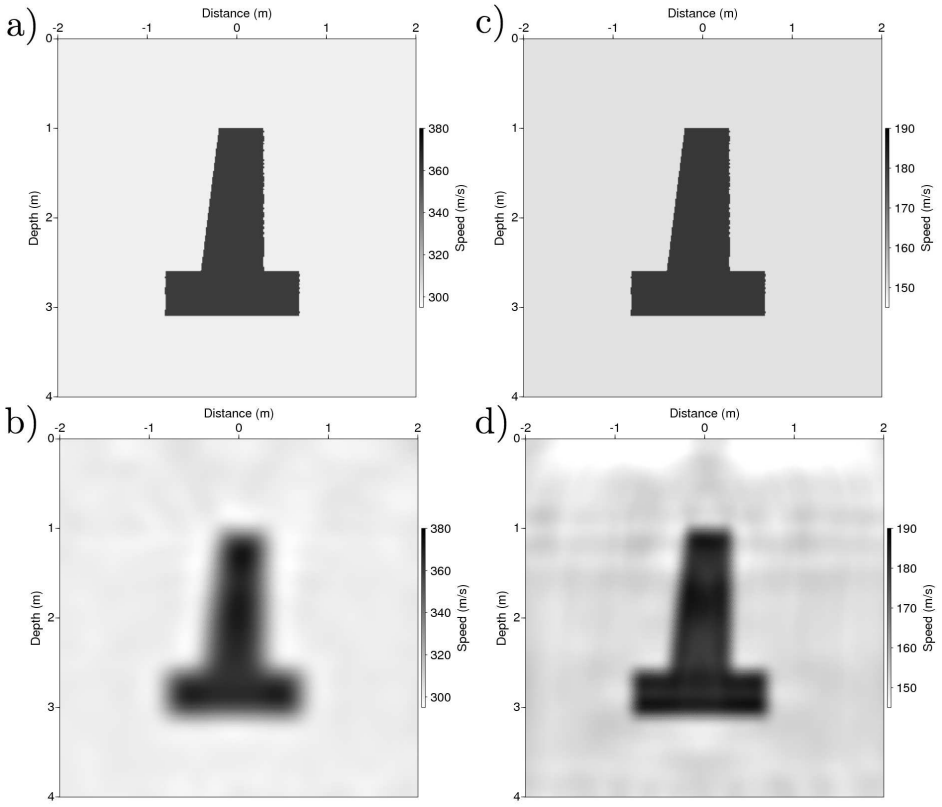

FIGURE 4.19 – Resultats de l'imagerie sans surface libre, avec une illumination à 360°, un rapport fondation/encaissant $R = 1.2$ et des données de géophones horizontaux et verticaux ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

l'on obtient ici est moins précise que celle des figures 4.15 ; la résolution est vraisemblablement affectée par les ondes se propageant dans la fondation. En conclusion, la FWI permet de caractériser géométriquement et quantitativement une fondation 4n de rapport fondation/encaissant 1.2 dans un milieu homogène infini lorsque l'illumination de l'objet est parfaite. Pour avoir une idée de la diminution de la fonction coût à chaque inversion, nous présentons à la figure 4.20 l'évolution de la fonction coût à chaque étape dans le cas présent où elle a manifestement convergé vers une solution satisfaisante. Cette figure représente la concaténation de l'évolution du coût à chaque fréquence en normalisant chaque fonction coût par sa valeur à la première itération de chaque étape de l'inversion multi-échelle. Ainsi les sauts verticaux que l'on peut voir sur cette figure sont les passages d'une fréquence de données à la fréquence suivante. On constate que la fonction coût est relativement bien creusée avec une moyenne de diminution de la fonction de 50% par fréquence, ce qui est a priori cohérent avec le fait que les propriétés obtenues pour la fondation sont correctes. Notons toutefois que certaines fréquences ont été relativement peu creusées comme la deuxième ($f_2 = 39.1Hz$), la quatrième ($f_4 = 58.7Hz$) et la sixième ($f_6 = 88.1Hz$). Une explication possible de cette observation est que ces

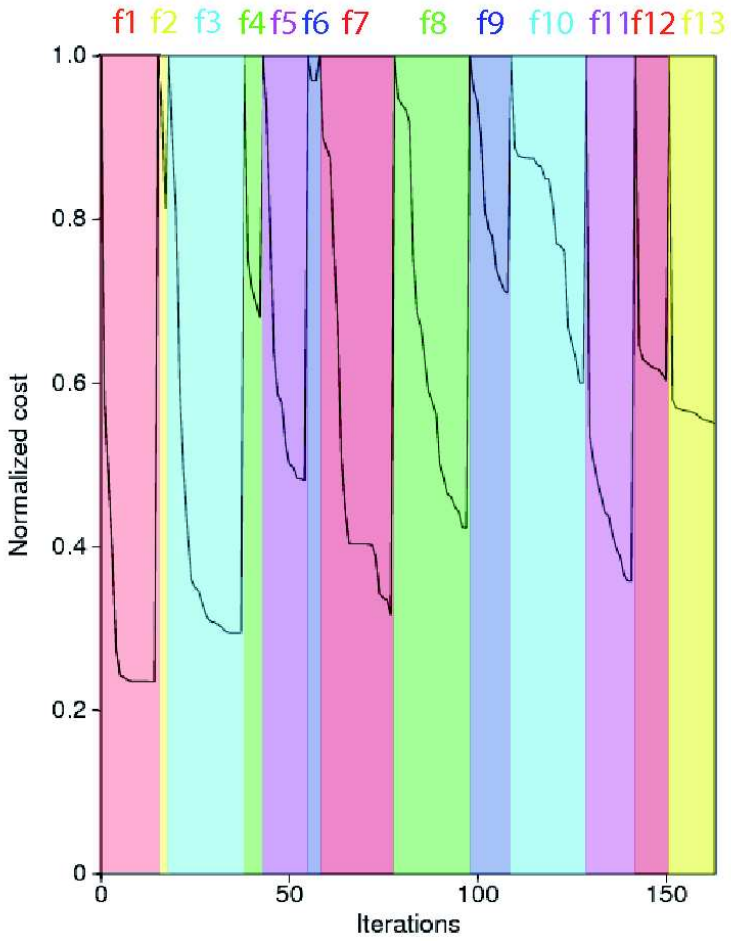

FIGURE 4.20 – Evolution de la fonction coût normalisée par sa valeur au début de l'inversion de chaque fréquence de données pour un rapport fondation/encaissant $R = 1.2$ en utilisant les données de géophones horizontaux et verticaux

fréquences présentent une redondance importante avec la ou les fréquences qui précèdent chacune d'entre elles. L'inversion ayant correctement fait diminué la fonction coût, il est intéressant de vérifier que les données sont reconstruites de façon satisfaisante. Pour ce faire nous présentons à la figure 4.21 la comparaison entre les données de référence et les données obtenues dans le milieu à l'issue de la reconstruction pour la source 61 située à gauche du segment inférieur du profil d'acquisition. Cette source est celle pour laquelle la distance L2 entre les données de référence et les données reconstruites est la plus grande. Les données sont ici représentées en partie réelle et partie imaginaire. On constate que les données reconstruites sont très proches des données de référence.

Pour avoir une idée plus globale de la proximité entre les données de référence et les données reconstruites, la figure 4.22 présente les données pour l'ensemble des sources. Cette fois-ci, à chaque fréquence, pour chaque source et chaque récepteur nous avons 2 informations à représenter : nous choisissons de représenter le module et la phase

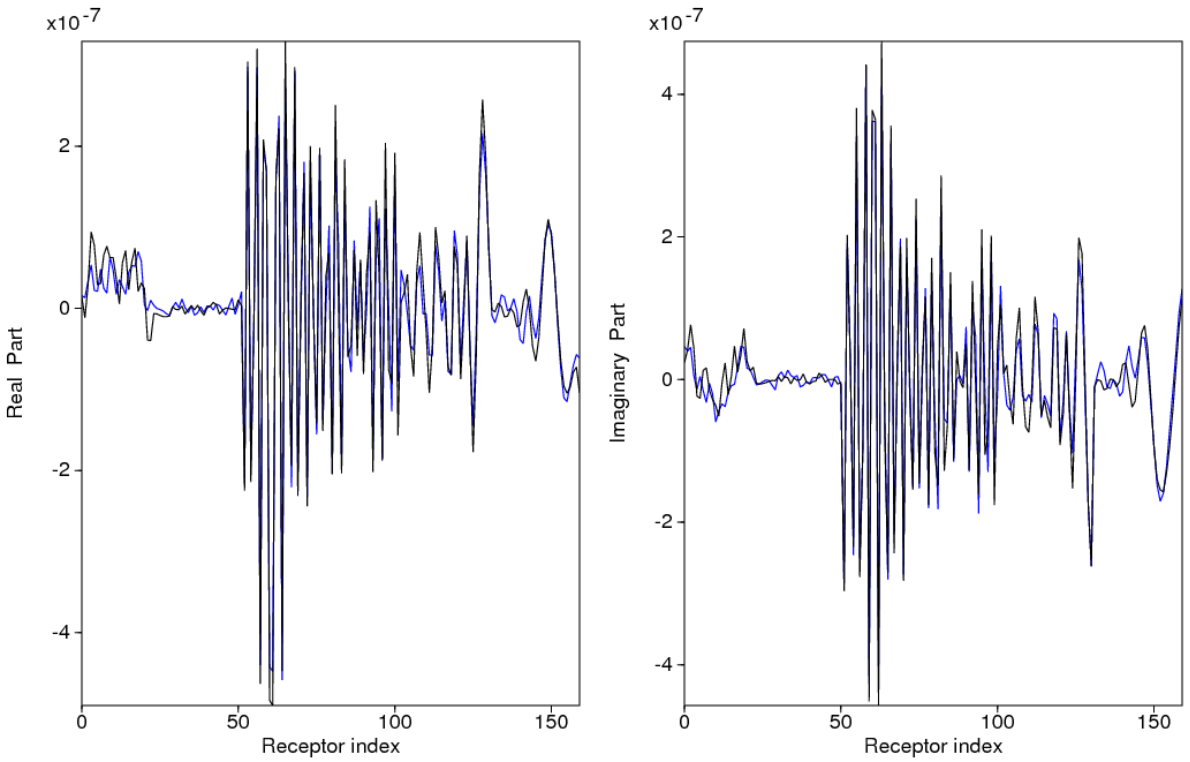

FIGURE 4.21 – Représentation des données de référence (courbe noire) et des données reconstruites (courbe bleue) en partie réelle (gauche) et en partie imaginaire (droite) à l'issue de l'inversion de la dernière fréquence pour un rapport de 1.2 entre les propriétés de la fondation et celles de l'encaissant et une inversion monofréquence

d'une part pour identifier les récepteurs sur lesquels les résidus sont de plus forte énergie et d'autre part pour localiser d'éventuels sauts de phase qui sont très préjudiciables à l'imagerie. Précisons que la représentation du module des résidus est exprimée en pourcentage par rapport au maximum du module des données du modèle de référence. L'intérêt de cette représentation est d'éviter de représenter l'échelle de l'unité qui n'a pas de sens absolu puisqu'elle dépend notablement de l'amplitude de la source. Sur la figure 4.22-a3, on constate que l'énergie des résidus est plus importante au voisinage des sources et non au voisinage de la fondation (récepteur 25). D'une part, le fait que les résidus ne soient pas localisés au voisinage de la fondation est cohérent avec une bonne reconstruction de la fondation ; d'autre part, la concentration des résidus au voisinage des sources est vraisemblablement due à la différence de maillage et donc à la différence d'ordre d'interpolation entre le problème direct et le problème inverse : en effet à l'ordre P1, la source est modélisée sur une seule cellule alors qu'à l'ordre P0, la source est répartie sur plusieurs cellules avec une pondération gaussienne ce qui peut entraîner des différences de modélisation au voisinage des sources. Le fait que la phase des résidus soit nulle au voisinage des sources est cohérent avec cette explication. Plus généralement, on remarque aussi qu'il n'y a pas de saut de phase entre les données du modèle et les

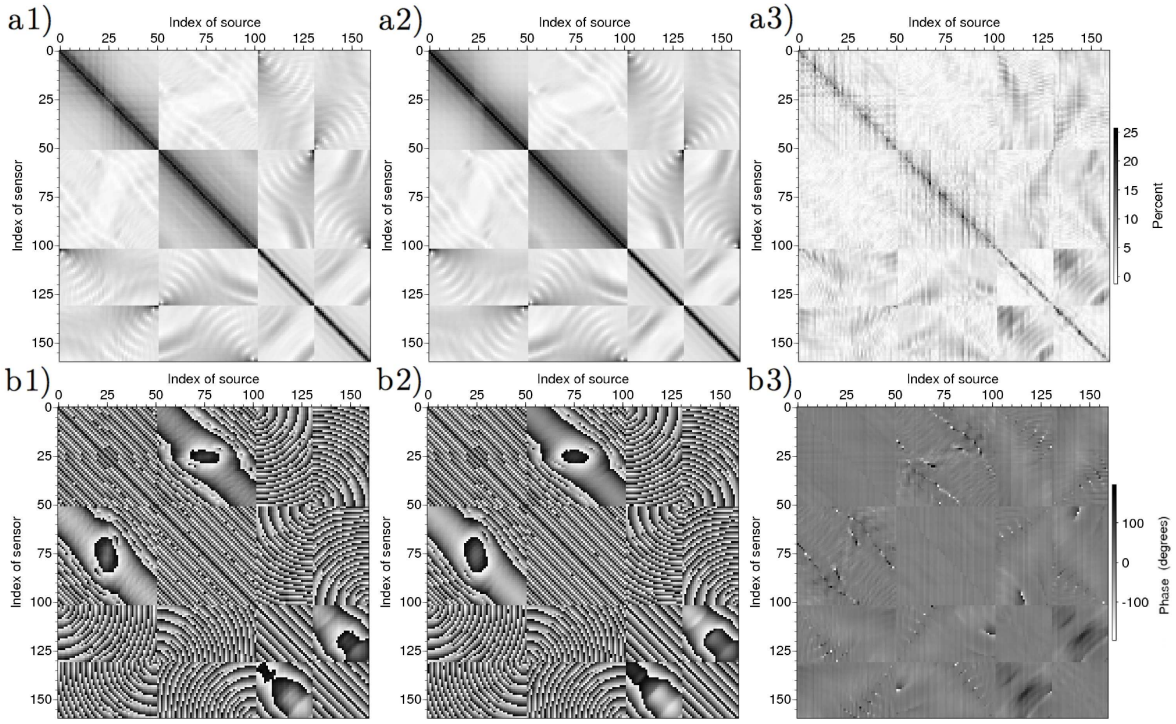

FIGURE 4.22 – Représentation des données en module (a) et en phase (b) pour le modèle (1) et le milieu reconstruit (2) à l'issue de l'inversion de la dernière fréquence ($f = 567Hz$) pour un rapport de 1.2 entre les propriétés de la fondation et celles de l'encaissant et une inversion monofréquence. Résidus des données en module normalisé (a3) et en phase (b3)

données reconstruites.

Ainsi, nous avons établi les bonnes performances de l'imagerie dans le cas d'un rapport de 1.2 entre les propriétés de la fondation et celles de l'encaissant avec une illumination totale de la fondation et avec des géophones horizontaux et verticaux. Nous allons maintenant nous intéresser aux performances de l'imagerie sans les données de géophones horizontaux ; la figure 4.23 présente le résultat qu'on obtient dans le même cadre que précédemment mais en utilisant uniquement des géophones verticaux.

L'image que l'on obtient est satisfaisante : on peut identifier la géométrie de la fondation ainsi que ses propriétés. Cependant, on constate que le fait de ne pas utiliser les données des géophones horizontaux dégrade sensiblement la résolution de l'image à la fois en V_P et en V_S. En conclusion, le résultat d'imagerie obtenu avec un faible contraste dans un milieu infini et avec une illumination omnidirectionnelle est satisfaisant et valide l'approche dans ce cadre ; nous allons maintenant étudier les performances du code dans le cas d'un contraste fondation-encaissant plus élevé.

Rapport fondation-encaissant de 3 Lorsqu'on augmente le rapport entre les propriétés élastiques de la fondation et celles de l'encaissant, les images obtenues après

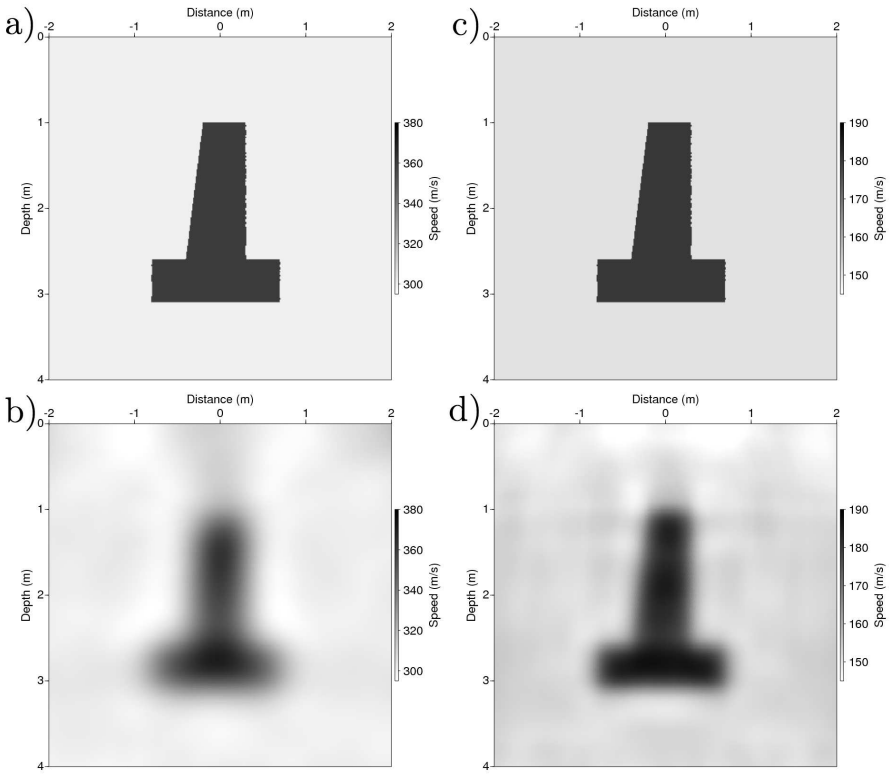

FIGURE 4.23 – Résultats de l'imagerie sans surface libre, avec une illumination à 360°et un rapport $R = 1.2$ entre les propriétés de l'encaissant et de la fondation et sans utiliser les données de géophones horizontaux ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

inversion se dégradent mais la géométrie reste identifiable jusqu'à un certain rapport. Ainsi pour un rapport $R = 3$, les images des propriétés V_P et V_S restent encore relativement bien résolues et ce dans le cas de l'utilisation conjointe des données des géophones horizontaux et verticaux (figure 4.24) et également lorsqu'on utilise les données des géophones verticaux uniquement (figure 4.25).

Rapport de 5 entre l'encaissant et la fondation Lorsqu'on continue à augmenter le rapport, on constate que, même si l'illumination est parfaite, il devient plus difficile d'identifier la géométrie de la fondation. En effet, sur la figure 4.26 on peut voir que les images des propriétés V_P et V_S du milieu reconstruit en inversant séquentiellement les fréquences sont de bien moins bonne qualité. La reconstruction de V_P ne restitue ni le contraste ni la géométrie de la fondation. La reconstruction de V_S permet d'identifier grossièrement la géométrie de la fondation mais on notera que la cheminée et la dalle n'apparaissent pas distinctement. Concernant la convergence de l'inversion, l'évolution de la fonction coût dans ce cadre est présentée à la figure 4.27. Il est remarquable que la fonction coût ait sensiblement diminué dans l'ensemble. Certes, on remarque qu'aux fréquences 2, 3 et 6 - soit $39.1Hz$, $48.9Hz$ et $88.1Hz$ - l'algorithme n'a pas reconstruit

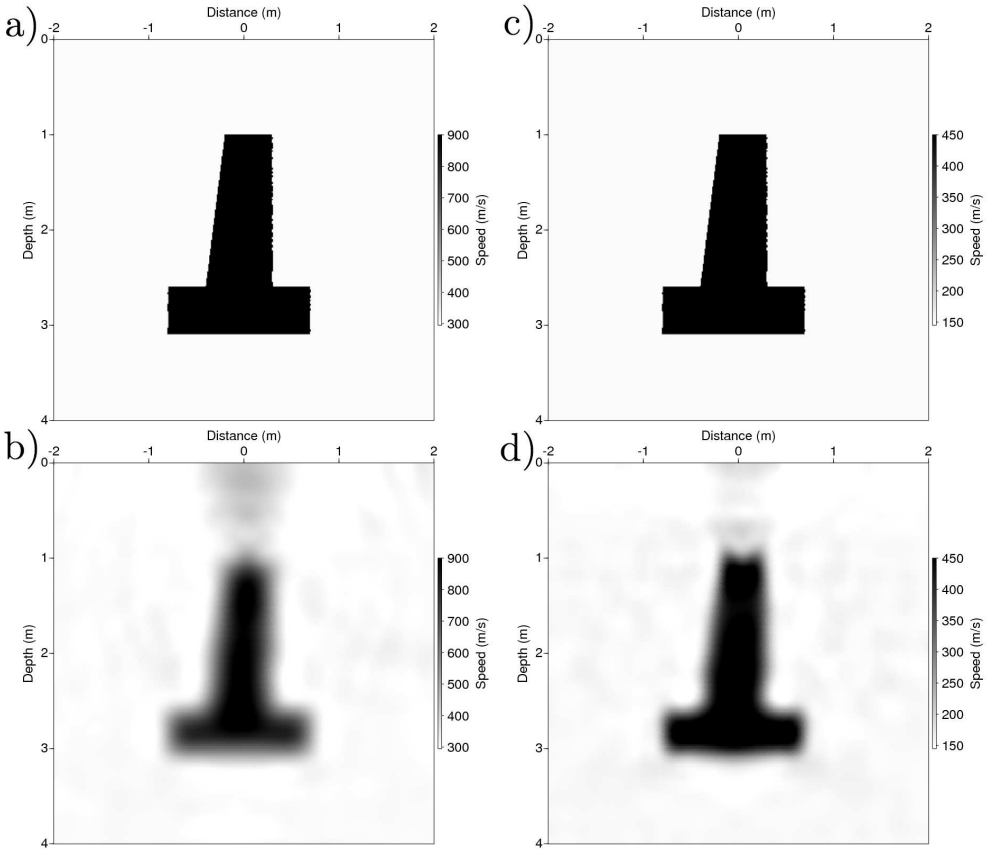

FIGURE 4.24 – Résultats de l'imagerie sans surface libre, avec une illumination à 360°et un rapport fondation/encaissant $R = 3$ et avec les données des géophones horizontaux et verticaux ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

efficacement les données mais on pouvait aussi faire cette remarque pour les fréquences numéros 2, 4 et 6 - soit $39.1Hz$, $58.7Hz$ et $88.1Hz$ - à l'issue de l'imagerie pour un rapport 1.2 (figure 4.20). La seule différence que l'on peut faire avec l'inversion à plus faible contraste est qu'ici il y a deux fréquences consécutives à basse fréquence pour lesquelles les données ne sont pas expliquées par l'inversion, toutefois il est remarquable que plusieurs fréquences plus élevées soient bien expliquées. Nous concluons qu'il est difficile de se faire une bonne idée de la convergence de l'algorithme vers la bonne solution en observant l'évolution de la fonction coût à chaque fréquence.

Pour avoir une meilleure idée de la qualité des données obtenues à l'issue de la dernière étape de l'inversion, c'est-à-dire après l'inversion de la dernière fréquence des données, on présente à la figure 4.28 les données correspondant à la dernière fréquence utilisée dans la reconstruction. Sur cette figure, on peut d'abord remarquer une différence entre le module des données obtenues dans le cas d'un rapport de 5 et celui que l'on obtient dans le cas d'un rapport faible de 1.2, en particulier sur la diagonale c'est-à-dire pour les récepteurs situés au voisinage de chaque source. Lorsque la source est située sur la fonda-

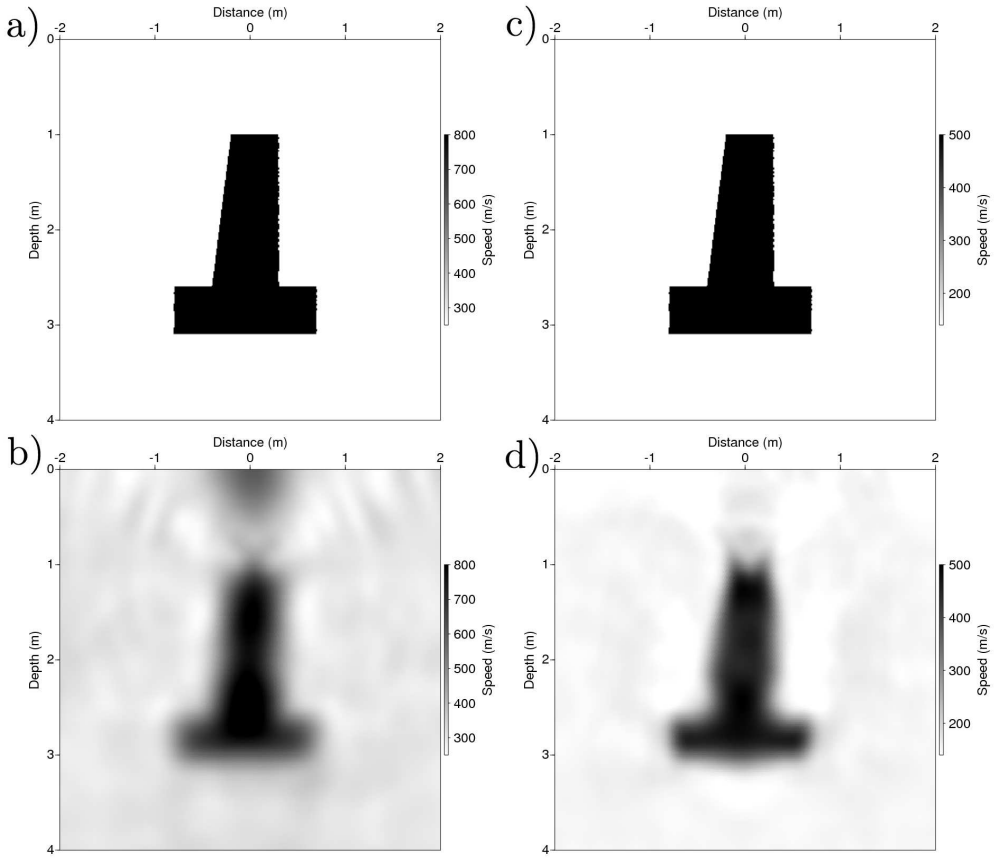

FIGURE 4.25 – Résultats de l'imagerie sans surface libre, avec une illumination à 360°et un rapport fondation/encaissant $R = 3$ et avec les données des géophones verticaux uniquement ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

tion, le module des données issues des récepteurs situés à son voisinage est relativement faible comparé aux données obtenues avec une source située en dehors de la fondation et des récepteurs au voisinage de cette source. Ce phénomène est d'autant plus marqué que le contraste est élevé car la longueur d'onde des ondes émises dans la fondation, et donc l'étalement de l'énergie sismique, croît avec le contraste. D'autre part on remarque que, dans le cas d'un contraste élevé, l'énergie des résidus est principalement localisée sur les récepteurs extérieurs à la fondation situés à proximité de celle-ci (figure 4.28-a3). Ce point est cohérent avec le fait que l'on ne reconstruit pas bien la fondation : compte-tenu de l'atténuation géométrique, d'une part les données qui sont les plus susceptibles d'être mal expliquées sont celles des récepteurs situés au voisinage de la fondation et d'autre part l'énergie de ces données mal expliquées est d'autant plus grande que la source est proche de la fondation. Toutefois le module maximal des résidus est seulement 0.6 fois plus grand que dans le cas d'un rapport de 1.2 : l'amplitude des résidus n'est pas révélatrice de la bonne reconstruction ou non de la fondation. En revanche, la localisation des résidus semble un bon outil de diagnostic. Enfin, une dernière remarque concernant

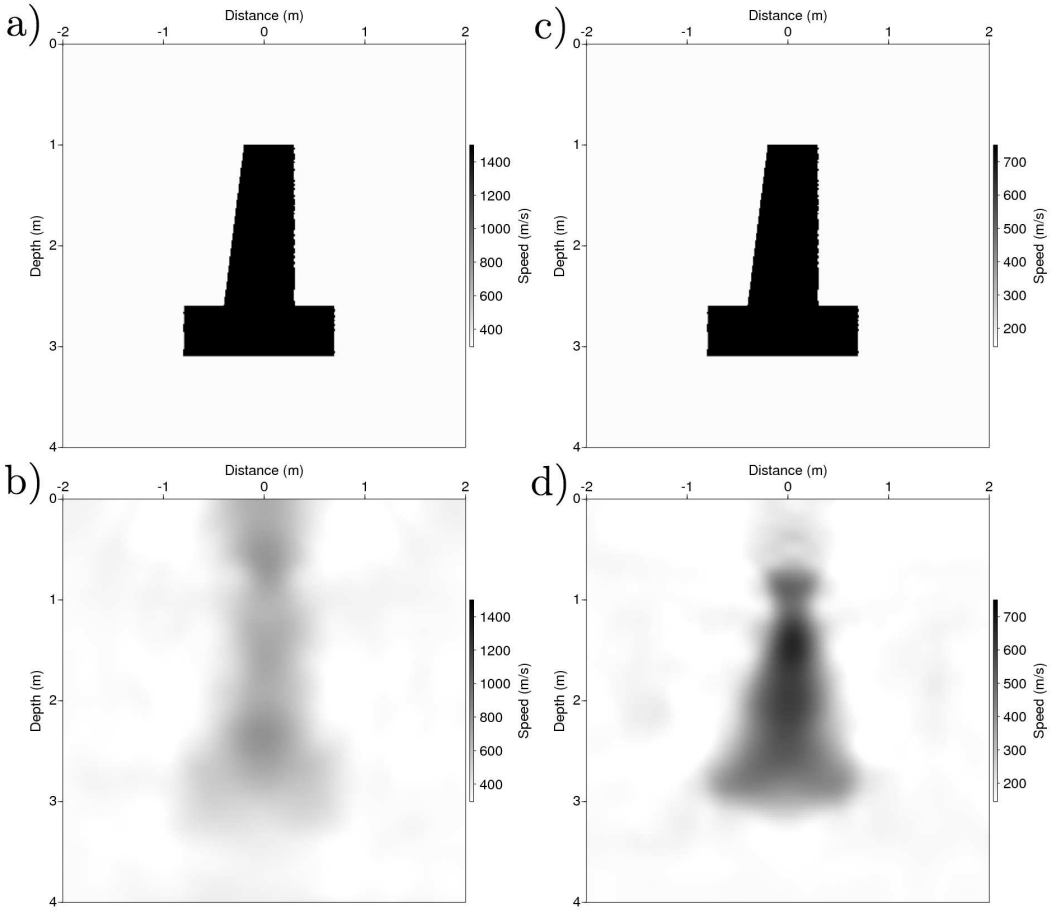

FIGURE 4.26 – Résultats de l'imagerie sans surface libre, avec une illumination à 360°et un rapport fondation/encaissant de 5 avec lissage par rapport aux propriétés de l'encaissant et sans utiliser les données des géophones horizontaux ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

la différence des modules : celle-ci est relativement importante dans les données de réflexion : c'est-à-dire, selon l'indexation présentée à la figure 4.17, pour les ensembles sources/récepteurs suivants :

- source $\in \{0,22\} \bigcup \{102,130\}$, récepteurs $\in \{0,22\} \bigcup \{102,130\}$
- source $\in \{28,50\} \bigcup \{131,159\}$, récepteurs $\in \{28,50\} \bigcup \{131,159\}$

Concernant la phase des résidus, elle est relativement mal expliquée par rapport au cas d'un rapport fondation/encaissant de 1.2. En particulier les données de transmission sont celles pour lesquelles la phase est la moins bien retrouvée. Précisons que, selon l'indexation présentée à la figure 4.17, les données en transmission sont celles pour lesquelles les sources et les récepteurs sont tels que :

- source $\in \{51,101\}$ récepteurs $\in \{0,50\}$
- source $\in \{0,50\}$ récepteurs $\in \{51,101\}$
- source $\in \{102,130\}$ récepteurs $\in \{131,159\}$
- source $\in \{131,159\}$ récepteurs $\in \{102,130\}$

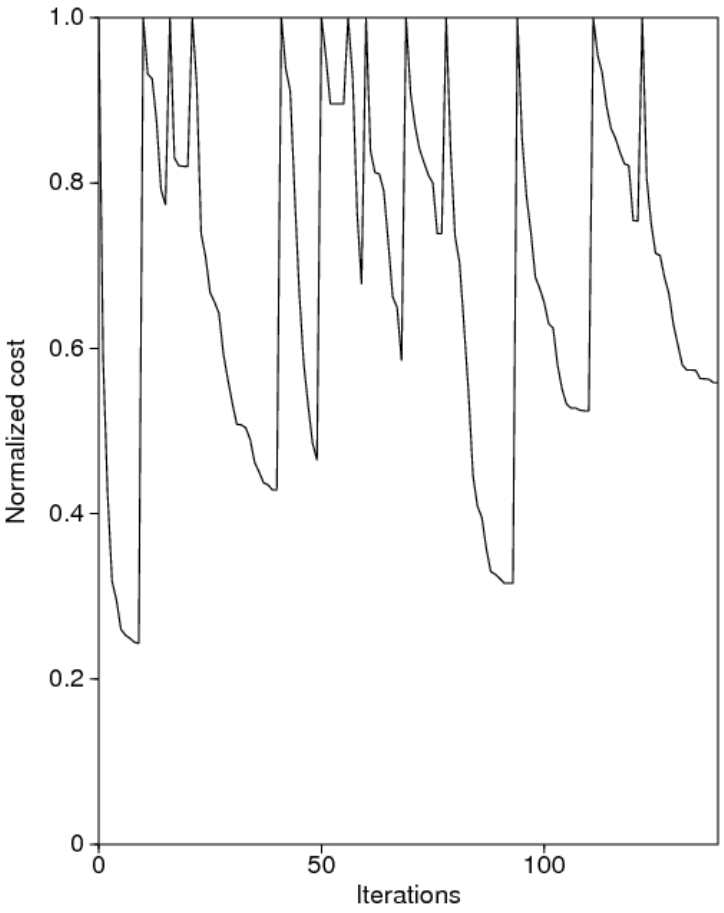

FIGURE 4.27 – Evolution de la fonction coût normalisée par sa valeur au début de l'inversion de chaque fréquence de données pour un rapport $R = 1.2$ en utilisant les données des géophones horizontaux et verticaux

En conclusion, il semble possible de diagnostiquer la bonne reconstruction de la fondation à partir des données : on pourra observer la qualité de la reconstruction des données en réflexion sur le module des résidus et on pourra observer la qualité des données en transmission sur la phase des résidus.

D'après le résultat précédent (figure 4.26), l'algorithme n'a pas convergé et doit donc être piégé dans un minimum local. Pour vérifier ce point, nous observons l'évolution de la fonction coût au voisinage du milieu reconstruit dans une direction donnée. Ainsi, on devrait observer que la section de la fonction coût dans la direction considérée passe par un minimum local lorsque le modèle est égal au modèle final de l'inversion. Notons que c'est une condition nécessaire que doit satisfaire la fonction coût au voisinage du milieu reconstruit mais elle n'est pas suffisante pour affirmer que l'algorithme s'est arrêté dans un minimum local car on ne vérifie pas de façon exhaustive que la fonction coût est minimale pour le modèle final de l'inversion. Pour vérifier ce point, il faudrait tester

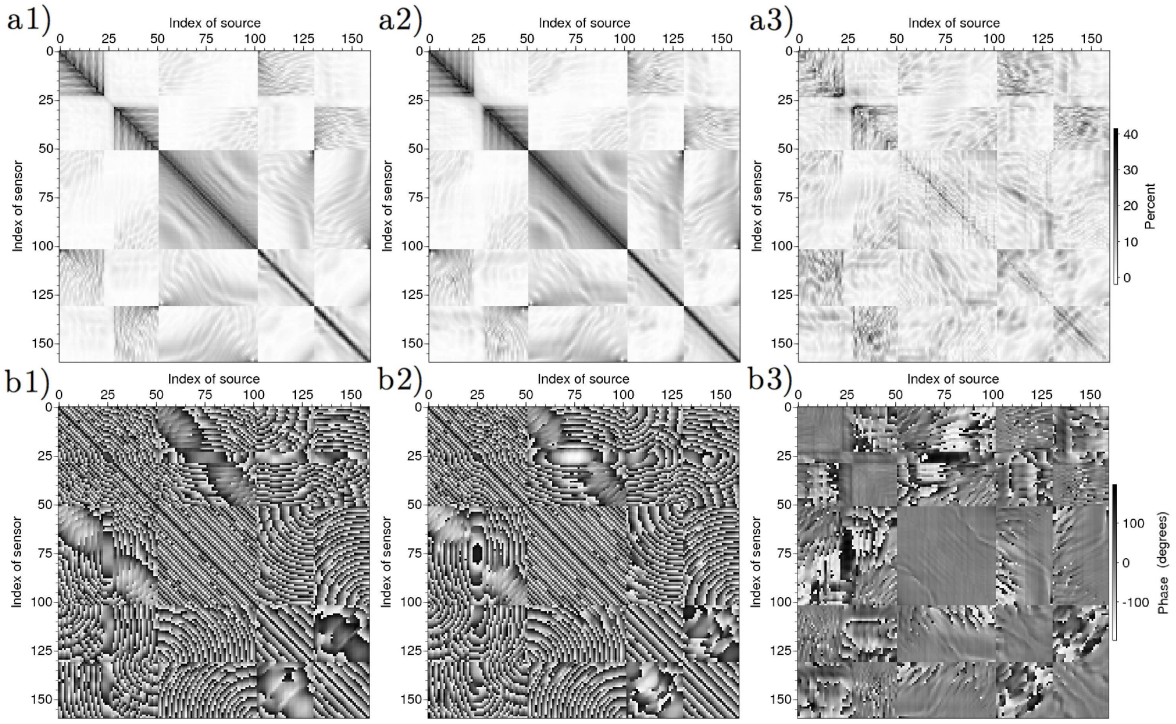

FIGURE 4.28 – Représentation des données en module (a) et en phase (b) pour le modèle (1) et le milieu reconstruit (2) à l'issue de l'inversion de la dernière fréquence pour un rapport de 5 entre les propriétés cinématiques de la fondation et celles de l'encaissant et une inversion monofréquence ; Résidus des données en module normalisé (a3) et en phase (b3). L'indexation est précisée à la figure 4.17 ; sur les modules (a1) et (b1), la diagonale correspond à un récepteur situé à proximité de la source ; les motifs rectangulaires sans diagonale forte sur les modules correspondent à des données transmises d'un segment d'acquisition à un autre

toutes les directions existantes, ce qui n'est pas envisageable compte tenu du nombre important de paramètres - de l'ordre de 10^6 ici. La démarche proposée pour effectuer cette vérification est de choisir la direction définie par la différence entre le modèle de référence et le modèle reconstruit puis de calculer la fonction coût de plusieurs modèles obtenus par interpolation linéaire entre le modèle de référence et le modèle reconstruit.

Nous représentons à la figure 4.29 la fonction coût dans la direction $\mathbf{m}_{recons} - \mathbf{m}_{ref}$, avec $\mathbf{m}_{recons}$ le modèle obtenu après inversion et $\mathbf{m}_{ref}$ le modèle synthétique de référence dans lequel ont été obtenues les données inversées. Les données considérées ici sont celles de la dernière fréquence des données inversées, soit $567.5Hz$. Sur cette figure, on représente à gauche l'évolution de la fonction coût globalement. On peut observer que la fonction coût s'annule en 0, ce qui est cohérent car alors le modèle pour lequel la fonction coût est calculé est égal au modèle de référence. D'autre part, sur la même courbe on observe au voisinage du modèle reconstruit (*distance from reference=1*) une zone de relativement faible pente : il n'apparaît pas clairement sur cette figure que le modèle obtenu à l'issue de l'inversion est situé dans un minimum local de la fonction coût. On

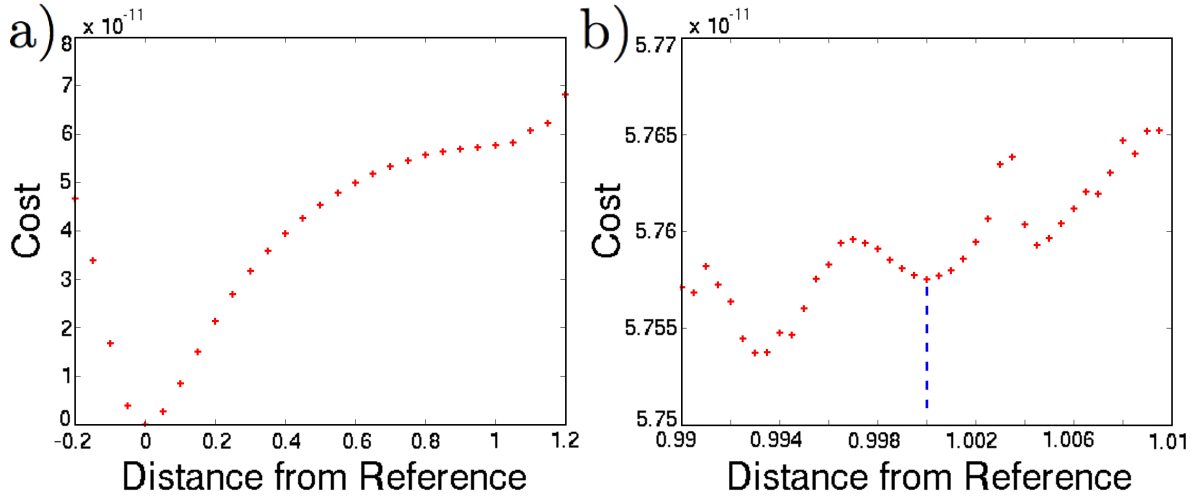

FIGURE 4.29 – Fonction coût associée à la dernière fréquence des données pour les modèles répartis autour du modèle reconstruit (distance=1) et le modèle solution (distance=0). Représentation globale de la fonction (a) et au voisinage de la solution courante de l'inversion (b)

représente donc sur la courbe de droite de la figure 4.29 l'évolution de la fonction coût au voisinage du modèle obtenu à l'issue de l'inversion (*distance from reference=1*). On constate sur celle-ci que la fonction coût présente un minimum au voisinage du modèle reconstruit dans la direction considérée, ce qui est cohérent avec la présence d'un minimum local de la fonction coût pour le modèle résultant de la dernière inversion.

Le résultat d'inversion que nous avons présenté à la figure 4.26 n'utilisait pas les données des géophones horizontaux. On présente à la figure 4.30 les modèles reconstruits en utilisant les données des géophones horizontaux et verticaux en conservant les paramétrages de l'inversion par ailleurs. Sur cette figure, on peut observer que la qualité de la reconstruction est bien meilleure que précédemment, notamment sur Vp. Pour arriver à imager un objet présentant un rapport fondation-encaissant $R = 5$, il est avantageux d'utiliser à la fois les données des géophones horizontaux et verticaux.

Une autre idée d'amélioration de l'imagerie moins contraignante est de renoncer aux géophones horizontaux et d'utiliser le groupement de fréquences dans la stratégie d'inversion.
Pour des raisons de temps de calcul - l'inversion en monofréquence dure 24 heures sur 16 processeurs - on s'intéresse au résultat que l'on obtient en couplant les fréquences consécutives c'est-à-dire en inversant les données selon les groupes de fréquences $\{f_1\}$, $\{f_1, f_2\}$, ..., $\{f_{i-1}, f_i\}$, $\{f_{N-1}, f_N\}$. L'inversion des données associées à ces groupes est présentée à la figure 4.31. On constate que le fait de coupler les fréquences améliore sensiblement l'imagerie.

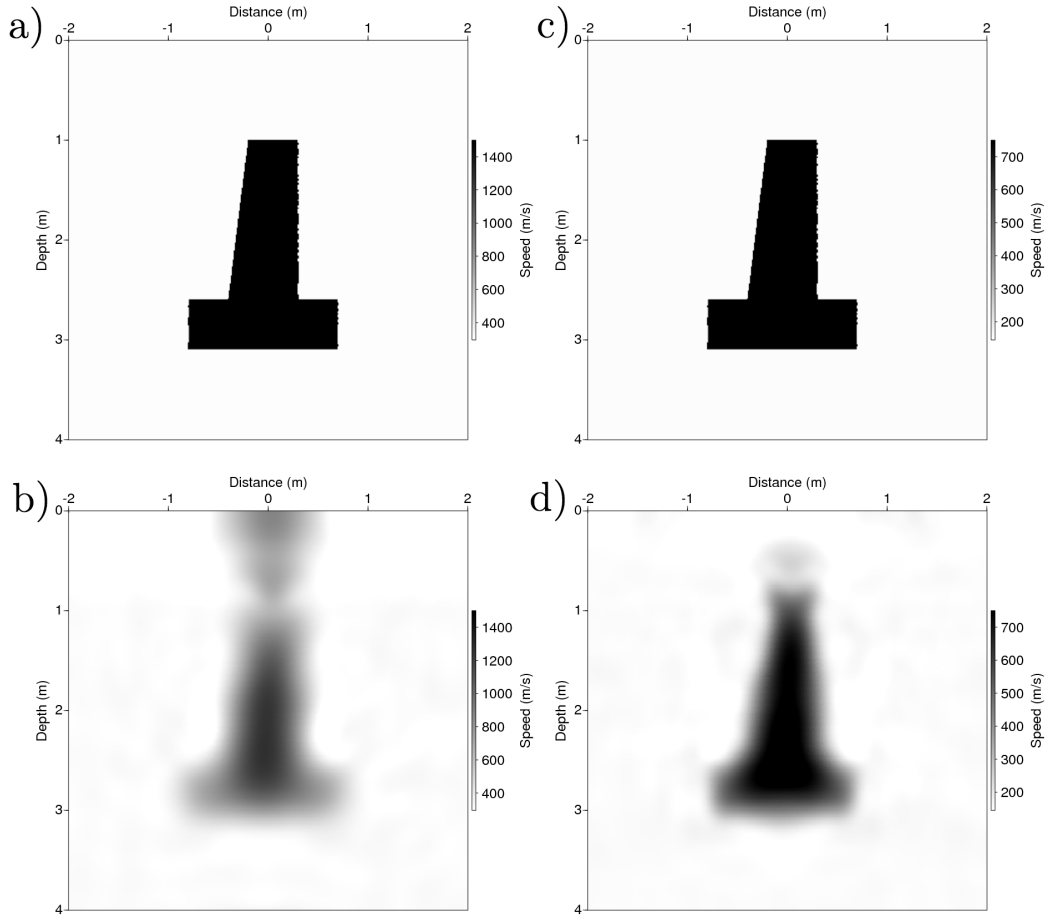

FIGURE 4.30 – Résultats de l'imagerie sans surface libre, avec une illumination à 360°et un rapport fondation/encaissant de 5 avec lissage par rapport aux propriétés de l'encaissant et en utilisant les données des géophones horizontaux et verticaux avec une stratégie monofréquence ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

Rapport fondation-encaissant $R = 9$ Pour des rapports supérieurs, on peut voir sur la figure 4.32 que même en utilisant les déplacements horizontaux et verticaux l'imagerie en inversant séquentiellement l'ensemble des fréquences (a2 et b2) ou en triplets de fréquences (a3 et b3) ne donne pas de résultats satisfaisants mais on remarque une amélioration lors du passage de la stratégie séquentielle à la stratégie multifréquences.

Précisons que la stratégie de regroupement par triplets de fréquence a consisté ici à inverser les groupes de fréquences $\{f_1\}$, $\{f_1, f_2\}$, $\{f_1, f_2, f_3\}$, $\{f_2, f_3, f_4\}$ $\ldots$, $\{f_{i-2}, f_{i-1}, f_i\}$, $\ldots$, $\{f_{N-2}, f_{N-1}, f_N\}$.

Les résultats que nous avons présentés nous permettent donc de mettre en évidence l'influence du rapport fondation-encaissant sur l'imagerie. En particulier, l'imagerie en

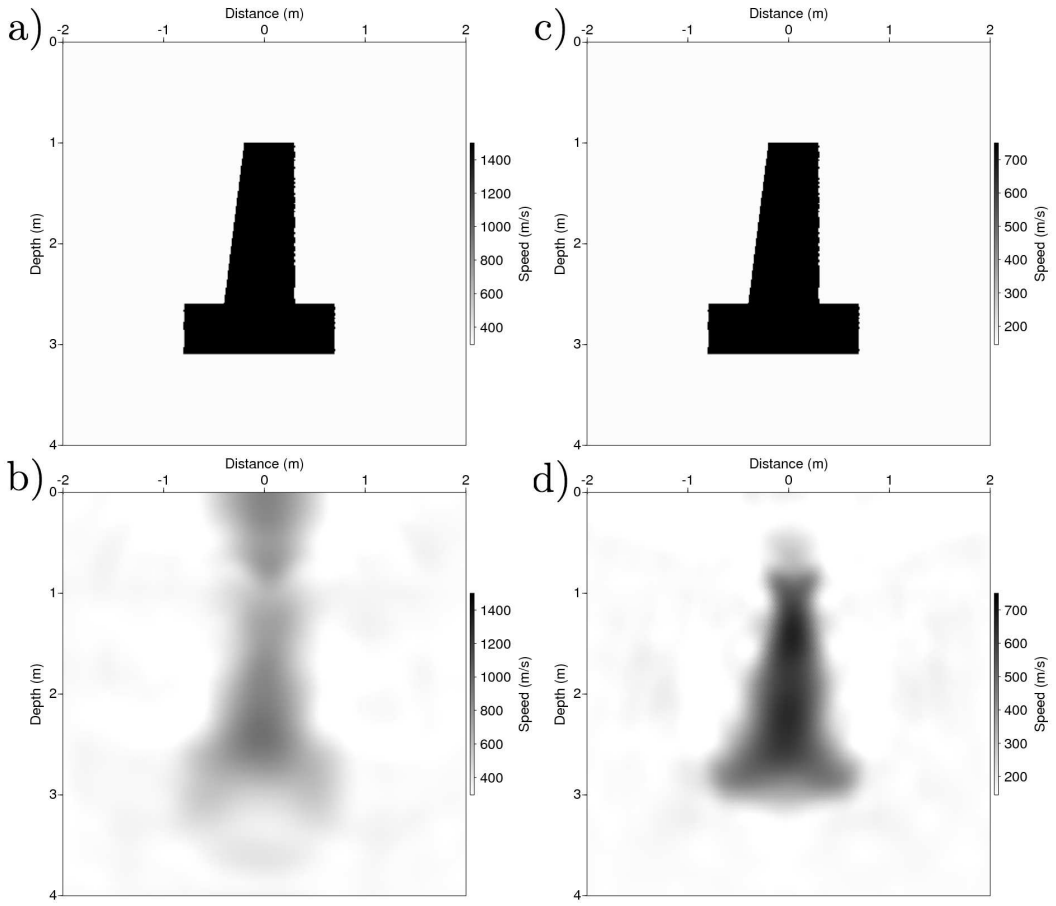

FIGURE 4.31 – Résultats de l'imagerie sans surface libre, avec une illumination à 360°et un rapport fondation/encaissant $R = 5$, sans utiliser les données des géophones horizontaux et en inversant des couples de fréquences consécutives ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

milieu infini - *i.e* sans surface libre - n'est pas satisfaisante pour un rapport des propriétés cinématiques fondation-encaissant supérieur à 9. Intéressons-nous maintenant au cas où les ondes de surface sont présentes dans les données.

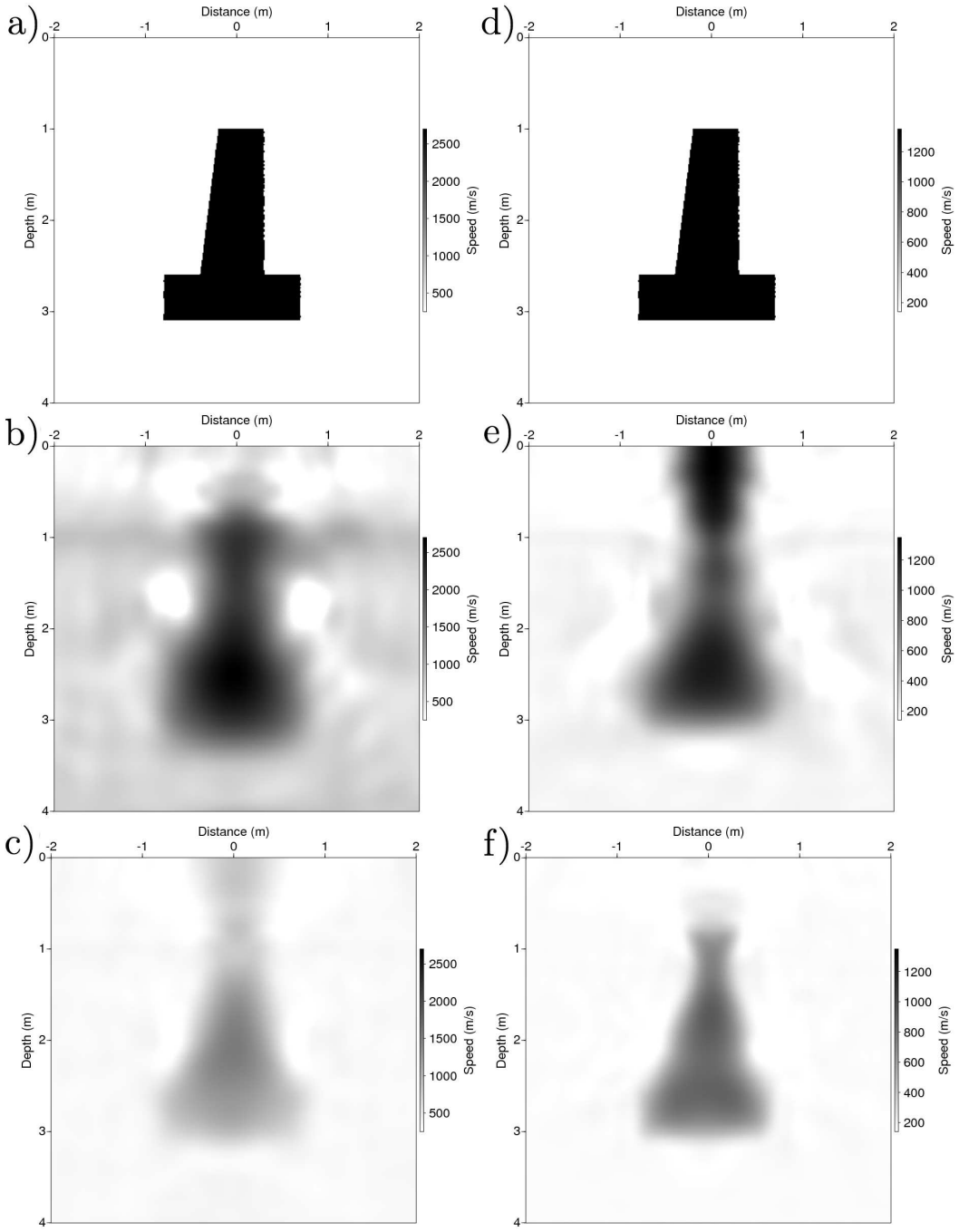

FIGURE 4.32 – Résultats de l'imagerie sans surface libre, avec une illumination à 360°et un rapport béton/encaissant de 9 et en utilisant les données des géophones horizontaux et verticaux. Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et d) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ avec une stratégie monofréquencielle (b et e) et par triplets de fréquences (c et f)

4.3.3 Inversion dans le milieu avec surface libre

La présence d'une surface libre dans le modèle et de géophones sur cette surface entraîne une empreinte des ondes de surface dans les données beaucoup plus forte que celle des ondes de volume alors que la signature de la géométrie et des propriétés de la fondation est beaucoup plus marquée sur les ondes de volume que sur les ondes de surface. Si on ne prend pas de précaution particulière, les ondes de surface risquent donc de dominer les résidus et par conséquent la perturbation calculée à partir du gradient. Pour nuancer l'effet des ondes de surface à chaque fréquence des données, on introduit un traitement visant à séparer les ondes de surface des ondes de volume arrivant avant les ondes de surface. La mise en oeuvre de cette discrimination est faite en appliquant une succession de fenêtrages temporels de durée croissante, chaque fenêtrage consistant en la pondération des sismogrammes par une exponentielle décroissante. En choisissant cette succession de fenêtrages de moins en moins sélectifs, on obtient des données où les ondes de surface interviennent progressivement ; cette régularisation s'est déjà montrée pertinente dans plusieurs travaux (Shin et Ha, 2009; Brossier *et al.*, 2009).

Dans les résultats que nous allons présenter, le cadre est le même que précédemment (*cf partie 4.3.1*) mis à part que l'on se place dans un milieu avec surface libre et que nous avons introduit à chaque fréquence 3 fenêtrages exponentiels de constante de temps {0.01 , 0.0333 , 0.1 }s. Le choix de ces fenêtres de pondération a été fait en considérant le temps de parcours du trajet aller-retour source-dalle de l'onde P émise par la source en surface la plus éloignée de la cheminée $\Delta t = 2 * d_{min}/V_{P_{encaissant}} = 0.019s$. Le premier fenêtrage privilégie la reconstruction de la cheminée puisque ce sont surtout les récepteurs situés au voisinage de la partie haute de la cheminée qui enregistrent relativement tôt l'empreinte de la fondation. Ensuite, les deux autres fenêtrages permettent de prendre en compte les arrivées suivantes de façon progressive. Décrivons maintenant la première géométrie d'acquisition envisagée.

4.3.3.1 Cas d'une acquisition avec des sources et des récepteurs en surface et sur les côtés

Le but des tests en milieu infini était d'étudier les performances du code dans le cas le plus favorable de l'imagerie. Nous allons maintenant travailler avec des géométries d'acquisition plus réalistes : ainsi dans cette partie nous considérons une géométrie d'acquisition dans laquelle les sources et les récepteurs sont placés à $5mm$ sous la surface et dans des puits de part et d'autre de la fondation (figure 4.33). On précise que la distance entre deux sources consécutives est de $0.1m$ et que l'intertrace est aussi de $0.1m$.

Rapport fondation-encaissant $R = 1.2$ Les résultats obtenus dans le cas d'un rapport fondation/encaissant de 1.2 sont présentés à la figure 4.34. On peut observer sur cette figure la présence d'artéfacts importants sur V_P notamment au voisinage de la surface libre : ces artéfacts sont si importants que la forme de la cheminée n'apparait quasiment plus dans l'image. L'inversion n'a pas correctement interprété les ondes de

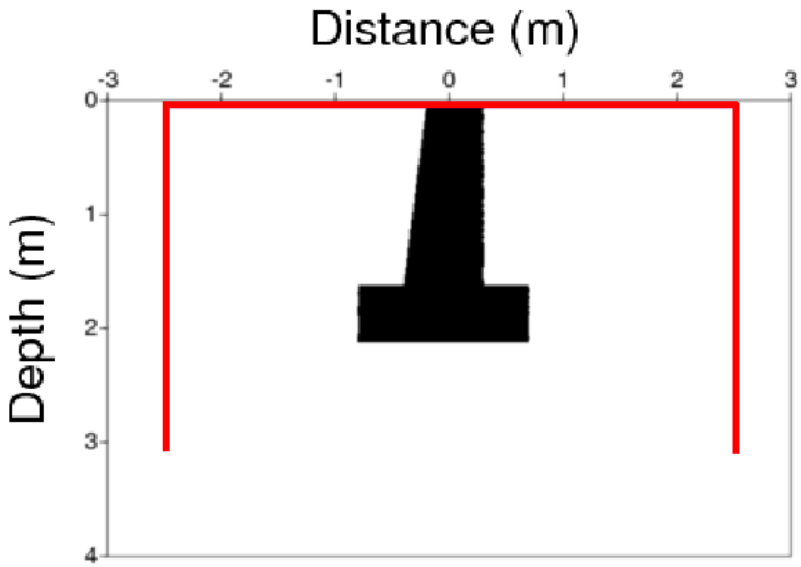

FIGURE 4.33 – Acquisition 3 segments : les sources et les récepteurs sont répartis en surface et dans des puits autour de la fondation

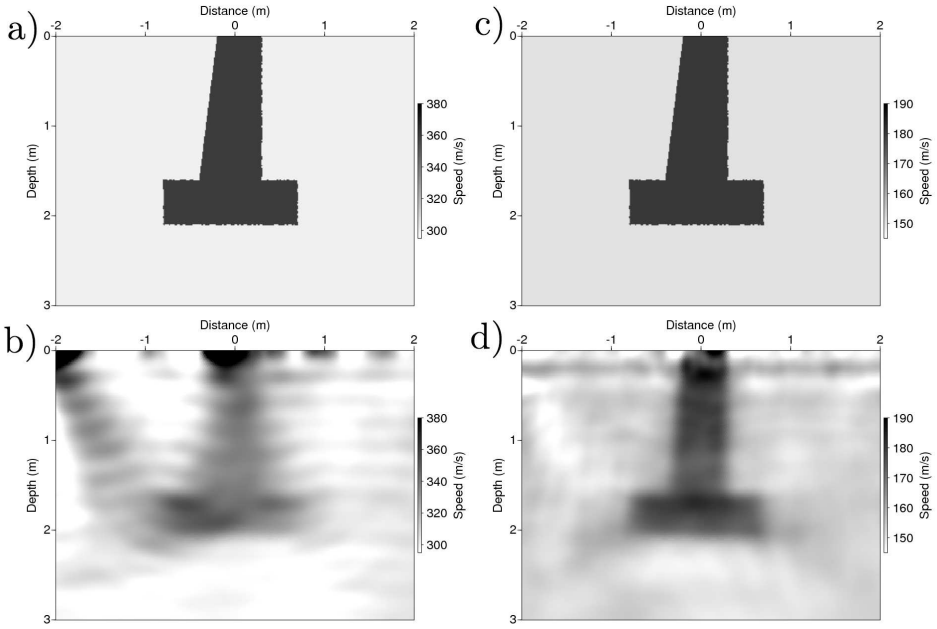

FIGURE 4.34 – Résultats de l'imagerie avec une acquisition 3 segments et un rapport de **1.2** entre les propriétés de l'encaissant et de la fondation, avec les données des géophones verticaux ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

surface ; la reconstruction crée en surface des hétérogénéités sur lesquelles viennent se

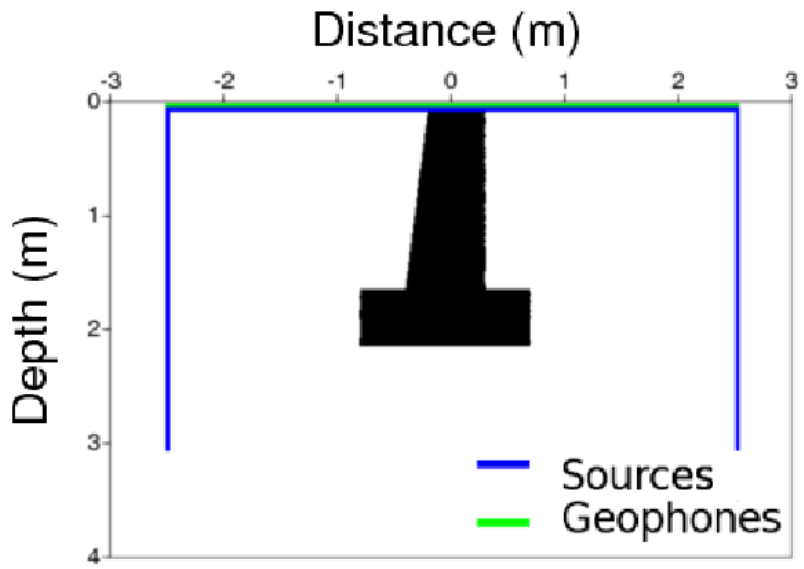

FIGURE 4.35 – Géométrie d'acquisition dans le cas d'une acquisition où les sources sont réparties en surface et dans des puits autour de la fondation alors que les récepteurs sont uniquement en surface

diffracter les ondes de volume dans la phase de construction du gradient, ce qui explique que l'hétérogénéité située sur la partie gauche du profil d'acquisition se répand en profondeur. L'image de V_S en revanche reste correcte en termes de géométrie même si les propriétés de la fondation ne sont pas justes - l'erreur sur V_S est d'environ 10m/s soit 30% de l'écart fondation-encaissant.

4.3.3.2 Cas d'une acquisition avec des récepteurs en surface et des sources en surface et sur les côtés

La géométrie d'acquisition envisagée ici est présentée à la figure 4.35. Cette situation est réaliste si on envisage d'utiliser la pointe pénétrométrique comme source sismique de part et d'autre de la fondation.

Rapport fondation-encaissant $R = 1.2$ La figure 4.36 présente les résultats d'imagerie que l'on obtient en travaillant avec un faible contraste. La perte de l'illumination latérale a diminué légèrement la résolution des images de V_P et V_S. Cependant, la géométrie de V_S reste identifiable sans équivoque.

4.3.3.3 Cas d'une acquisition avec des sources en surface et des récepteurs en surface et sur les côtés

La géométrie d'acquisition que nos envisageons ici est présentée à la figure 4.37.

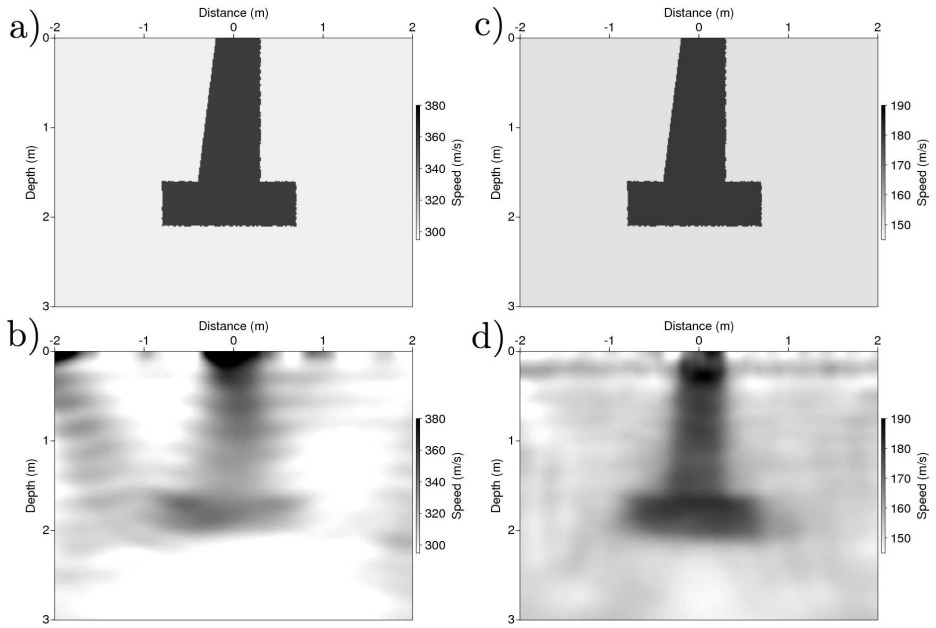

FIGURE 4.36 – Résultats de l'imagerie avec une acquisition 3 segments de récepteurs et des sources uniquement en surface, un rapport fondation/encaissant de **1.2** avec les données des géophones verticaux et une stratégie d'inversion monofréquence ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

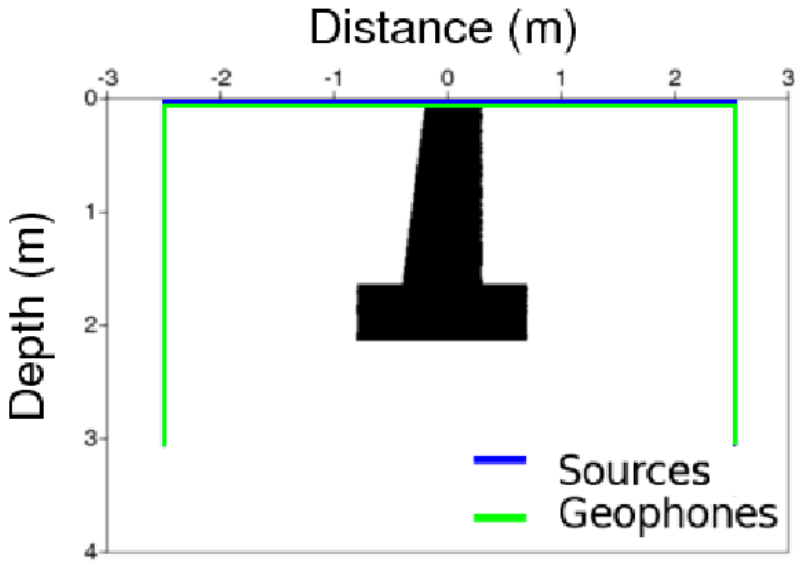

FIGURE 4.37 – Géométrie d'acquisition dans le cas d'une acquisition où les récepteurs sont répartis en surface et dans des puits autour de la fondation alors que les sources sont uniquement en surface

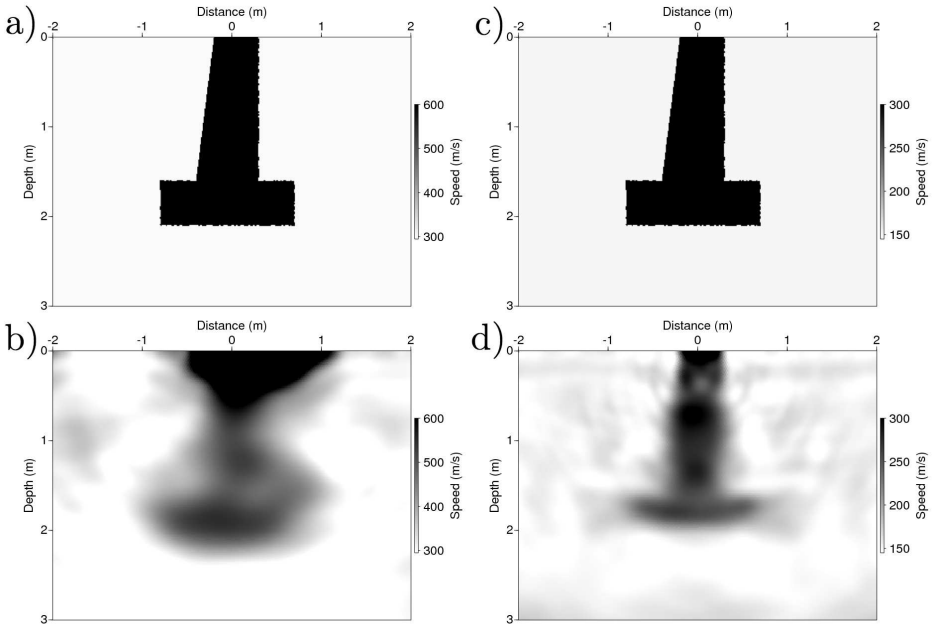

FIGURE 4.38 – Résultats de l'imagerie avec 3 segments de récepteurs et des sources uniquement en surface, un rapport fondation/encaissant de **2** avec les données des géophones verticaux ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

Rapport fondation-encaissant $R = 2$ Le résultat obtenu pour un rapport fondation-encaissant de 2 est présenté figure 4.38. L'augmentation du contraste entraine une perte de résolution importante sur l'image en V_P. Sur l'image en V_S, la cheminée est bien reconstruite et la forme de la dalle est correcte en largeur mais l'erreur sur son épaisseur est de l'ordre de 40%.

Rapport fondation-encaissant $R = 3$ Pour un rapport encaissant-fondation de 3, on obtient le résultat présenté à la figure 4.39. On constate que ni V_P ni V_S ne sont correctement reconstruits avec ce rapport. Il est intéressant ensuite d'étudier le cas d'une acquisition répartie en surface uniquement, car c'est le cas le plus réaliste et le moins contraignant en termes de mise en place du dispositif d'acquisition sur le terrain.

4.3.3.4 Cas d'une acquisition uniquement en surface

Nous allons maintenant travailler avec des sources et des récepteurs localisés uniquement en surface. Pour diminuer la perte d'illumination résultant de cette géométrie, nous augmentons la longueur du segment d'acquisition (figure 4.40). D'autre part, nous conservons l'intertrace de 0.1m ce qui, avec une longueur de profil d'acquisition de 15m, donne un nombre de sources et un nombre de récepteurs égaux à 151. Précisons que les

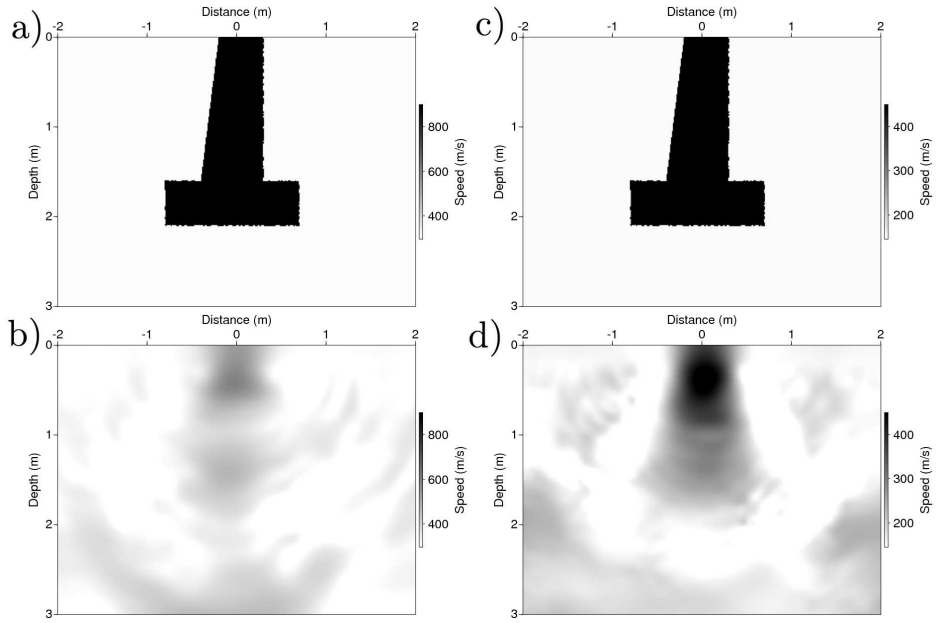

FIGURE 4.39 – Résultats de l'imagerie avec une acquisition 3 segments de récepteurs et des sources uniquement en surface, un rapport fondation/encaissant de **3** avec les données des géophones verticaux ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

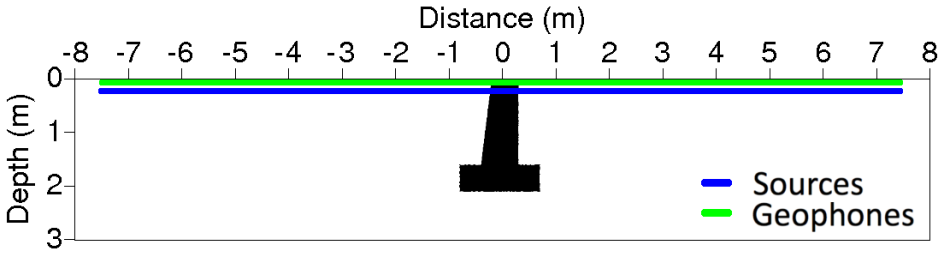

FIGURE 4.40 – Géométrie d'acquisition dans le cas d'une acquisition répartie sur un seul segment

propriétés de la perturbation sont figées sur une couche de 30cm sous la surface libre du milieu et ne peuvent évoluer que grâce au lissage que l'on applique au milieu.

Rapport fondation-encaissant $R = 1.2$ La figure 4.41 illustre les reconstructions que l'on obtient dans le cas d'un rapport fondation/encaissant de 1.2 en inversant séquentiellement les données des géophones verticaux.
Ensuite on présente à la figure 4.42 les résultats que l'on obtient en inversant les données par groupes de 2 fréquences consécutives. La valeur ajoutée du groupement par paires apparait sensiblement dans les résultats.

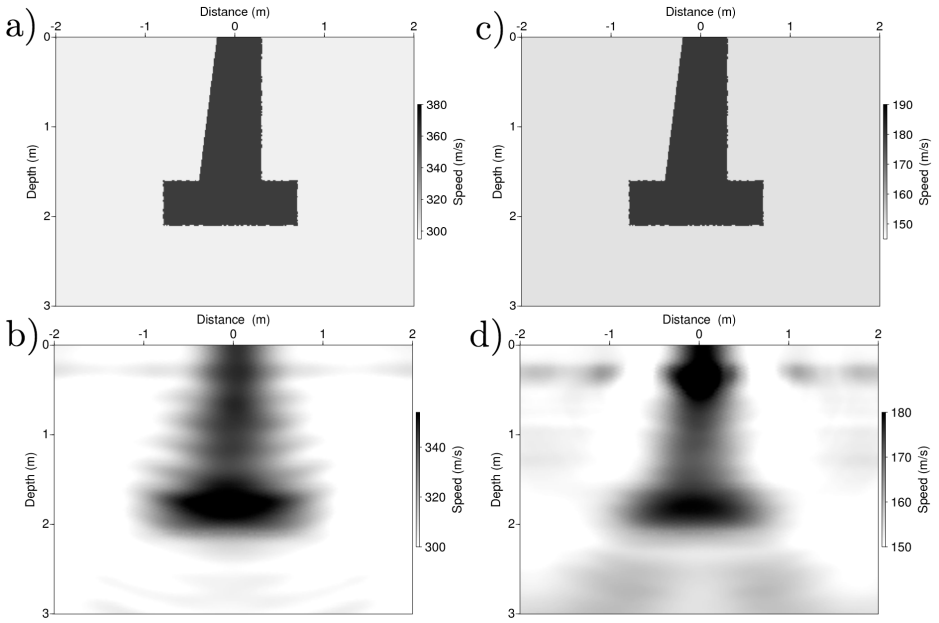

FIGURE 4.41 – Résultats de l'imagerie avec une acquisition en surface, un rapport fondation/encaissant de **1.2**, avec les données des géophones verticaux ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

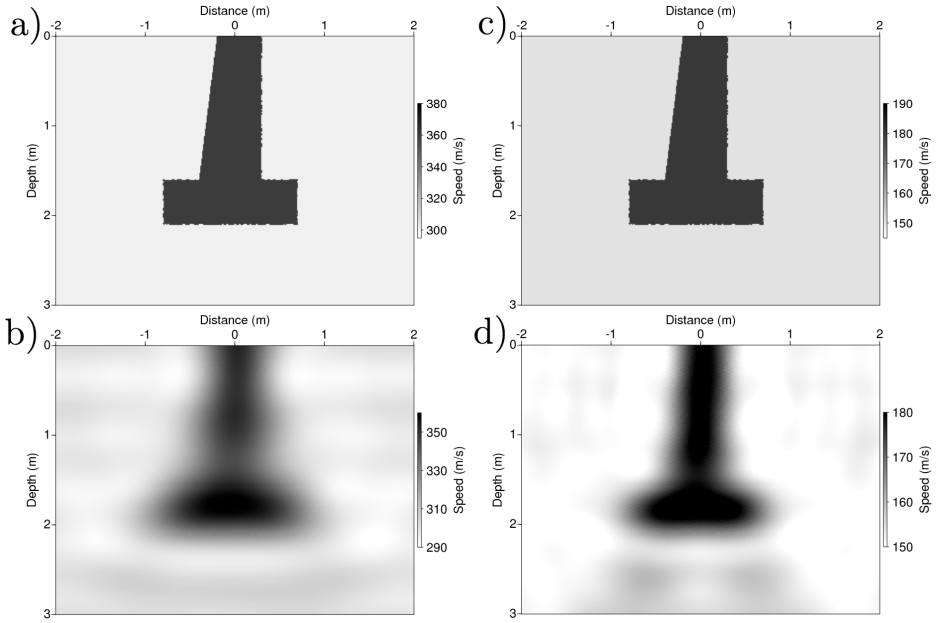

FIGURE 4.42 – Résultats de l'imagerie avec une acquisition en surface, un rapport fondation/encaissant de **1.2**, avec les données des géophones verticaux inversés par paires de fréquences consécutives ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

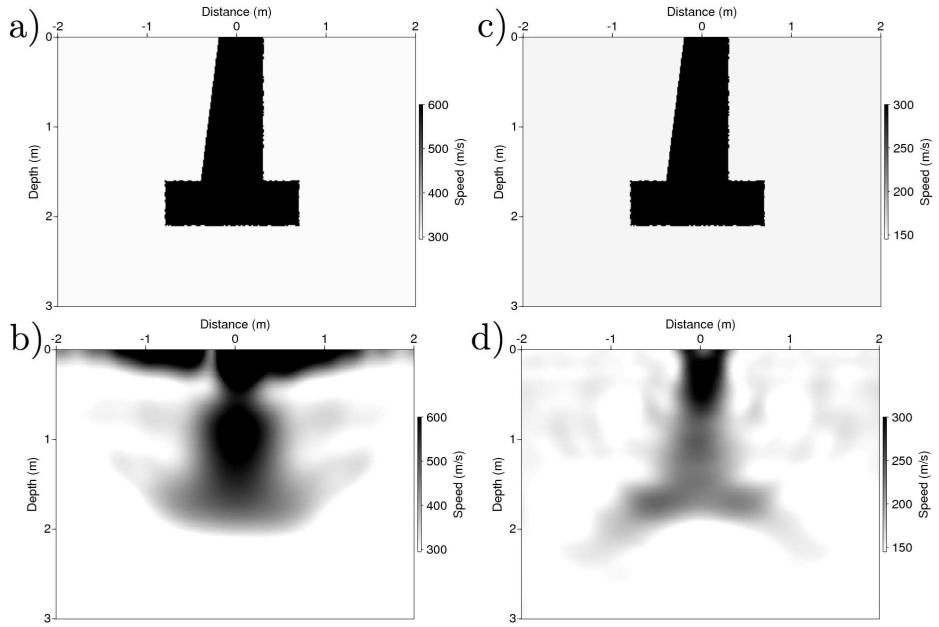

FIGURE 4.43 – Résultats de l'imagerie avec une acquisition en surface, un rapport fondation/encaissant de **2**, avec les données des géophones verticaux groupées par paire de fréquences consécutives ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

Rapport fondation-encaissant $R = 2$ Pour un rapport fondation-encaissant de 2 et une inversion par paires de fréquences consécutives, le modèle reconstruit pour V_S (figure 4.43) présente un contraste trop faible. En revanche la cheminée est assez bien localisée et la dalle est imagée avec une erreur de l'ordre de 30% sur son épaisseur et de 10% sur sa largeur, ce qui est assez satisfaisant.

En conclusion, la méthode d'imagerie utilisée dans un cadre avec surface libre en utilisant les données de déplacement verticaux avec une stratégie d'inversion séquentielle ou par paires de fréquences permet d'imager la fondation lorsque le rapport fondation-encaissant est inférieur ou égal à 2.

4.3.4 Choix influençant l'inversion

Le but de cette partie est d'étudier l'influence de plusieurs paramètres sur l'inversion avec surface libre. Nous travaillons avec un rapport de 3 constant entre les propriétés de la fondation et celles de l'encaissant ; les propriétés de la fondation sont ici égales à celles du béton et les propriétés de l'encaissant sont donc nettement plus élevées que dans l'étude précédente (facteur 5).

4.3.4.1 Cadre

Nous continuons à travailler sur la fondation 4n en considérant cette fois-ci des vitesses de propagation des ondes P et S égales à celles du béton. Ainsi, pour éviter d'avoir un trop fort contraste, on considérera un encaissant plus rapide que dans la partie précédente (4.3) ; les propriétés du milieu synthétique dans lequel sont générées les données sont précisées au tableau (4.4). Pour l'instant, nous avons considéré un milieu dans lequel la fondation et l'encaissant ne présentent pas de contraste de densité. D'autre part,

		Sol (encaissant)	Fondation
V_p	(m/s)	1500	4000
V_s	(m/s)	1000	3000
ρ	(kg/m^3)	1500	1500
q_p	(-)	1000	1000
q_s	(-)	1000	1000

TABLE 4.4 – Propriétés élastiques du milieu synthétique dans lequel les données sont générées

travailler avec une vitesse des ondes S relativement grande permet d'augmenter la taille des cellules et de réduire ainsi le temps de calcul pour un même jeu de fréquences de données.
Concernant les fréquences utilisées, on cherche comme précédemment à se placer dans un cas réaliste avec une fréquence maximale de données utilisable de l'ordre de $600Hz$. Compte tenu de l'augmentation de Vs, la résolution devrait diminuer d'un facteur 7 : $\lambda_{S,min}/2 = 1000/600/2 \simeq 0.8m$.

Les **dimensions** du milieu de simulation sont de 40m horizontalement et 10m verticalement avec des PML de 2m. Les **propriétés** du milieu initial de l'inversion sont fixées aux propriétés du milieu encaissant. On peut remarquer que l'on se place dans un milieu initial fortement éloigné du milieu final, compte tenu du rapport entre les propriétés de l'encaissant et celles de la fondation. Nous ne satisfaisons donc pas l'hypothèse de proximité entre le milieu initial et le milieu final faite dans la méthode de Newton. Concernant le **maillage** du milieu d'inversion, nous nous sommes ici aussi placés dans une situation légèrement différente du crime inverse exact puisque les maillages des milieux de modélisation et d'inversion sont différents. En effet, l'inversion est menée dans un maillage homogène structuré et l'ordre d'interpolation des problèmes directs successifs réalisés lors de l'inversion est P0 alors que les données synthétiques ont été obtenues dans un maillage déstructuré et un ordre d'interpolation P1.

4.3.4.2 Résultat

Dans un premier temps, nous présentons un résultat particulier puis nous envisageons l'influence de divers paramètres sur ce résultat pour avoir une idée générale de l'effet de

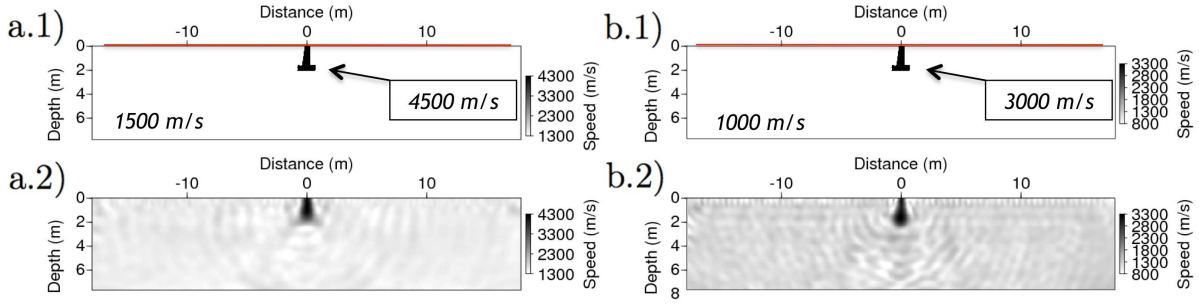

FIGURE 4.44 – Images des propriétés V_p (a) et V_s (b) de la fondation 4n pour le modèle (1) et la reconstruction par FWI (2)

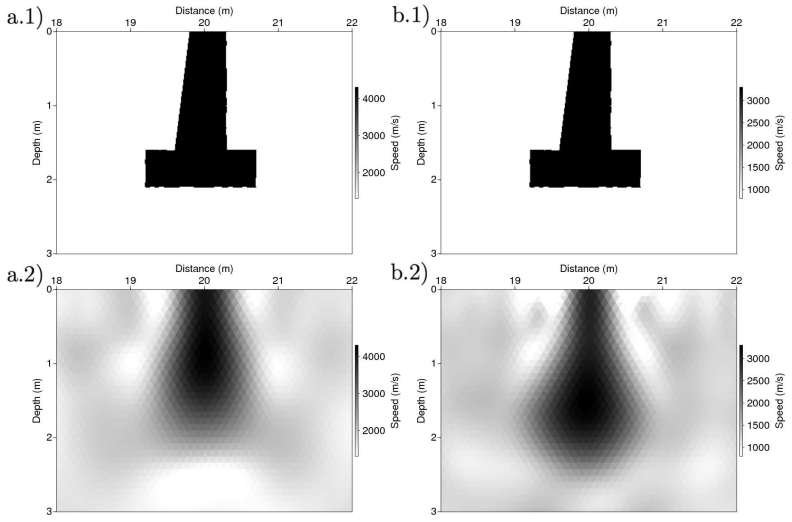

FIGURE 4.45 – Images des propriétés V_p (a) et V_s (b) de la fondation 4n pour le modèle (1) et la reconstruction par FWI (2)

chacun de ces paramètres.
Ces tests ont été réalisés en inversant des données à 6 fréquences différentes { 98 , 196 , 294 , 391 , 489 , 587 }Hz de façon séquentielle, avec les fenêtrages successifs {0.01 0.033 0.1}s pour chaque fréquence. Le résultat obtenu est présenté à la figure (4.44).

On peut voir sur cette figure que les dimensions du milieu de simulation sont grandes par rapport à celles de la fondation : nous avons procédé ainsi dans le but d'une part d'avoir un offset relativement important - l'offset maximal utilisé est de 34m - et d'autre part de ne pas avoir un *a priori* trop important sur la profondeur de la dalle. Pour avoir une meilleure idée de la reconstruction au voisinage de la fondation, on représente à la figure (4.45) les zooms sur la fondation dans les images reconstruites en V_p et V_s.
Précisons le cadre numérique dans lequel ces images ont été obtenues :

- le maillage sur lequel a été discrétisé le milieu comporte 109000 cellules

- le temps de calcul total est de 40037s, soit environ 11h, sur 8 processeurs
- le maximum de mémoire requise par un processeur est de 261Mo

4.3.4.3 Influence de l'offset d'acquisition

Dans un premier temps, on étudie l'influence de la géométrie d'acquisition sur la reconstruction des propriétés V_p et V_s de la fondation 4n et en particulier l'influence de l'offset. Ainsi, on choisit de faire varier la longueur du dispositif d'acquisition en maintenant l'espacement intertrace constant ; le nombre de sources et de récepteurs est proportionnel à l'offset. La figure (4.46) illustre les reconstructions obtenues pour différentes longueurs du profil d'acquisition $l = 34$m, 22.5m et 2m.

On peut voir que plus l'offset est grand, meilleure est la localisation de la partie inférieure de la fondation, ceci apparait notamment en observant attentivement la différence entre les images b.2 et b.3 de la figure (4.46). Les images a.3 et b.3 ont été obtenues dans le cadre numérique suivant :

- le maillage sur lequel a été discrétisé le milieu comporte 109000 cellules
- le temps de calcul total est de 25375s, soit environ 7h, sur 8 processeurs
- le maximum de mémoire requise par un processeur est de 261Mo

Les images a.4 et b.4 ont été obtenues dans le cadre numérique suivant :

- le maillage sur lequel a été discrétisé le milieu comporte 109000 cellules
- le temps de calcul total est de 12865s, soit environ 3h30, sur 8 processeurs
- le maximum de mémoire requise par un processeur est de 261Mo

4.3.4.4 Influence du maillage

La finesse du maillage de modélisation avec un ordre d'interpolation P1 est choisi de façon à ce que, pour la fréquence maximale de modélisation, il y ait au moins 10 cellules par longueur d'onde S dans l'encaissant. Pour l'inversion menée à l'ordre P0, les modélisations nécessaires à la construction du gradient requièrent elles aussi que le nombre de cellules par longueur d'onde soit au moins égal à 10. Cependant, il est intéressant d'étudier l'influence d'une discrétisation du milieu d'inversion plus fine sur la qualité de l'imagerie.

Pour illustrer l'influence du maillage, nous présentons à la figure (4.47) une comparaison de deux reconstructions réalisées dans des maillages de finesses différentes avec des longueurs de côté de cellules $l = 0.1$m et 0.055m. Précisons que le jeu de données inversées est le même dans les deux cas : il a été obtenu dans un maillage non structuré dont la longueur du côté des cellules était égal à 0.1m. Sur cette figure, on constate nettement l'influence du maillage sur la reconstruction. En effet, dans le cas d'un maillage plus fin, la profondeur de la dalle est bien plus précise et juste sur les images reconstruites des deux paramètres Vp et Vs. On retiendra donc que pour réduire l'empreinte du maillage sur l'imagerie il faut utiliser un maillage suffisamment fin. Il est difficile de quantifier la finesse requise sur le maillage dans un problème donné sans faire de tests, mais il faut être conscient du fait que le critère de bonne modélisation de la propagation d'onde dans

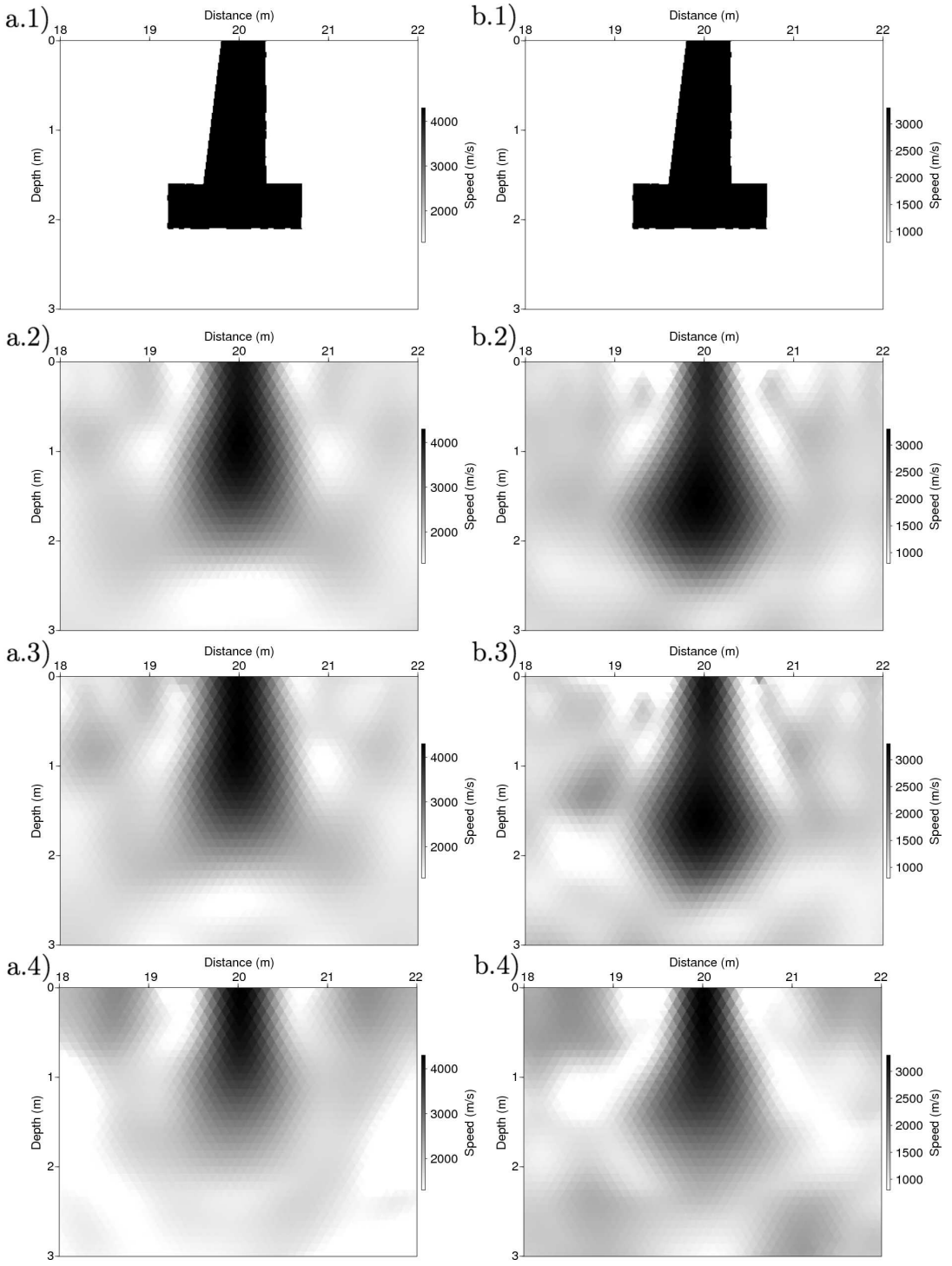

FIGURE 4.46 – Images des propriétés V_p (a) et V_s (b) de la fondation 4n pour le modèle (1), la reconstruction pour un intertrace de 0.5m et une longueur du profil d'acquisition centré sur la fondation de 34m soit 69 capteurs (2), de 22.5m soit 46 capteurs (3) et 2m soit 5 capteurs (4)

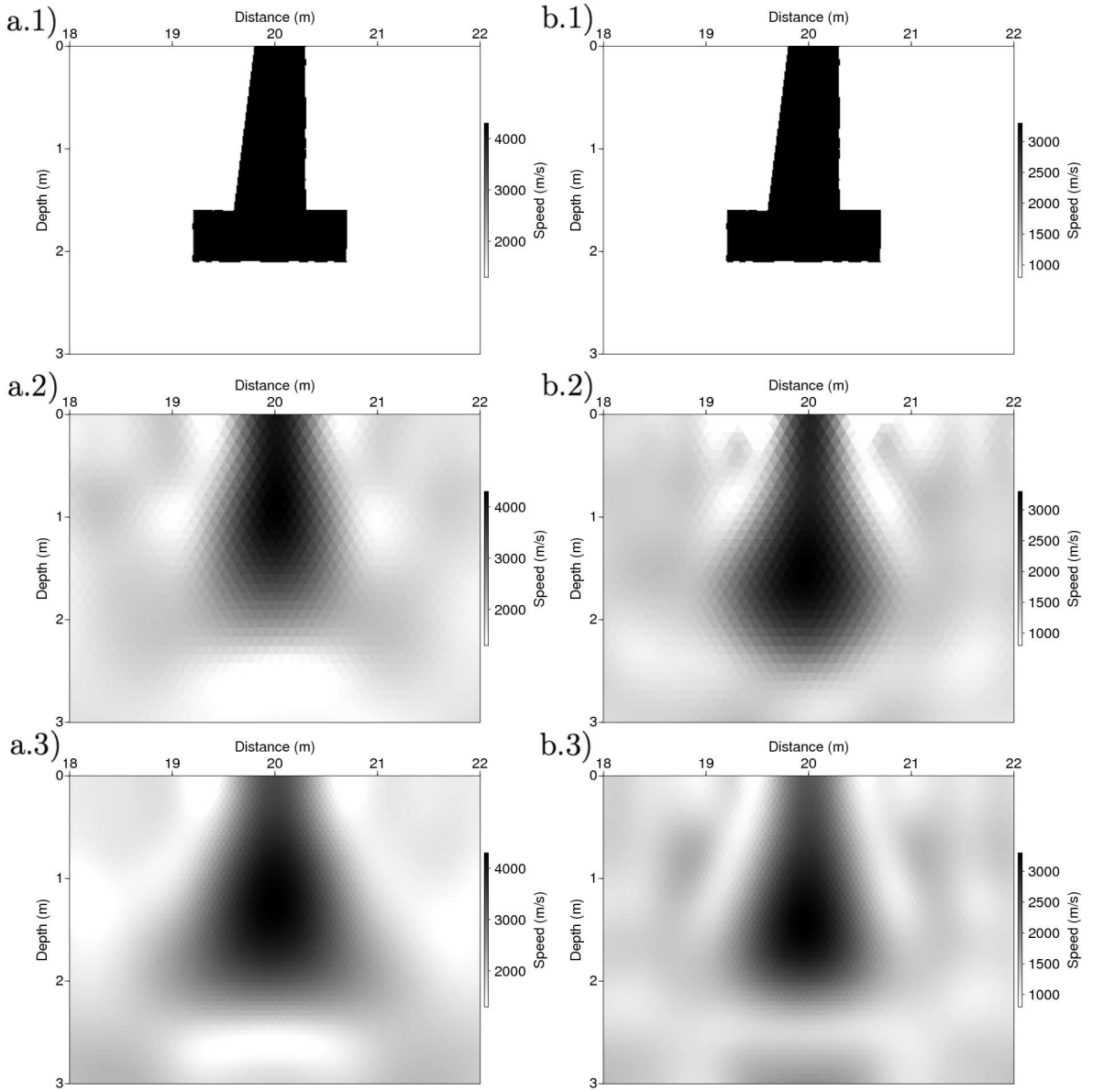

FIGURE 4.47 – Images des propriétés V_p (a) et V_s (b) de la fondation 4n pour le modèle (1), la reconstruction dans un maillage P0 de longueur de côté de cellule 0.1m (2) et dans un maillage de longueur de côté de cellule 0.055m (3)

l'encaissant n'est pas suffisant. Dans le cas présent, la modélisation requiert une dimension maximale des cellules de $l_c = \lambda_{S,min}/10 = V_{S,min}/f_max/10$ soit $l_c = 0.17m$ alors que les dimensions des cellules utilisées dans les images (a2,b2) et (a3,b3) étaient respectivement de 0.1m et 0.055m. Les informations relatives au calcul numérique nécessaire à l'obtention des images sont les suivantes :

Pour a.2 et b.2 :

- le maillage sur lequel a été discrétisé le milieu comporte 109000 cellules
- le temps de calcul total est de 40037s, soit environ 11h, sur 8 processeurs
- le maximum de mémoire requise par un processeur est de 261Mo

Pour a.3 et b.3 :

- le maillage sur lequel a été discrétisé le milieu comporte 260000 cellules
- le temps de calcul total est de 59718s, soit environ 16h30, sur 8 processeurs
- le maximum de mémoire requise par un processeur est de 646Mo

4.3.4.5 Influence de l'intertrace

Lorsqu'on densifie le profil d'acquisition d'un facteur 5 pour les sources et les récepteurs en choisissant un intertrace de 0.1m contre 0.5m précédemment, on obtient les résultats présentés à la figure (4.48). Précisons que ce test nécessite de travailler avec un maillage plus fin pour éviter que deux récepteurs consécutifs ne se retrouvent dans la même cellule et enregistrent donc le même signal : ici la longueur du côté des cellules est de $l_c = 0.055$m.
On remarque sur cette figure que les images obtenues sont légèrement mieux résolues dans le cas d'un intertrace plus fin. Cette observation devrait nous inciter sur le terrain à choisir un intertrace le plus petit possible avec le bémol du coût financier des capteurs qui est un point non négligeable. Précisons que les intertraces de 0.5m et 0.1m sont équivalents à un intertrace de 7.1cm et 1.4cm respectivement sur le site de Grenoble selon le critère de conservation de λ_s dans l'encaissant ; le cas 1.4cm n'est bien sûr pas envisageable sur le terrain compte tenu de l'encombrement spatial des capteurs de l'ordre de 4cm. Le cadre numérique dans lequel ces images ont été obtenues est le suivant :
Pour a.2 et b.2 :

- le maillage sur lequel a été discrétisé le milieu comporte 260000 cellules
- le temps de calcul total est de 59718s, soit environ 16h30, sur 8 processeurs
- le maximum de mémoire requise par un processeur est de 646Mo

Pour a.3 et b.3 : Le cadre numérique dans lequel ces images ont été obtenues est le suivant :

- le maillage sur lequel a été discrétisé le milieu comporte 260000 cellules
- le temps de calcul total est de 87246s, soit environ 24h, sur 8 processeurs
- le maximum de mémoire requise par un processeur est de 646Mo

4.3.4.6 Influence de la gamme de fréquences

Nous savons que, dans le cas d'un éclairement omnidirectionnel d'un objet à imager, la résolution des images des propriétés reconstruites est d'autant plus grande que les fréquences utilisées pour l'inversion seront élevées. Dans notre cas l'éclairement est loin d'être omnidirectionel, on peut donc s'intéresser à l'effet d'une augmentation de la fréquence des données utilisées sur la résolution des images reconstruites.

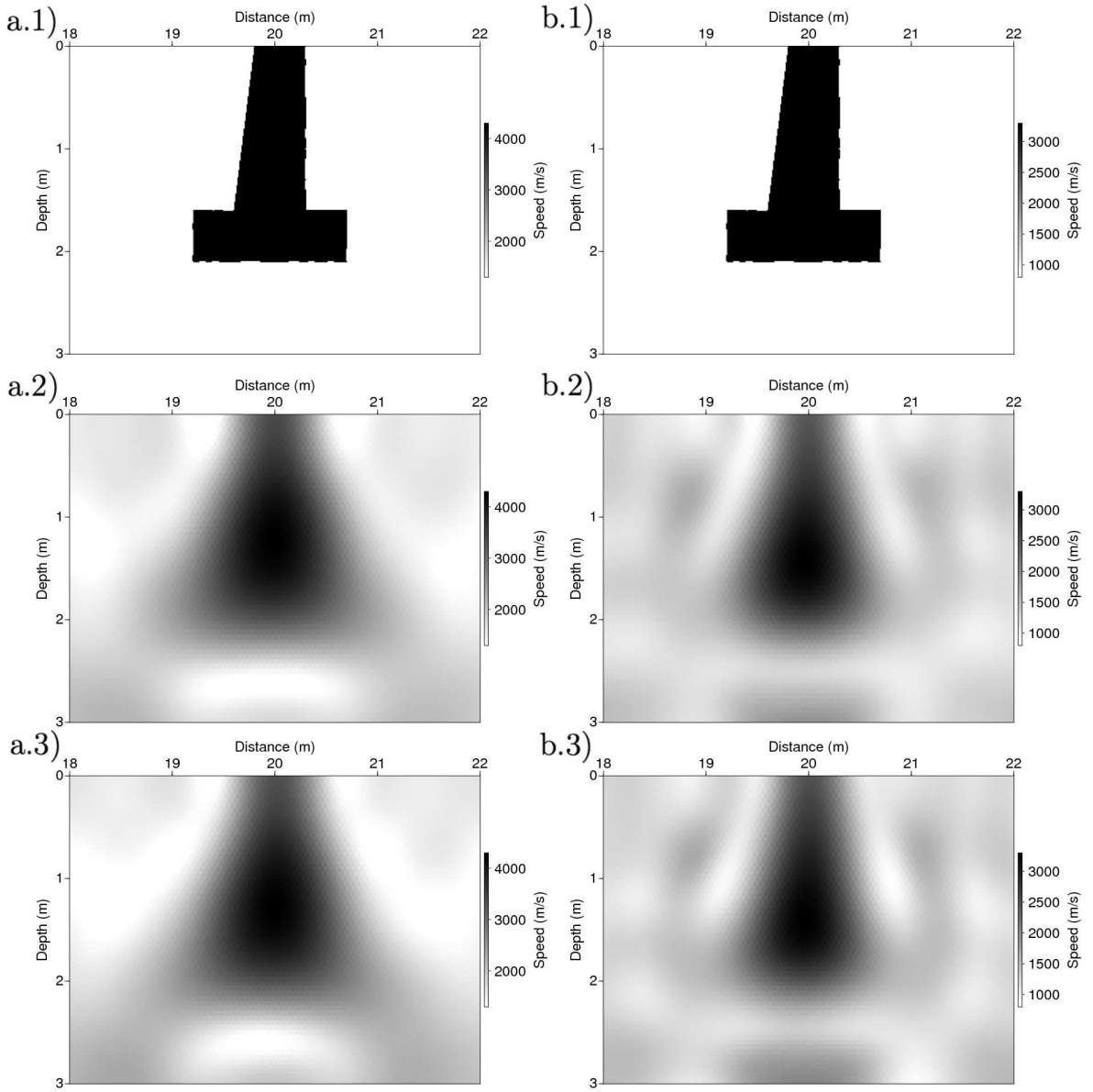

FIGURE 4.48 – Images des propriétés V_p (a) et V_s (b) de la fondation 4n pour le modèle (1), la reconstruction pour un profil d'acquisition de longueur 34m centré sur la fondation avec un intertrace de 0.5m (2) - soit 69 capteurs - et avec un intertrace de 0.1m (3) - soit 341 capteurs

Cas d'une inversion utilisant des données de fréquence élevée Dans un premier temps, nous proposons d'étudier l'influence de la fréquence des données en reprenant le test réalisé dans le même cadre que le premier résultat présenté (*cf partie 4.3.4.2*) et en poursuivant l'utilisation de données à des fréquences plus élevées : le jeu de fréquences utilisées séquentiellement est $\{98$, 196 , 294 , 391 , 489 , 587 , 685 , 783 , 881 , 978 , 1076 , 1174 , 1272 , 1369 , 1467 , 1565 , 1663 , 1761 , 1859 $\}Hz$. Le résultat que l'on

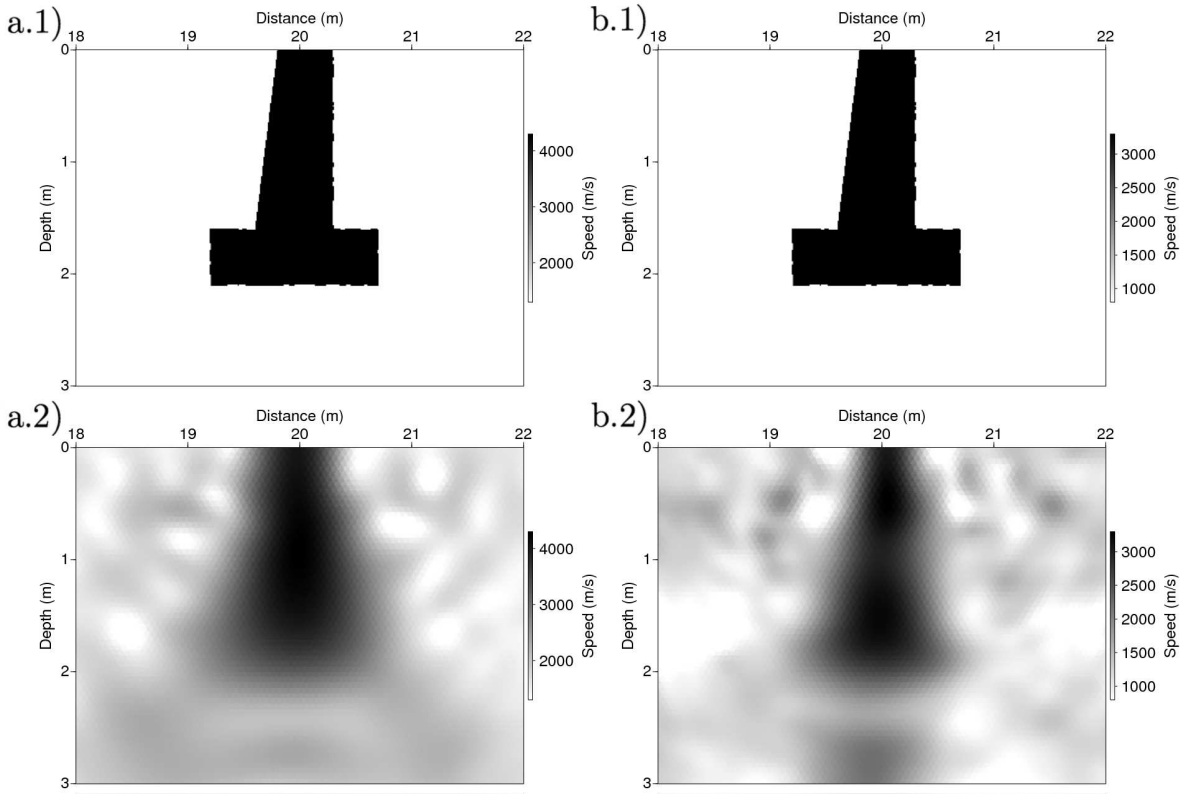

FIGURE 4.49 – Images des propriétés V_p (a) et V_s (b) de la fondation 4n pour le modèle (1) et pour la reconstruction avec des données de fréquence max de $1859Hz$ (2)

obtient alors est présenté à la figure (4.49). On peut voir sur cette figure que les images de reconstruction de V_p et V_s sont bien mieux résolues que les reconstructions utilisant des données de fréquence plus faible - figure 4.45.
Le cadre numérique dans lequel ces images ont été obtenues est le suivant :

- le maillage sur lequel a été discrétisé le milieu comportait 260000 cellules
- le temps de calcul total est de 167174s, soit environ 46h, sur 8 processeurs
- le maximum de mémoire requise par un processeur est de 646Mo

Evolution de la reconstruction avec les fréquences utilisées Le résultat précédent montre qu'en inversant des données de fréquence plus grande que celles utilisées initialement entre 100 et $600Hz$, on améliore la résolution des images des propriétés V_p et V_s du milieu reconstruit. Cependant, il est intéressant d'observer l'évolution de ces propriétés au fur et à mesure que la fréquence maximale des données prises en compte croit pour voir s'il est pertinent d'utiliser une fréquence maximale aussi élevée que $1859Hz$ pour obtenir la résolution des images présentées à la figure (4.49). Dans cette perspective et afin d'effectuer des comparaisons quantitatives, nous présentons aux figures (4.51) et (4.52) les sections horizontales et les sections verticales des propriétés V_s reconstruites à

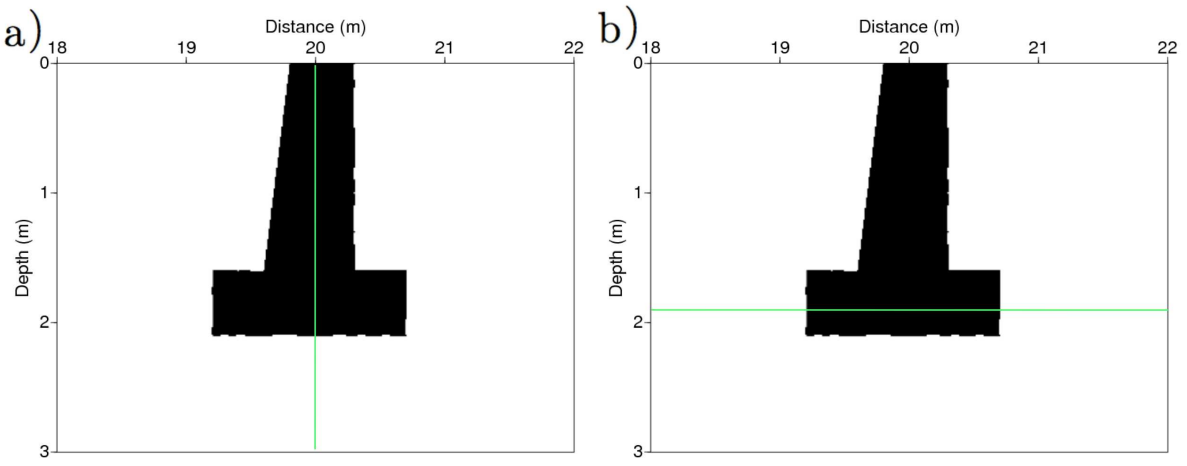

FIGURE 4.50 – Position de la section verticale en $x = 20m$ (a) et de la section horizontale en $z = 1.9m$ (b) extraites des images reconstruites

l'issue des certaines [1] fréquences utilisées dans le cas d'une reconstruction utilisant des fréquences allant de $98Hz$ à $1859Hz$ régulièrement espacées d'un pas de $98Hz$. Précisons que le terme "section" désigne ici un segment particulier localisé dans le milieu 2D et suivant lequel on considère une propriété du milieu. Pour chacune des deux sections, on précise les valeurs de la propriété V_s du modèle dans lequel ont été générées les données ainsi que celles du modèle après filtrage spatial passe-bas de fréquence de coupure $1859Hz$; cette dernière section représente une estimation de la meilleure reconstruction que l'on peut atteindre en utilisant cette gamme de fréquences. Enfin les positions de ces sections sont précisées à la figure (4.50).

1. les sections des propriétés ne sont pas présentées pour *toutes* les fréquences des données par souci de lisibilité des figures (4.51) et (4.52)

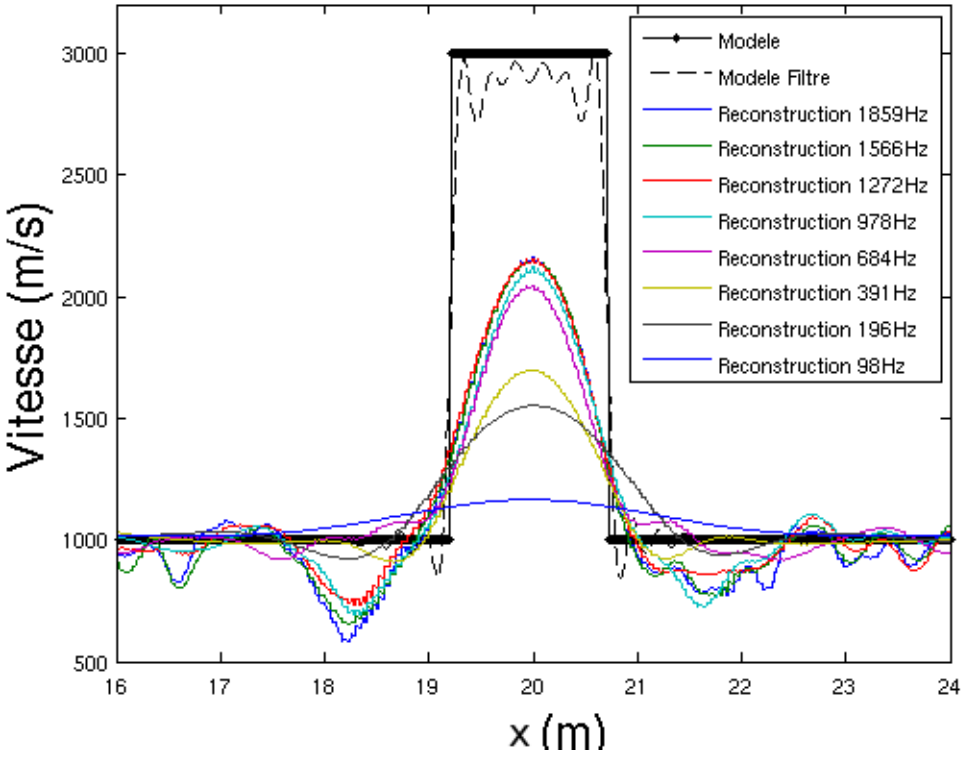

FIGURE 4.51 – Sections horizontales en $z = 1.9m$ de l'image des propriétés V_s reconstruite en fonction de la fréquence

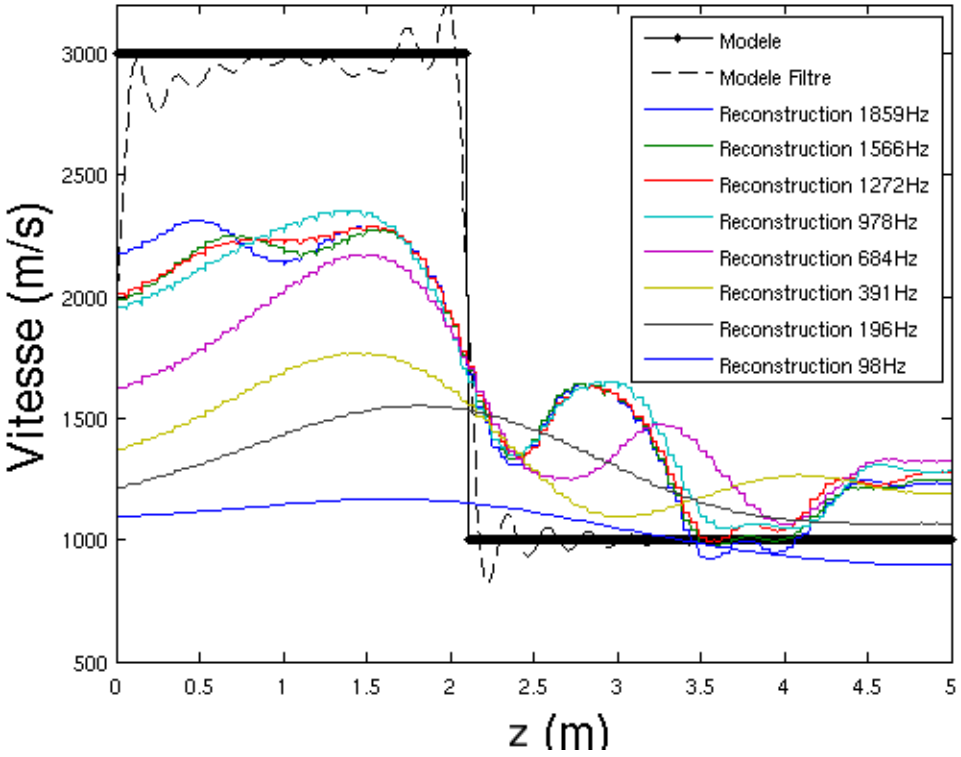

FIGURE 4.52 – Sections verticales en $x = 20m$ des images des propriétés V_s reconstruite en fonction de la fréquence

A partir des résultats présentés aux figures (4.51) et (4.52), on peut faire plusieurs observations :

- **[Résolution vs fréquence]** On peut constater que, lorsqu'on augmente la fréquence des données utilisées, la résolution des images s'améliore et que l'amplitude des sections des images est de plus en plus juste.
- **[Choix des basses fréquences]** La section horizontale de l'image obtenue pour $98Hz$ semble correcte : on obtient une courbe en cloche dont la valeur minimale est celle de l'encaissant, ce qui correspond bien à un créneau lissé. Sur la section verticale en revanche, on peut observer que les propriétés du milieu ne reviennent pas à la valeur de l'encaissant : ceci peut s'expliquer par le fait que la profondeur du milieu est faible -la frontière entre le milieu et la zone absorbante est située à 4.9m- et que l'éclairement limité de la fondation a tendance à réduire la résolution en étalant verticalement les valeurs de l'objet diffractant. Concernant les inversions réalisées avec des données à des fréquences supérieures à $196Hz$, on retrouve aussi des oscillations sur les sections horizontales et les sections verticales ; les oscillations constatées pour $98Hz$ et $196Hz$ sont sûrement à l'origine de ce phénomène.
- **[Fréquence maximale]** Il apparait qu'au delà de $700Hz$ - ce qui correspond à $117Hz$ pour le milieu de Grenoble - le gain en résolution spatiale est relativement faible. Cette observation est bien sûr à nuancer compte tenu du mauvais échantillonnage des basses fréquences qui affecte nécessairement les hautes fréquences

4.3.4.7 Conclusion

Nous avons illustré dans cette partie l'importance de l'offset, de la finesse du maillage et de la valeur de la fréquence maximale inversée sur la résolution des propriétés du milieu d'inversion. Concernant l'intertrace, si la longueur d'onde la plus énergétique de l'onde de surface est suffisamment bien échantillonnée, augmenter le nombre de capteurs n'a pas une forte influence sur l'inversion de données non bruitées.

Nous venons d'étudier en détail les performances de l'inversion de la forme d'onde dans le cas de la fondation 4n dans un milieu lent représentatif du milieu de Grenoble puis dans un milieu plus rapide permettant d'étudier à moindre coût l'influence de différents paramètres sur l'inversion.

Reprenons le cas du milieu de Grenoble où le contraste entre les propriétés de la fondation et celles de l'encaissant sont très élevées. Pour caractériser la géométrie de la fondation dans ce cadre de fort contraste nous allons mettre en oeuvre la migration par retournement temporel, *reverse time migration (RTM) en anglais*, méthode classiquement utilisée en sismique réflexion pour localiser des interfaces.

4.3.5 Migration dans le milieu de Grenoble avec surface libre

Les difficultés rencontrées pour l'application de la méthode d'imagerie quantitative par inversion des formes d'ondes sur les fondations nous mènent à envisager d'autres méthodes d'imagerie. Pour cela, nous abordons ici la méthode d'imagerie non-quantitative

de migration par retournement temporel du champ d'onde complet (Baysal *et al.*, 1983). L'objectif de cette méthode est de traduire les arrivées sismiques dans le volume spatial pour les focaliser sur les positions des réflecteurs physiques qui leur ont donné naissance. L'image obtenue par une méthode d'imagerie non quantitative n'est pas homogène à une grandeur physique ; pour la RTM appliquée en milieu élastique, on parle d'image migrée avec un noyau de diffraction d'onde P ou d'onde S. Ainsi en utilisant cette méthode, nous espérons obtenir la géométrie de la fondation mais on renonce à ses propriétés élastiques. Cette méthode est utilisée classiquement en exploration sous l'approximation acoustique de la propagation pour imager des réflecteurs. Nous utilisons ici une formulation élastique de la RTM permettant de localiser les diffractants avec les ondes P et S.

4.3.5.1 Cadre et mise en oeuvre

Une application d'imagerie est menée dans le cas d'un contraste réaliste entre fondation et encaissant sur une géométrie de fondation de type 4N. La configuration du test est décrite ci-dessous :

- Encaissant : V_P=300 m/s, V_S=150 m/s, $\rho = 1800kg/m^3$
- Fondation type 4N : V_P=4000 m/s, V_S=3000 m/s, $\rho = 2500kg/m^3$
- RTM sur la bande [30,600] Hz, source de type Ricker
- 3 acquisitions différentes, mais toutes en régime de réflexion (pas d'ondes transmises)

La figure 4.53 illustre les géométries d'acquisition et les résultats d'imagerie obtenus. Les images migrées avec un noyau de diffraction d'onde P (ligne 1) montrent des résultats très basse résolution, qui focalisent principalement sur les arêtes de la cheminée et sur les angles diffractants de la dalle de la fondation.

Les images migrées avec un noyau de diffraction d'onde S (ligne 2) permettent d'obtenir à la fois une résolution accrue et une meilleure focalisation des interfaces.

L'acquisition combinant surface et puits (colonne b) permet d'imager à la fois les interfaces quasi-verticales de la cheminée et de la dalle ainsi que le toit de la dalle. Lorsqu'une acquisition de surface est utilisée seule (colonne c), l'éclairage incomplet du milieu ne permet pas de focaliser la dalle ni la partie basse de la cheminée. Enfin, une acquisition en puits (colonne d) permet de s'approcher d'une configuration de réflexion qui permet d'imager les réflecteurs quasi-verticaux.

Un travail de post-traitement de l'image migrée est envisageable pour améliorer l'interprétation de celle-ci. En effet, l'image migrée peut être vue comme la convolution spatiale de l'image parfaite des réflecteurs du milieu par l'ondelette source des données sismiques, pondérée en chaque point du milieu par l'influence du dispositif d'acquisition. Cette pondération consiste en une projection du vecteur d'onde perpendiculairement à l'interface à imager (Sirgue et Pratt, 2004). Elle est inévitable dès que le système d'acquisition est composé de plusieurs récepteurs pour une même source. La figure 4.54 permet de visualiser cette pondération dans le cas d'une interface perpendiculaire à l'axe horizontal (Ox) : pour une fréquence unique f_i, le dispositif d'acquisition permet d'ajouter à l'image des nombres d'ondes compris entre deux branches de droites pour chaque point

du milieu. Ainsi, pour une gamme de fréquences balayée lors de la migration, chaque nombre d'onde k_{z_i} sera représenté avec une pondération dépendante de la distance entre les deux branches de droites pour le k_{z_i} et le point diffractant considérés. Cette pondération naturellement présente dans l'image est directement lié au dispositif d'acquisition (et donc aux données synthétiques et observées qui portent cette pondération) et ne peut être supprimé facilement : il faudrait connaître a priori l'illumination de chaque point du milieu (et donc le vrai modèle) pour la supprimer.

Un premier test à partir d'une source impulsionnelle (Dirac) permet de supprimer l'effet du contenu spectral de la source. La figure 4.55 montre la comparaison des images migrées avec un noyau de diffraction d'onde S obtenues après migration pour la configuration en puits avec une source de type Ricker (gauche) et un Dirac (droite). Cet exemple en puits est choisi à titre d'illustration car il se rapproche le plus d'une configuration en réflexion petit offset qui peut être assimilée à une géométrie 1D (on s'intéresse uniquement aux réflecteurs verticaux) : on cherche ici à travailler uniquement sur les nombres d'ondes horizontaux pour illustrer simplement l'influence du dispositif d'acquisition. Un filtrage de l'image permet de supprimer les évènements pentés liés à des artéfacts (Figure 4.56). Les images des spectres des nombres d'ondes horizontaux (Figure 4.57) montrent que l'utilisation d'un Dirac permet d'aplatir en partie le spectre, mais l'influence du dispositif d'acquisition reste bien présente et difficile à supprimer de l'image.

4.3.5.2 Conclusion

Dans le cas d'une acquisition de très proche surface, la migration par retournement temporel permet de caractériser la géométrie de la fondation pour de très forts contrastes. Avec une acquisition en surface, la géométrie de la cheminée ainsi que la largeur de la dalle peuvent être identifiées mais pas l'épaisseur de la dalle ; en revanche, s'il est possible d'utiliser des sources et des capteurs enfouis, il sera alors possible de caractériser l'épaisseur de la dalle. Ainsi, la RTM semble être une méthode plus appropriée que la FWI dans la problématique de RTE.

4.3.6 Imagerie avec une illumination favorable

Nous présentons ici les résultats synthétiques d'imagerie des fondations de pylônes RTE dans le cadre envisagé pour l'acquisition du 7 Septembre 2011 sur le site test du campus de Saint Martin d'Hères. L'objectif est de conclure sur l'applicabilité de l'imagerie totale de la forme d'onde d'une part et de tester la méthode de migration d'autre part dans un cadre synthétique réaliste fort contraste avec une géométrie d'acquisition favorable puisque nous considérons des sources enfouies.

4.3.6.1 Cadre de la FWI

Cadre d'acquisition La géométrie d'acquisition est précisée à la figure 4.58. 22 capteurs sont placés de chaque côté de la fondation et répartis avec un intertrace de 20cm

sur un segment appartenant au plan de symétrie de la fondation qui est approximativement orienté Est-Ouest. Les capteurs les plus proches de la fondation sont à 20cm de celle-ci. Les sources sont situées à la fois en surface et enfouies dans deux puits. Pour chaque segment (Est ou Ouest), les sources en surface sont placées au milieu de chaque paire de géophones. Il y a donc 21 sources en surface de chaque côté de la fondation. Les sources enfouies sont placées dans deux puits creusés à 0.5m de part et d'autre de la partie émergente de la cheminée. Elles sont réparties entre 0.6m et 3.0m de profondeur avec un pas de 30cm ; il y a donc 9 sources réparties dans chaque puits et les deux sources les plus enfouies sont situées à 0.9m sous le niveau de la semelle ce qui permet d'avoir une bonne illumination de la fondation. Sur le terrain, ces tirs sont réalisés avec une source explosive.

Cadre de modélisation Les données sont obtenues dans un milieu avec une fondation projetée dans un maillage structuré et la modélisation est faite à l'ordre DG-P0 pour des raisons de simplicité : cela permet de réaliser l'inversion et la modélisation dans le même maillage et avec le même ordre d'interpolation. Les propriétés du milieu sont celles indiquées au tableau 4.5 ; elles ont été identifiées au cours de la thèse d'Olivier Magnin, (Magnin, 2008). La géométrie de la fondation 4n considérée dans la modélisation est

	Encaissant	Fondation
$V_p \quad (m/s)$	300	4000
$V_s \quad (m/s)$	150	2200
$\rho \quad (kg/m^3)$	1500	1500
q_p	35	35
q_s	35	35

TABLE 4.5 – Propriétés du milieu de modélisation

précisée à la figure 4.59. La source modélisée est de type explosive, à la fois pour les sources enfouies qui sont effectivement des sources explosives, ainsi que pour les sources en surface. Les fréquences retenues pour la modélisation sont 29 , 39 , 49 , 59 , 78 , 88 , 117 , 147 , 186 , 235 , 294 Hz qui correspondent aux longueurs d'onde S dans l'encaissant de 5.0 à 0.5m. Le signal source est un Dirac, de façon à utiliser un large spectre de données lors de l'inversion multi-échelle. Enfin, les fenêtrages temporels utilisés sont 3.3 , 16.7 , 50 , 150 ms. Les sismogrammes associés sont présentés à la figure 4.60.

Cadre d'inversion Le modèle initial est uniforme aux propriétés de l'encaissant. Le nombre d'itérations est de 10 avec éventuellement un arrêt prématuré si la perturbation n'entraîne pas de diminution suffisante de la fonction coût. L'inversion de données se fait selon plusieurs stratégies :

- une stratégie d'inversion séquentielle ou multiéchelle des fréquences de données
- avec ou sans pondération des sismogrammes de façon à prendre en compte progressivement les données selon des arrivées croissantes dans l'inversion (figure 4.60).

- en utilisant seulement les données en surface ou en ajoutant les données en puits pour illustrer l'intérêt d'ajouter les sources enfouies.

4.3.6.2 Résultats de la FWI

Nous présentons les résultats obtenus dans le cas d'une inversion séquentielle puis dans le cas d'une stratégie multiéchelle.

Inversion séquentielle des fréquences de données
Données avec puits : les résultats obtenus dans ce cadre sont présentés à la figure 4.61. On constate que la fondation est bien localisée mais que sa géométrie n'est pas correctement reconstruite.
Données sans puits : la configuration d'acquisition sans puits est la même que l'acquisition avec puits à ceci près que l'on n'utilise pas les données obtenues avec les 18 tirs réalisés dans les forages (figure 4.62). Le résultat de l'imagerie sans puits est présenté à la figure 4.63. L'inversion avec puits semble mieux reconstruire l'étendue de la dalle, ce qui est cohérent avec un meilleur éclairage de la cible. Il est donc intéressant d'utiliser des puits pour améliorer l'imagerie de la fondation.

Inversion multiéchelle de données
Données avec puits : on peut constater à la figure 4.64 que la stratégie multiéchelle dans une inversion de données avec puits semble détériorer l'imagerie, ce qui est étrange. La cheminée n'a pas été reconstruite de façon satisfaisante en surface ; les ondes de surface ne sont donc pas correctes avec le modèle final, ce qui piège vraisemblablement l'inversion. Une autre hypothèse est que le fait de conserver les basses fréquences dans les données inversées implique que l'on conserve aussi l'onde de surface dans les données inversées alors qu'elles sont très énergétiques et moins porteuses d'informations sur la géométrie de la fondation que les ondes de volume.

Conclusion Les résultats de la FWI ne permettent pas d'identifier la géométrie de la fondation dans le cas réaliste d'un fort contraste entre l'encaissant et la fondation. La présence des puits améliore l'éclairage de l'objet. Cependant, les images obtenues ne permettent pas de caractériser la géométrie de la fondation, même en appliquant une stratégie multiéchelle.
Or ce cadre d'acquisition avantageux est proche de celui de RTM présenté précédemment à la figure 4.53 colonne d qui était un résultat satisfaisant. Dans ce cas, les récepteurs étaient enfouis et placés dans le puits comme les sources. Il est intéressant d'étudier si la reconstruction est d'aussi bonne qualité lorsque les récepteurs sont placés à la surface du milieu.

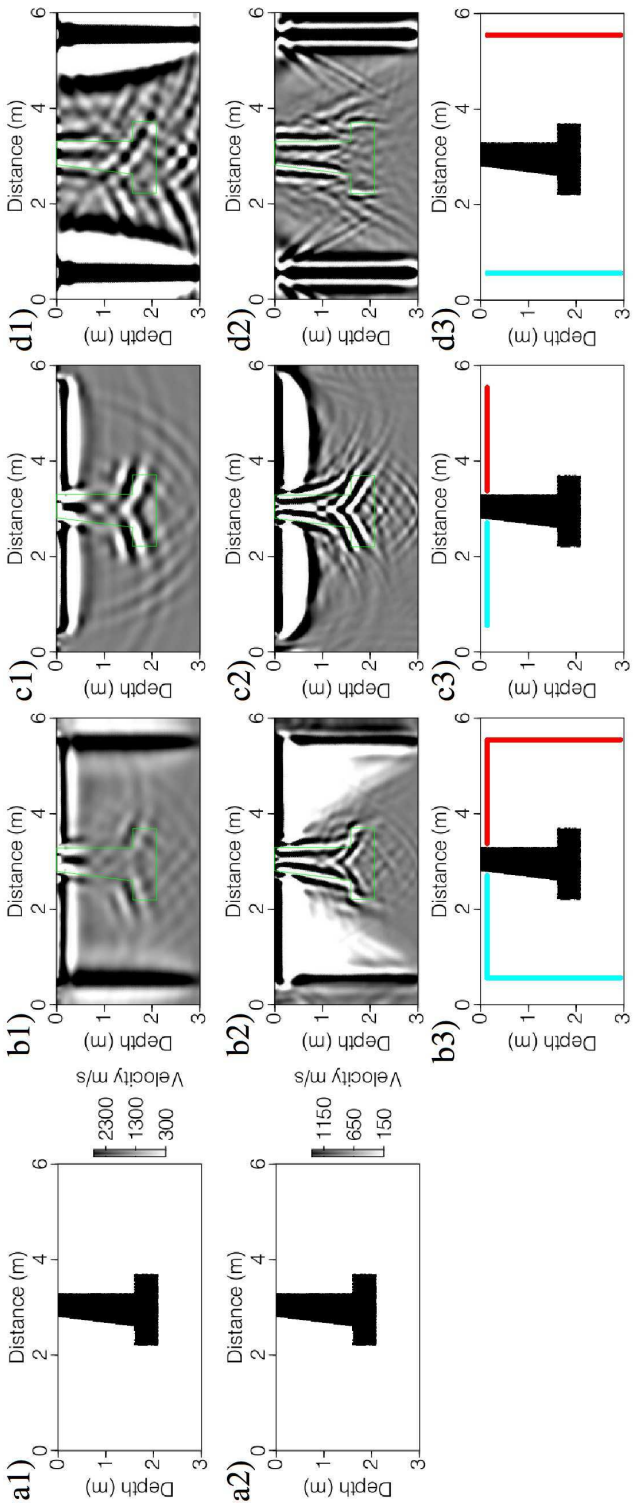

FIGURE 4.53 – Imagerie par RTM : modèle vrai (a), et milieux reconstruits par migration (b,c,d) avec un noyau de diffraction d'onde P (1) et d'onde S (2) dans différentes géométries d'acquisition en réflexion (3)

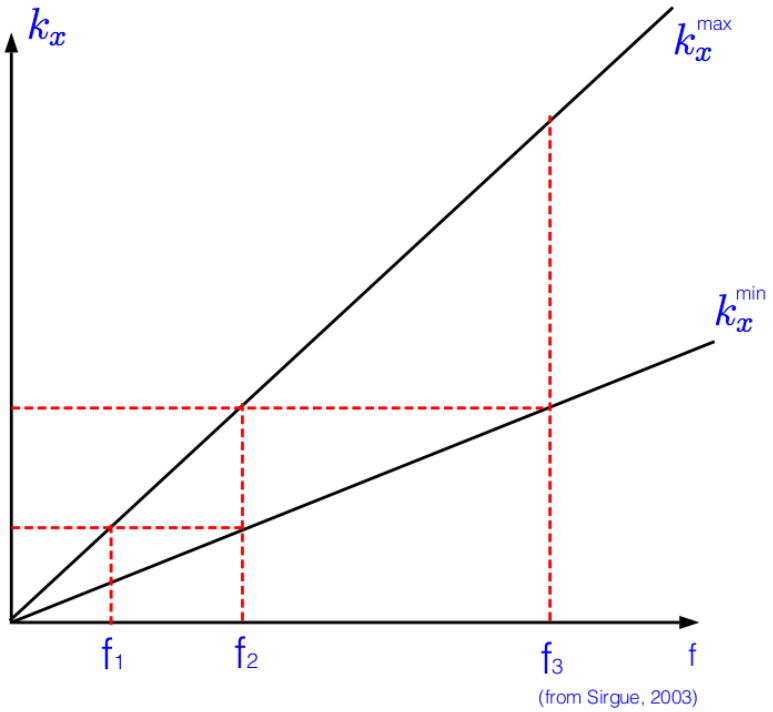

FIGURE 4.54 – Illustration de la projection de l'espace des fréquences vers l'espace des nombres d'onde, les pentes $k_{x,min}$ et $k_{x,max}$ étant liées à l'éclairement

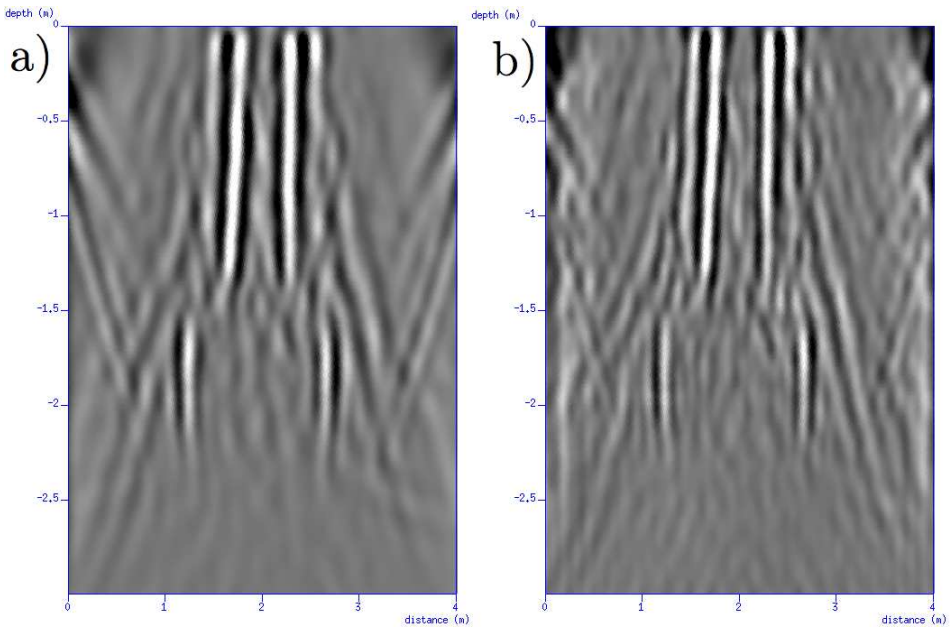

FIGURE 4.55 – Images migrées avec un noyau de diffraction d'onde S obtenues après migration pour la configuration en puits avec une source de type Ricker à $300Hz$ (a) et avec un Dirac (b)

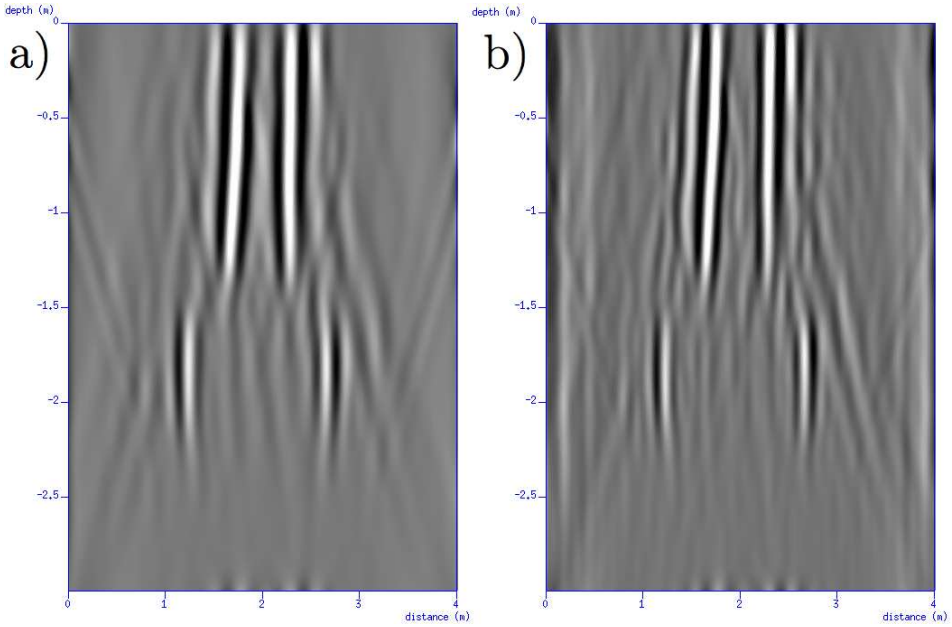

FIGURE 4.56 – Images migrées avec un noyau de diffraction d'onde S obtenues après migration pour la configuration en puits puis filtrage des artéfacts pentés avec une source de type Ricker à $300Hz$ (a) et avec un Dirac (b)

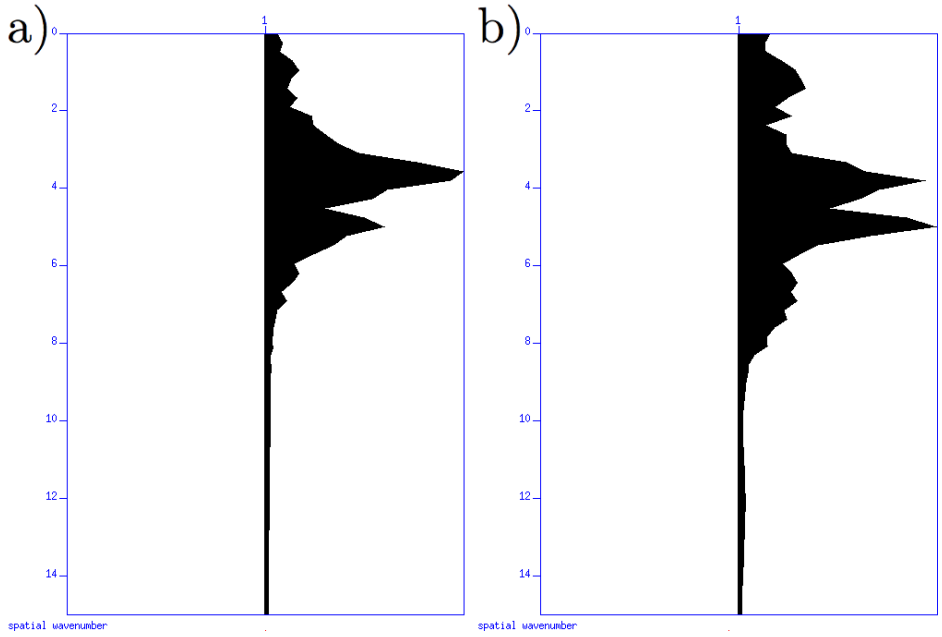

FIGURE 4.57 – Spectre en nombre d'onde horizontal des images migrées avec un noyau de diffraction d'onde S obtenues après migration pour la configuration en puits puis filtrage des artéfacts pentés avec une source de type Ricker à $300Hz$ (a) et avec un Dirac (b)

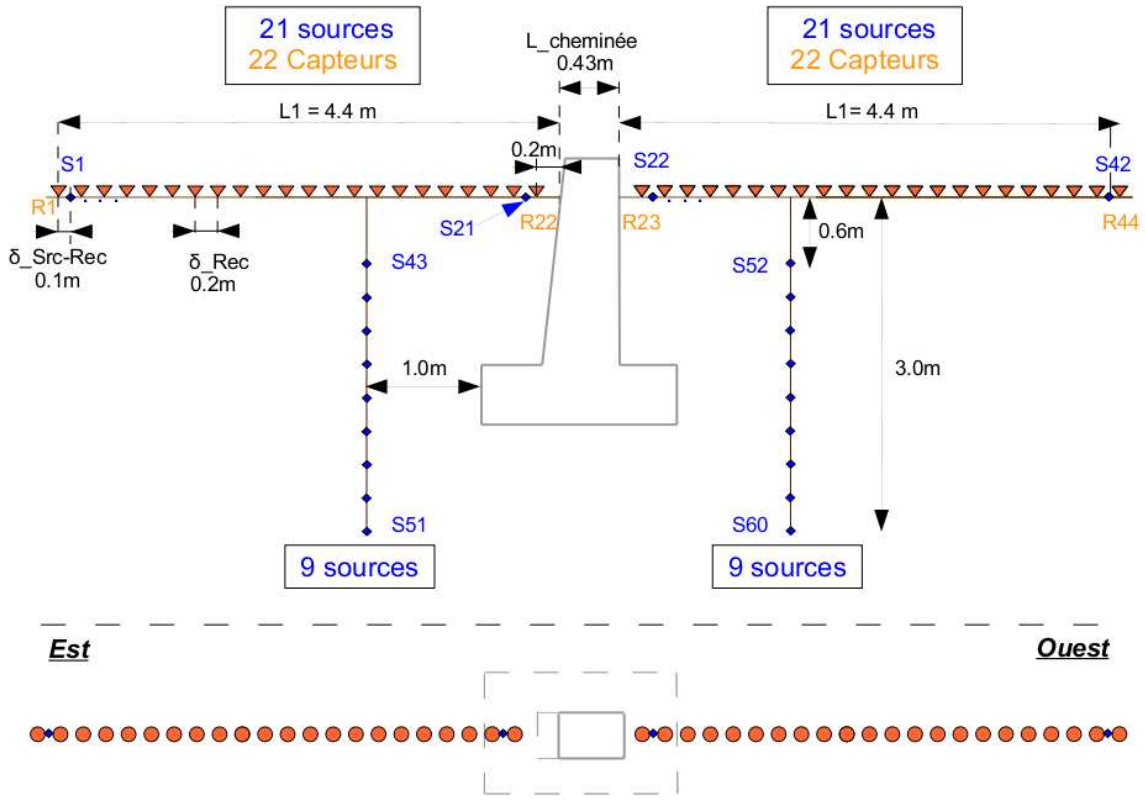

FIGURE 4.58 – Dispositif d'acquisition avec puits autour de la fondation 4n

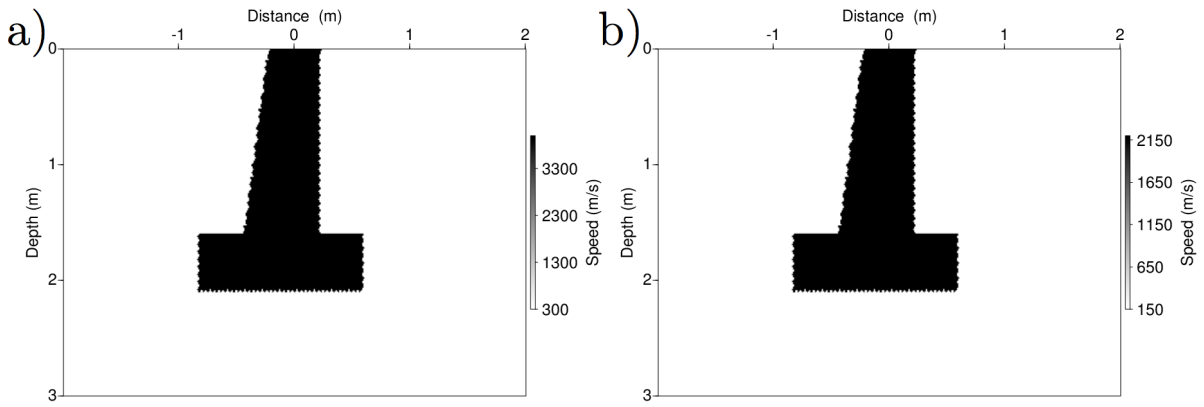

FIGURE 4.59 – Modèles de référence en Vp (a) et Vs (b)

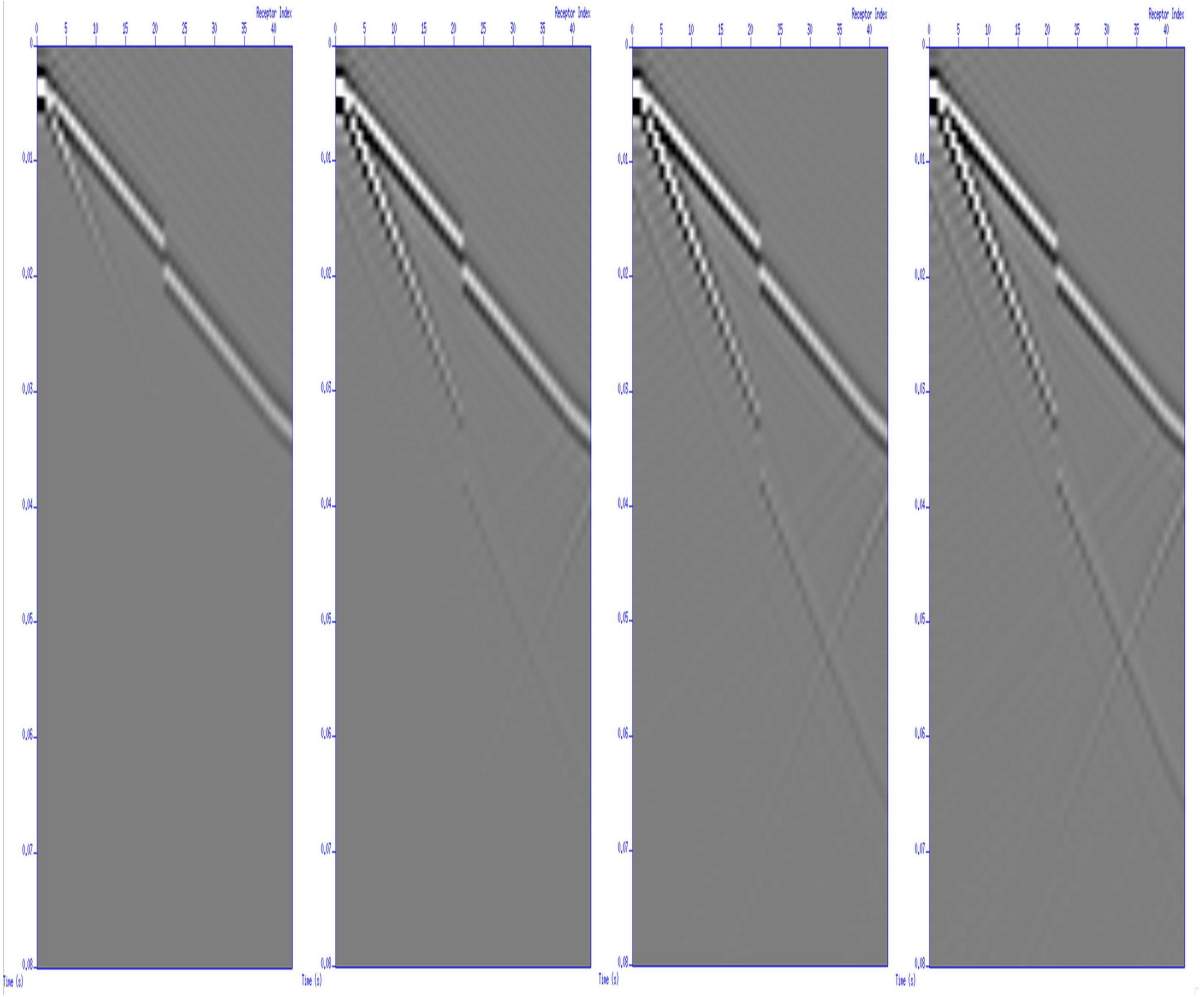

FIGURE 4.60 – Pondération des sismogrammes de la source 1 en milieu homogène dans le but de prendre en compte les arrivées à des temps progressivement croissants (de gauche à droite) dans l'inversion

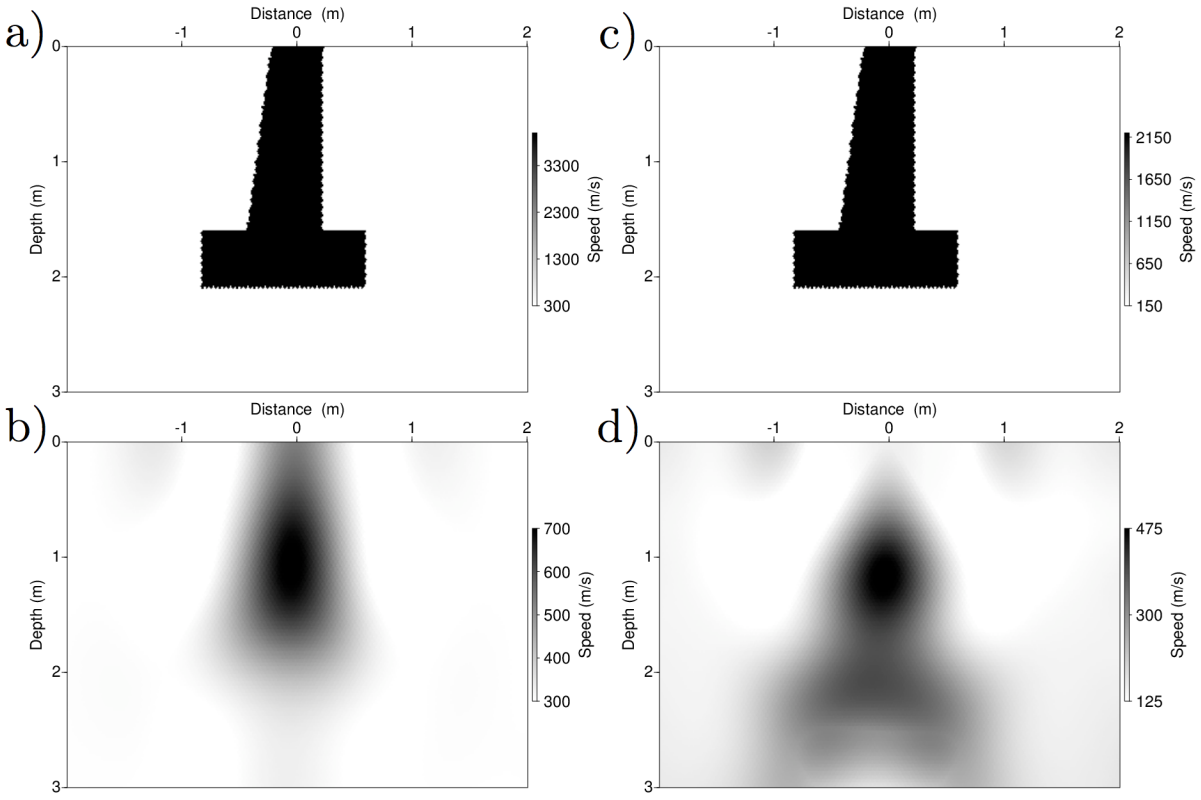

FIGURE 4.61 – Imagerie avec des sources en puits et en surface et des récepteurs en surface, dans le cadre d'une inversion séquentielle des fréquences ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

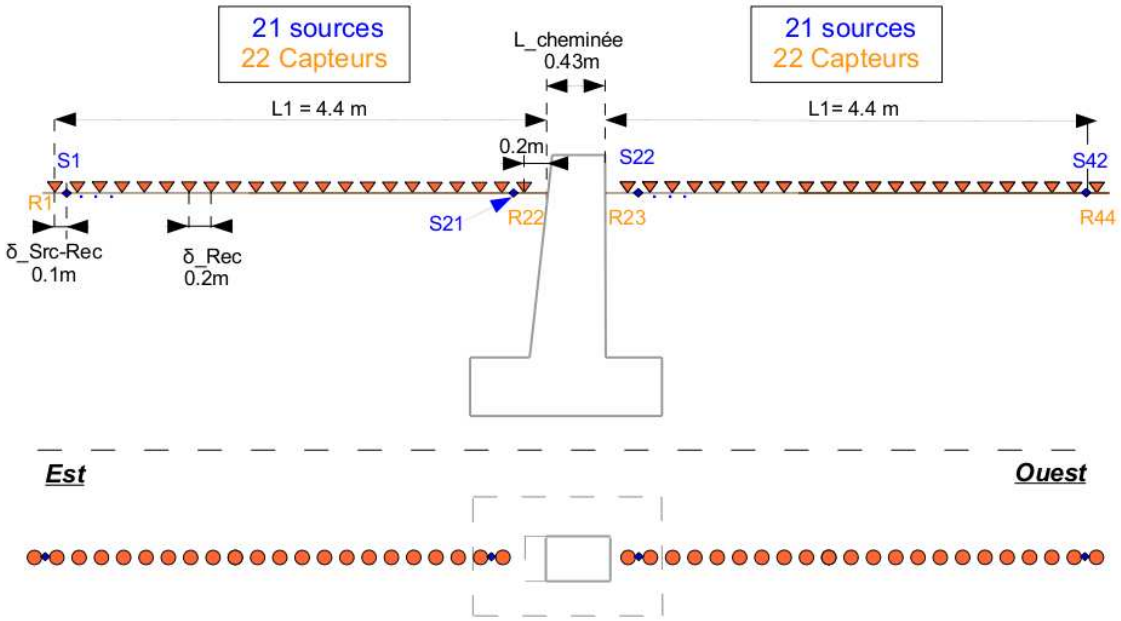

FIGURE 4.62 – Dispositif d'acquisition sans puits autour de la fondation 4n

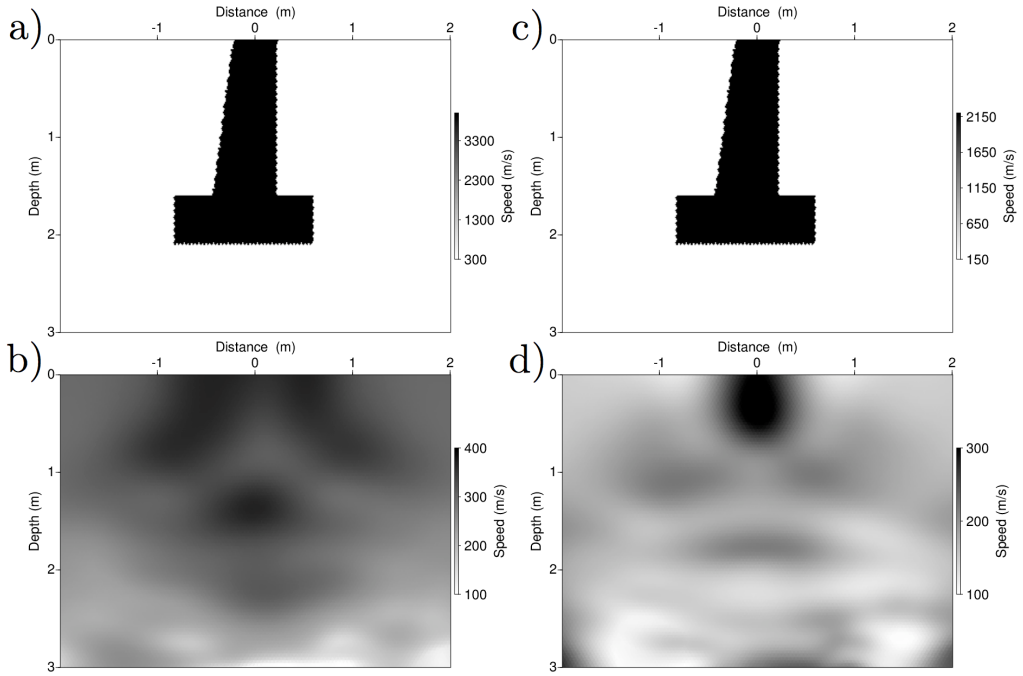

FIGURE 4.63 – Imagerie avec des sources en surface et des récepteurs en surface, dans le cadre d'une inversion séquentielle des fréquences ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

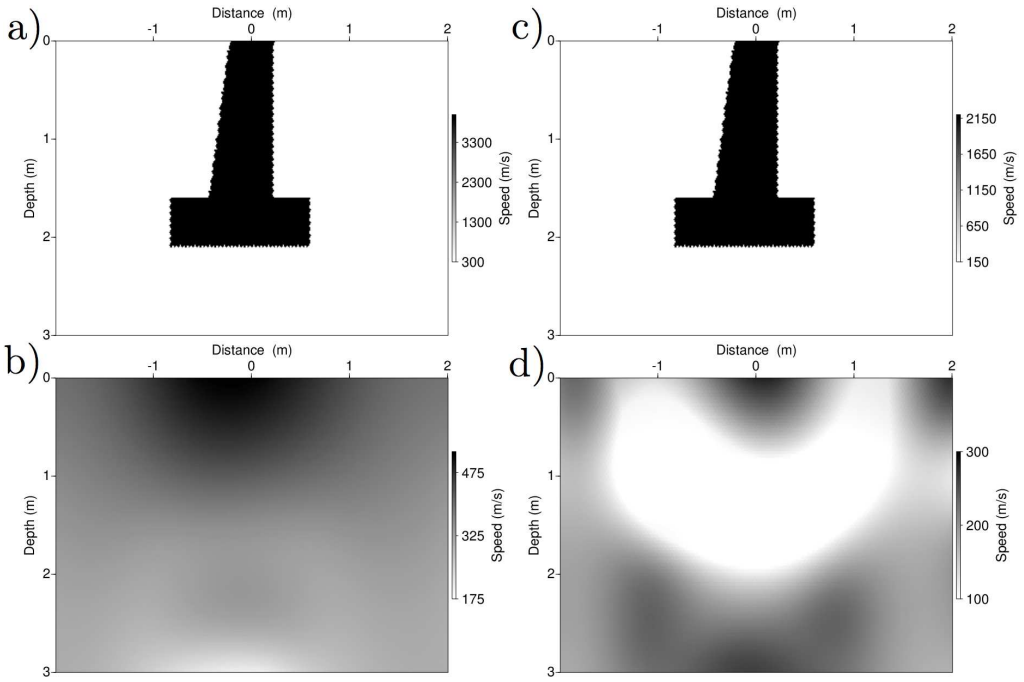

FIGURE 4.64 – Imagerie avec des sources en puits et en surface et des récepteurs en surface, dans le cadre d'une inversion multiéchelle des fréquences ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et c) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (b et d)

4.3.6.3 Migration avec une acquisition réaliste et favorable

Malgré l'amélioration de l'éclairage de l'objet grâce aux puits, les images obtenues par FWI ne permettent pas de caractériser la géométrie de la fondation, même en appliquant une stratégie multiéchelle.Pour caractériser la géométrie de la fondation dans ce cadre fort contraste, nous proposons comme précédemment d'utiliser la migration par retournement temporel qui est une méthode d'autant plus pertinente que la cible est fortement contrastée avec l'encaissant.

Cadre de RTM Pour l'application de la RTM, la géométrie d'acquisition est considérée en réflexion uniquement : les récepteurs n'enregistrent que les ondes des sources situées du même côté de la fondation d'une part pour privilégier les ondes diffractées et réfléchies sur la fondation, et d'autre part pour ne pas considérer les ondes transmises. Cette étude considère uniquement les sources explosives localisées dans les puits.

L'étude est menée ici uniquement sur un coté de la fondation (coté gauche), afin de réduire le coût de calcul. La fondation étant de géométrie symétrique, le processus mis en place pour imager l'autre flanc de la fondation pourra être appliqué à l'identique de l'autre coté.

Configuration du milieu et présentation des données Pour cette étude, un jeu de données fut tout d'abord calculé dans la configuration présentée ci-dessus. Ce jeu de données est obtenu dans une configuration de propagation visco-élastique. Les propriétés du milieu considéré sont présentées au tableau 4.6. La géométrie d'acquisition proposée

	Encaissant	Fondation
$V_p \quad (m/s)$	300	4000
$V_s \quad (m/s)$	150	3000
$\rho \quad (kg/m^3)$	1800	2500
q_p	30	30
q_s	30	30

TABLE 4.6 – Propriétés élastiques du milieu modélisé

est composée de 9 sources explosives par puits, espacée de 30 cm. La figure 4.65 montre les données de deux exemples synthétiques de point de tir commun pour les sources 1 et 7, enregistrés sur les 21 capteurs verticaux en surface. La source utilisée est un Ricker centré sur $500Hz$. On peut clairement voir la présence de l'onde directe P (1), de l'onde réfléchie P sur le flanc de la cheminée (2) ainsi que l'onde de surface (3), issue de l'onde P directe convertie en onde de surface après réflexion sur la fondation. Cette onde de surface est nettement aliasée en raison de l'échantillonnage des récepteurs. On peut également observer la présence de différentes ondes diffractées et de multiples liées à la

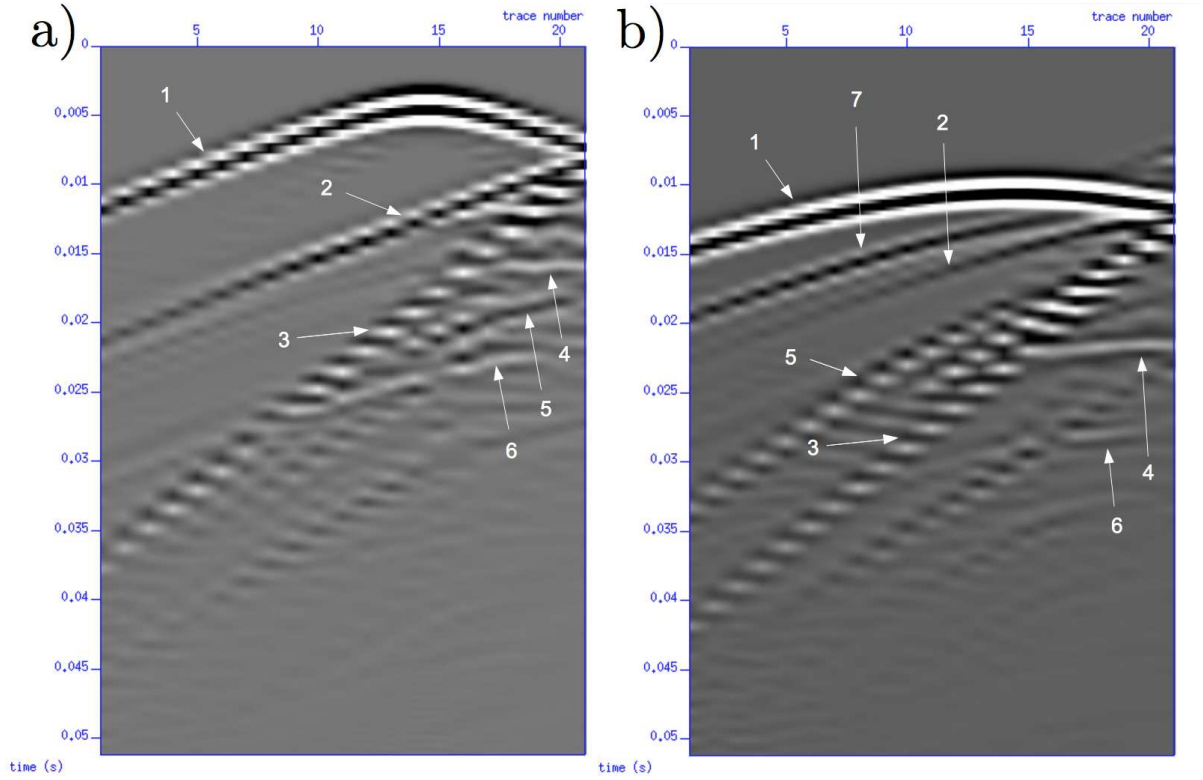

FIGURE 4.65 – Traces des géophones verticaux pour deux points sources enfouis respectivement à 0.6m (a) et 2.0m (b)

surface libre à proximité de la fondation. On remarquera en particulier l'onde diffractée S (5) et les fronts (4) et (6) issus des réflexions de l'onde entre la surface libre et la partie supérieure de la dalle. Leur interprétation n'est pas simple à cause de leur superposition et de l'aliasing lié au dispositif. On notera enfin la présence d'un front d'onde arrivant avant la réfléchie de l'onde directe sur la cheminée (7) ; il pourrait s'agir de la partie de l'onde P réfléchie sur la dalle.

La méthode de migration utilisée pour cette étude repose sur un algorithme de RTM acoustique implémenté en domaine temporel. Cet outil, différent du code élastique précédent, a l'avantage d'être rapide à mettre en oeuvre à la fois en raison de la plus grande simplicité de l'acoustique par rapport à l'élastique et car la modélisation temporelle est plus rapide que la modélisation fréquentielle.

Le traitement des données visco-élastiques utilisées pour la RTM acoustique s'est limité à des filtrages passe-bande (butterworth zero-phase). Les résultats d'imagerie étant satisfaisants, aucun traitement de suppression des ondes lentes S et de surface n'a été mis en oeuvre, ce qui aurait été difficile en raison de l'aliasing des ondes S.

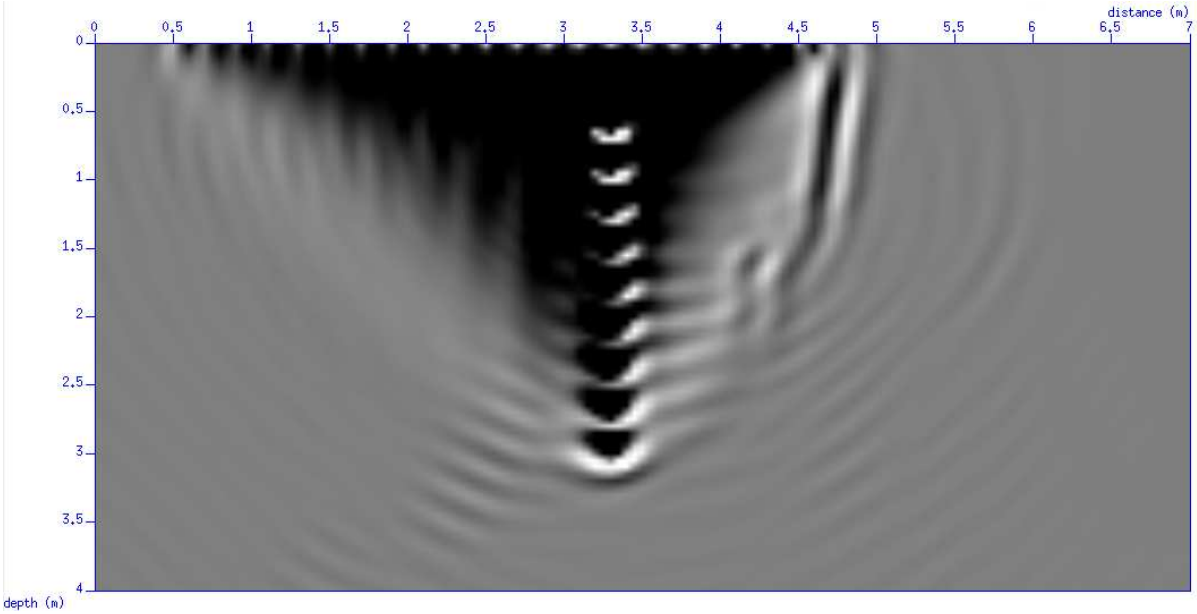

FIGURE 4.66 – Migrations des données pour l'ensemble du spectre du signal source (de 0 à 1600Hz)

Résultats de RTM Nous présentons les résultats de RTM ainsi que l'influence de la bande de fréquences des données considérées. Les résultats de RTM dans 5 bandes de fréquences sont présentés sur les 5 figures suivantes (4.66 à 4.70). La première correspond au spectre complet du Ricker, de 0 à 1600Hz. La forme de la fondation est clairement visible, avec une localisation de la cheminée et de la dalle, permettant de distinguer à la fois la pente de la cheminée et l'épaisseur de la dalle.

On peut noter que la présence des ondes S lentes ne semble pas affecter de manière significative la reconstruction. Cela peut être interprété par le fait que ces ondes n'interfèrent pas constructivement sous l'approximation acoustique de la propagation/migration.

Les résultats des tests dans des bandes plus étroites (0-500Hz, 0-900Hz, 400-1200Hz et 1000-1500Hz) sont aussi présentés avec un zoom sur la fondation à la figure 4.71. Ces figures permettent de voir que seules les hautes fréquences supérieures à 500Hz permettent de localiser et discerner la forme en profondeur de la fondation. Les bandes 400-1200Hz et 1000-1500Hz permettent en outre d'améliorer la résolution par rapport au résultat de référence du Ricker 500Hz, et donc d'améliorer les estimations de positions et de dimensions de la fondation. Il est donc important de chercher à obtenir un spectre de données exploitables avec le plus de composantes hautes fréquences possibles. Comme nous le verrons dans la prochaine partie, c'est un point difficile à satisfaire.

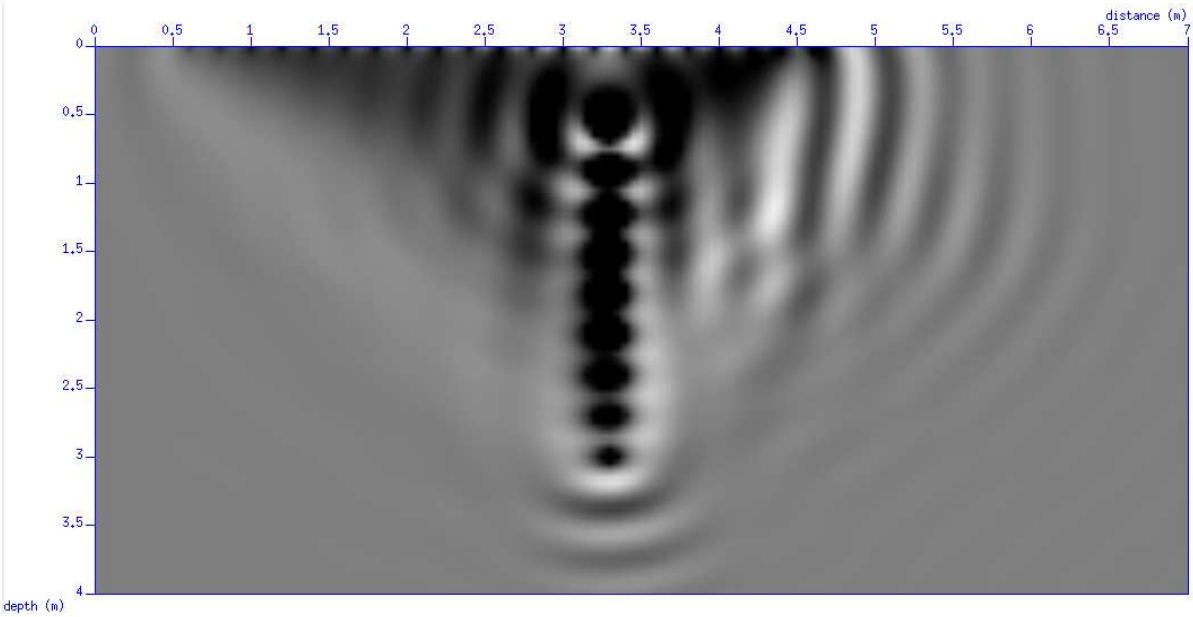

FIGURE 4.67 – Migrations des données de 0 à $500Hz$

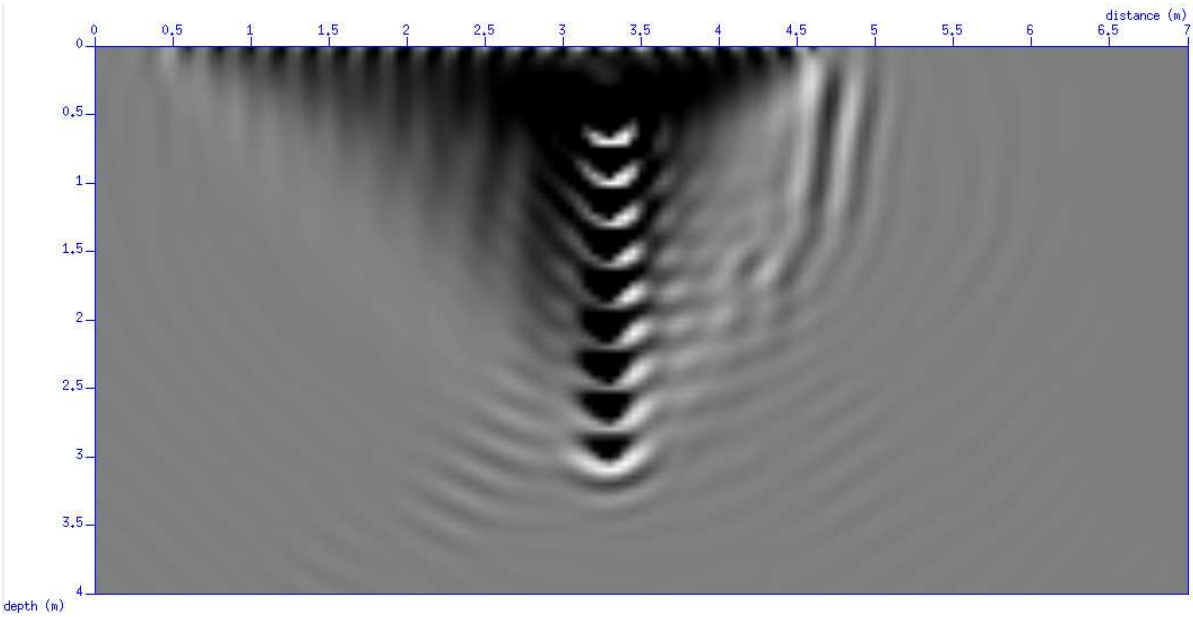

FIGURE 4.68 – Migrations des données de 0 à $900Hz$

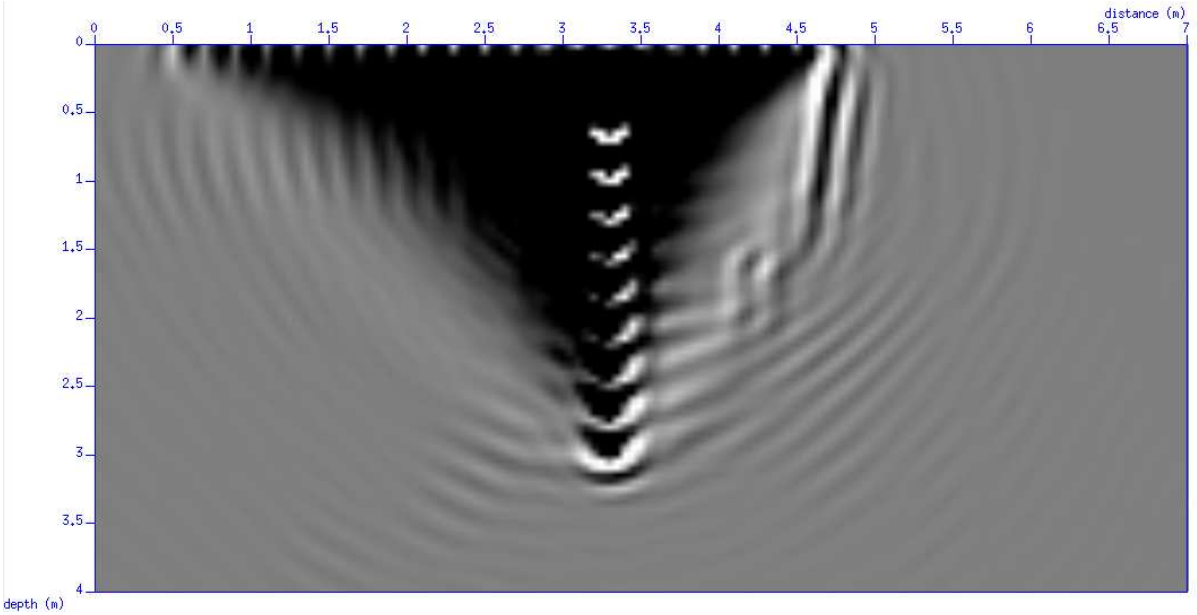

FIGURE 4.69 – Migration des données de 400 à 1200Hz

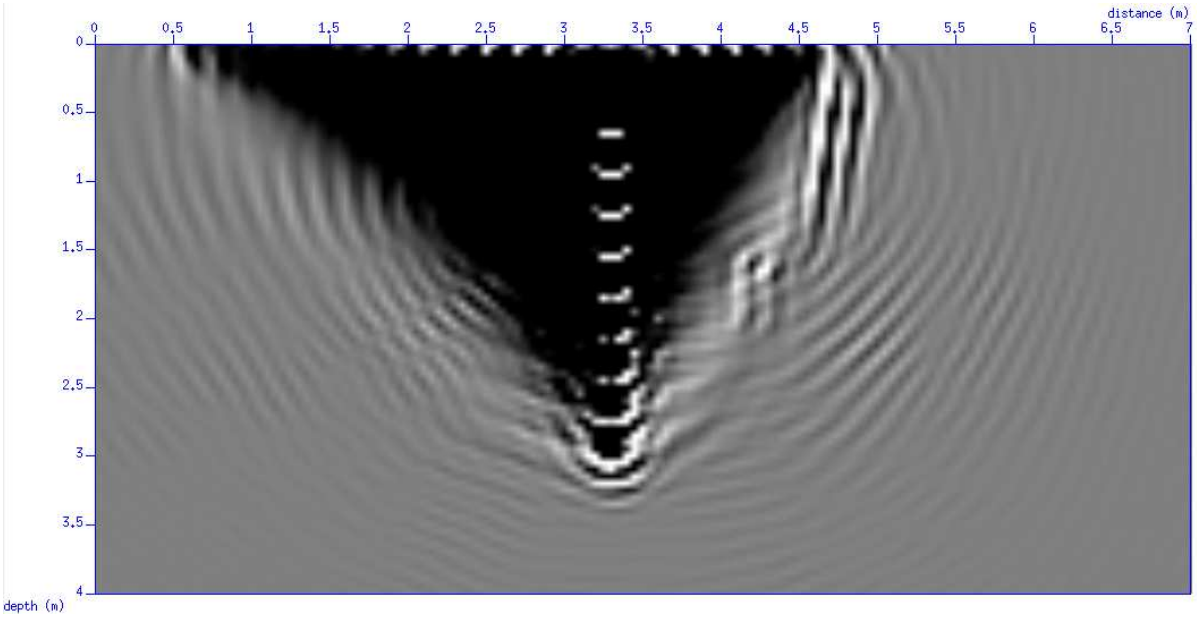

FIGURE 4.70 – Migration des données de 1000 à 1500Hz

4.3.6.4 Conclusion

Les résultats obtenus avec la FWI ne permettent pas de caractériser la forme de la fondation. En revanche, dans le cadre d'acquisition envisagé, la RTM permet d'identifier

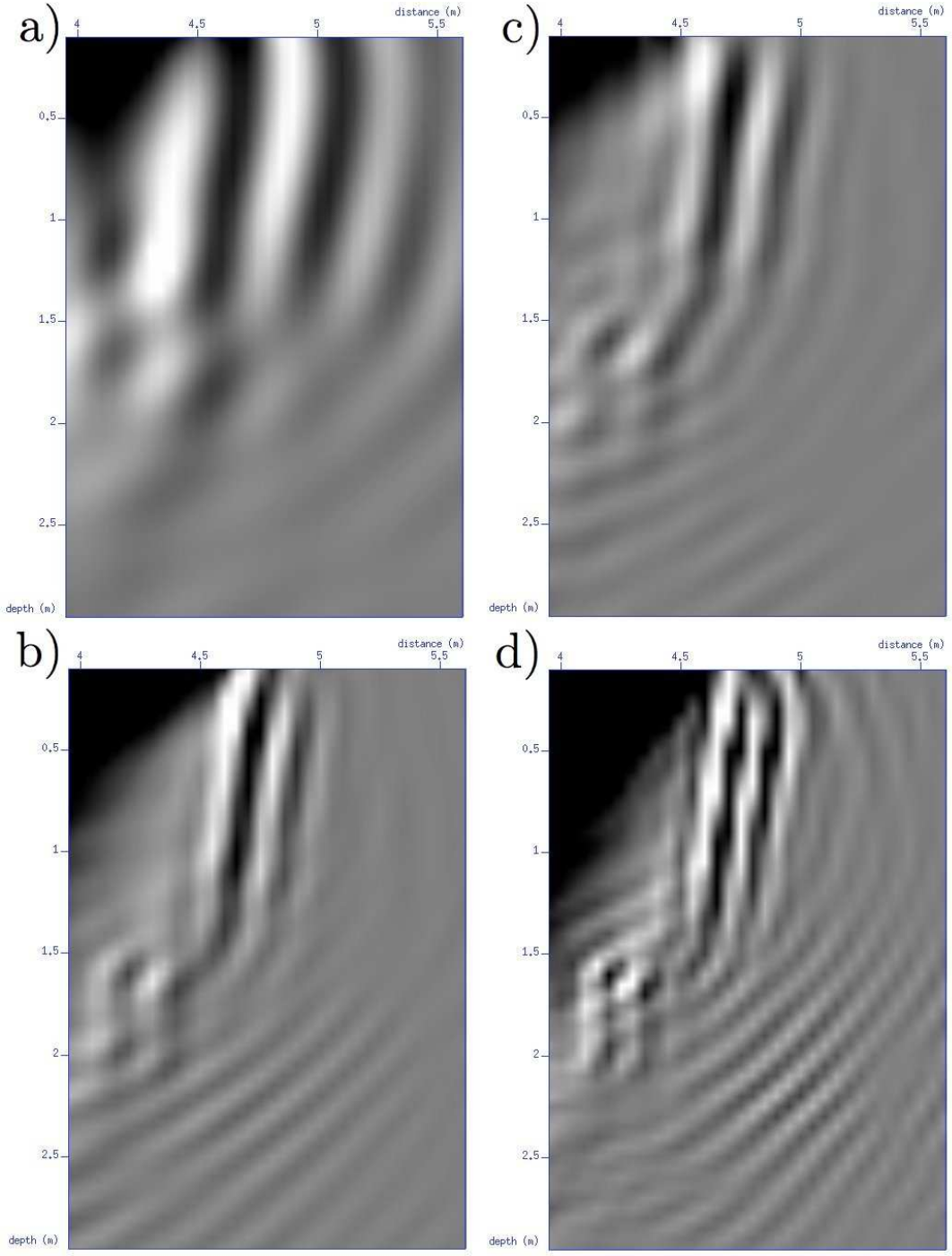

FIGURE 4.71 – Migration des données : de 0 à $500Hz$ (a) ; de 0 à $900Hz$ (c) ; de 400 à $1200Hz$ (b) ; de 1000 à $1500Hz$ (d)

la géométrie de la fondation et ce d'autant mieux que l'on dispose de fréquences élevées. Il est donc important que l'expérience de terrain optimise la création et l'enregistrement de hautes fréquences dans la perspective de pouvoir appliquer la RTM sur les données.

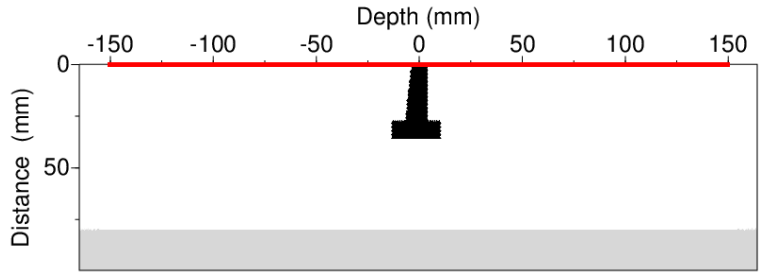

FIGURE 4.72 – Géométrie d'acquisition sismique sur la maquette IFSTTAR

Cette approche de migration offre une alternative intéressante et complémentaire à l'inversion des formes d'ondes quantitatives. Même si elle nécessite un modèle de vitesse suffisamment précis, elle permet de localiser de manière robuste les positions des réflecteurs, grâce à un processus non-itératif qui ne repose pas sur une optimisation. Le dispositif d'acquisition apparait comme un élément crucial dans la qualité des résultats. Le fait que cette approche soit également assez peu coûteuse - environ une heure de calcul sur 8 coeurs pour ces tests - permet également de l'envisager dans un processus d'imagerie industriel.

4.4 Imagerie dans le milieu synthétique de la maquette IFSTTAR

Dans cette partie, nous allons mettre en oeuvre la démarche d'inversion et de migration sur des données synthétiques obtenues dans un milieu incluant une fondation 4n à l'échelle 1/60. Cette acquisition sur maquette réalisée à l'IFSTTAR a été présentée dans la partie 2.2 du chapitre 2 sur la modélisation et elle est rappelée brièvement dans la partie suivante.

4.4.1 Cadre d'inversion

Eclairement de la cible Sur ce dispositif, la géométrie d'acquisition est restreinte à la surface du milieu ce qui limite a priori l'éclairement de la fondation. Cependant, le milieu reproduit en maquette inclut une interface à $80mm$ de profondeur qui permet de corriger partiellement la faible illumination de la cible tout en étant représentatif de certains milieux réels. La géométrie d'acquisition pour les sources et les récepteurs est présentée à la figure 4.72. 150 récepteurs sont répartis avec un pas de $2mm$ sur un segment de $300mm$ de longueur, ce qui correspond à une longueur de $18m$ sur le terrain. 150 sources sont disposées aux mêmes emplacements que les récepteurs avec un décalage de $1mm$ sur la gauche dans la direction du profil d'acquisition.

Cadre d'inversion Nous nous plaçons ici dans le cas de l'inverse crime au sens strict : le maillage du milieu de modélisation est le même que le maillage du milieu d'inversion. D'autre part, nous considérons un milieu initial dans lequel les propriétés sont celles de l'encaissant avec l'interface. Précisons d'une part que l'on suppose connues les propriétés de l'encaissant et en particulier la position de l'interface située sous la fondation et d'autre part le fait que les données que l'on inverse sont obtenues dans un milieu synthétique à 2 dimensions alors que la maquette de l'IFSTTAR a une géométrie 3D. La maquette est une reproduction au 60me de la fondation 4n présente dans le milieu de Grenoble ; ceci influe sur le choix des fréquences inversées.

Fréquences Notre démarche de choix des fréquences fait l'hypothèse que les longueurs d'onde servant à l'imagerie correspondent aux longueurs des ondes S dans l'encaissant. Ainsi, pour avoir une résolution égale à l'épaisseur de la dalle, la fréquence maximale retenue correspond à une onde dont la longueur dans l'encaissant est égale au double de l'épaisseur de la dalle soit $8.5mm * 2 = 17mm$. La vitesse des ondes S autour de la fondation étant de $925m/s$, la fréquence maximale des données inversées doit donc être de l'ordre de $925/17e^{-3} = 54.4kHz$. Nous utiliserons une fréquence maximale de $52.8kHz$. Ensuite, nous devons commencer l'inversion à une fréquence relativement faible de façon à ce que la longueur d'onde associée soit très faible devant la dimension la plus grande de la fondation, en l'occurrence sa hauteur qui vaut $36mm$; nous retenons une fréquence minimale de $5.5kHz$ correspondant à une longueur d'onde de $170mm$ dans l'encaissant. Les fréquences retenues pour l'inversion sont $5.49, 11.29, 16.18, 22.28, 28.69, 35.71, 43.96, 52.81kHz$.

Fenêtrages temporels Dans le cas de l'inversion de données avec surface libre, on utilise une stratégie de fenêtrage exponentiel des sismogrammes dans le domaine fréquentiel qui permet de nuancer l'influence des ondes de surface. La durée des fenêtrages utilisés ici est de $10, 50, 100, 200\mu s$. Nous présentons à la figure 4.73 les données fenêtrées pour une source située en $x = -87mm$, c'est-à-dire à $79mm$ à gauche de la fondation.

Limiter l'évolution de certaines régions au cours de l'inversion Il est possible d'empêcher l'évolution de certaines régions au cours de l'inversion : dans le cas de l'inversion d'un milieu avec surface libre, cette démarche permet d'éviter la présence d'artéfacts de reconstruction au voisinage de la surface libre qui ont une forte influence dans l'inversion car ils font que les résidus sont dominés par les ondes de surface et piègent l'inversion dans un minimum local. Cette stratégie a été proposée et mise en oeuvre avec succès par Bretaudeau *et al.* (2009) dans le cadre de l'imagerie de cavité sur données de maquette. Nous présentons son intérêt avant de l'appliquer dans la plupart des inversions. Concrètement nous annulerons la perturbation du milieu sur une épaisseur de $10mm$ sous la surface avant de l'appliquer au milieu et de le lisser, ce qui permet de diffuser les propriétés de la partie imagée jusqu'à la surface. Par ailleurs cette démarche n'est pas réservée aux régions situées sous la surface libre ; ainsi la stratégie d'annulation de

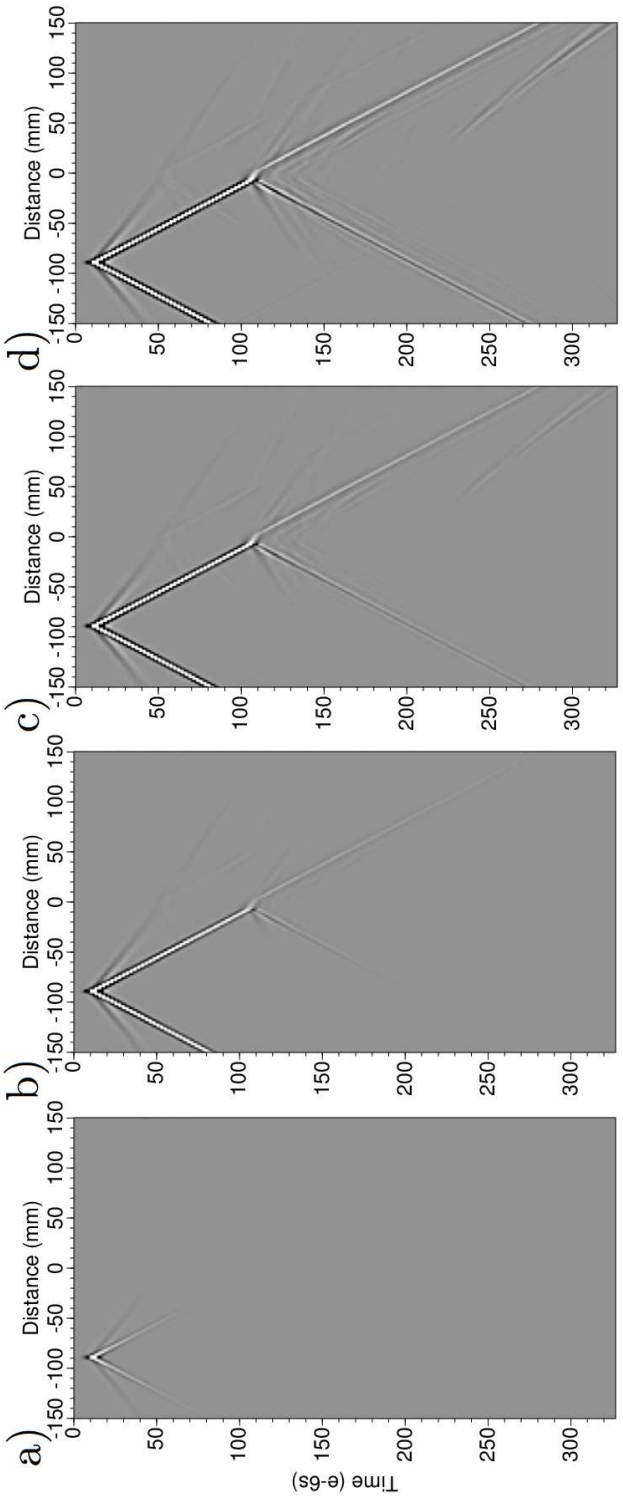

FIGURE 4.73 – Sismogrammes de la source située en $x = -87mm$ auquel on a appliqué un fenêtrage temporel de $\tau = 1e-5s$ (a) $5e-5s$ (b) $1e-4s$ (c) $2e-4s$ (d)

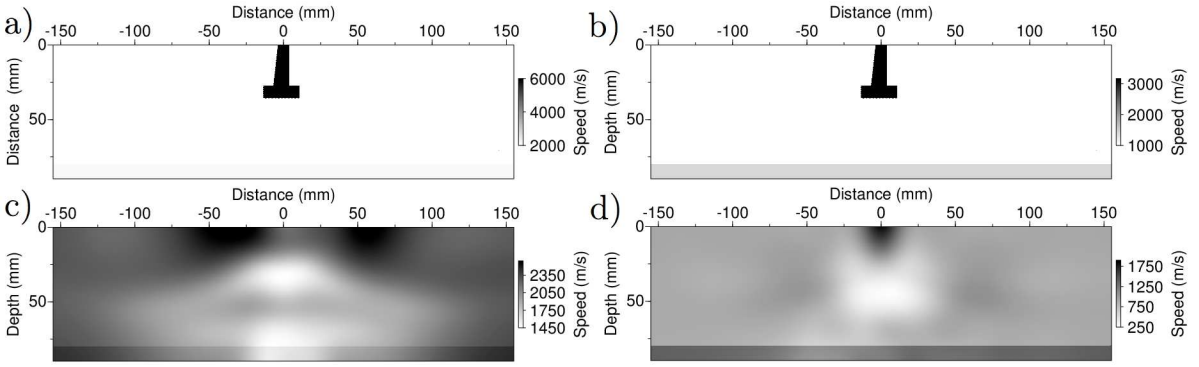

FIGURE 4.74 – Imagerie dans le cas d'une inversion séquentielle des données ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et b) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (c et d)

la perturbation peut aussi être appliquée à des régions dont on connait précisément les propriétés. Dans notre cas, le lissage permet de reconstruire la partie supérieure de la cheminée qui influe fortement sur les ondes de surface. Par commodité, on dit dans la suite qu'une zone dont on annule la perturbation avant lissage est "figée". Après avoir présenté le cadre d'inversion, présentons les résultats obtenus pour l'inversion et pour la migration.

4.4.2 Résultats d'inversion dans le milieu avec surface libre

Nous présentons ici les résultats de l'inversion de la forme d'onde appliquée à des données synthétiques représentatives de la maquette IFSTTAR avec surface libre pour différentes stratégies de groupement de fréquences de données et d'inversion de la zone incluant l'interface. Commençons par présenter les résultats de l'inversion de données avec un parcours séquentiel des fréquences dans lequel on autorise l'inversion dans tout le milieu et notamment sous la surface libre.

4.4.2.1 Inversion séquentielle

La figure 4.74 présente le résultat dans le cas d'une inversion séquentielle des fréquences. On constate sur cette figure que ni l'inversion de Vp ni celle de Vs ne donnent de résultat satisfaisant. Sur l'image globale de Vp, on constate que l'inversion a cherché à expliquer les données en ajoutant des inhomogénéïtés en très proche surface ; la forme de la fondation dont la signature est portée par les ondes de volume n'a donc pas pu être expliquée. Dans les inversions qui vont suivre, nous annulerons donc la perturbation du milieu sur une profondeur de $10mm$.

D'autre part, sur cette même figure, on constate que le contraste d'impédance n'est pas conservé au voisinage de l'interface ce qui perturbe l'amplitude des réflexions. Pour

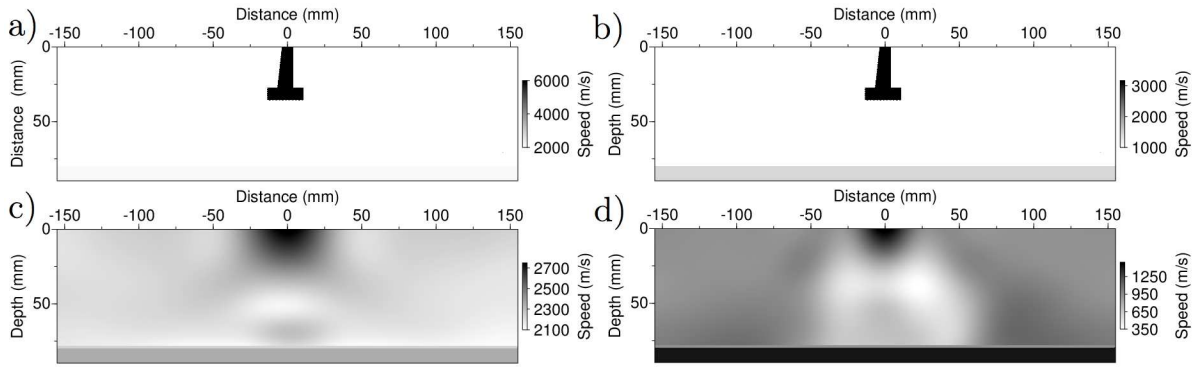

FIGURE 4.75 – Imagerie dans le cas d'une inversion séquentielle en figeant la surface libre sous la fondation sans figer l'interface ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et b) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (c et d)

éviter ce phénomène, nous ferons un test en annulant la perturbation de la région contenant l'interface, sachant que le milieu initial contient les bonnes propriétés de l'encaissant de part et d'autre de l'interface.

4.4.2.2 Inversion séquentielle en figeant la proche surface

La figure 4.75 présente le résultat d'inversion obtenu dans le même cadre que précédemment en figeant les propriétés de la surface libre sur une épaisseur de $10mm$ et en figeant les propriétés de l'interface. Sur le résultat présenté à la figure 4.75, on constate que la fondation n'est alors pas correctement imagée. Pour figer l'interface inférieure nous avons ici choisi de figer aussi une très fine couche du milieu supérieure de telle sorte que le contraste soit correct au niveau de l'interface. Cependant, on crée alors une deuxième interface entre les propriétés de l'encaissant et celles de l'encaissant imagé dont les propriétés ne sont pas parfaitement égales à celles de l'encaissant. On peut alors se demander si cette seconde interface ne perturbe pas la reconstruction. On présente à la figure 4.76 le même test que précédemment dans lequel on n'a pas figé les propriétés du milieu au niveau de l'interface. On constate sur cette figure que le résultat n'est pas satisfaisant. On présente ensuite les résultats obtenus avec une inversion des données selon une stratégie multifréquencielle.

4.4.2.3 Inversion multifréquencielle

La figure 4.77 présente les résultats d'imagerie par FWI obtenus en figeant l'interface et en inversant les groupes de fréquences suivants : 5.49 ; {5.49 , 11.29} ; {11.29 , 16.18 , 22.28 } ;{22.28 , 28.69 , 35.71} ;{35.71 , 43.96 , 52.80} kHz. On constate sur cette figure que l'utilisation d'une stratégie de groupement par triplets de fréquences ne permet pas de caractériser la géométrie de la fondation. De la même manière que précédemment,

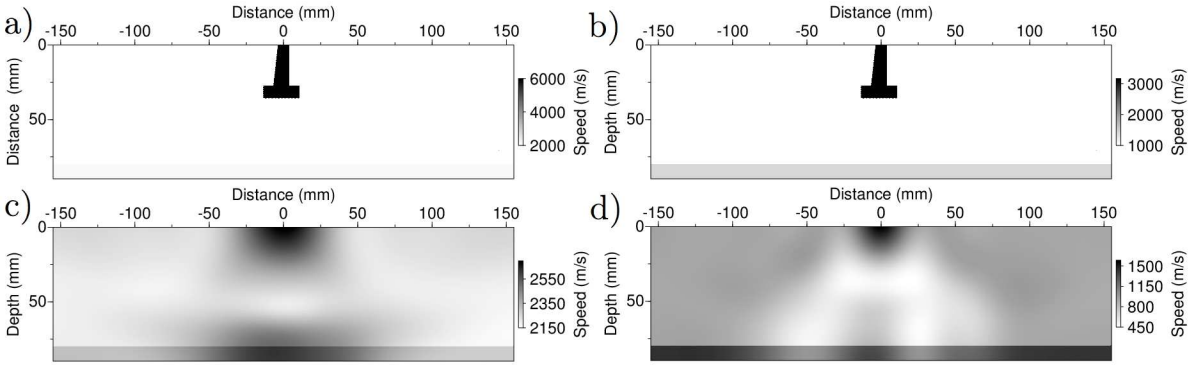

FIGURE 4.76 – Imagerie dans le cas d'une inversion séquentielle en figeant la surface libre sur une épaisseur de $10mm$ sans figer l'interface située sous la fondation ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et b) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (c et d)

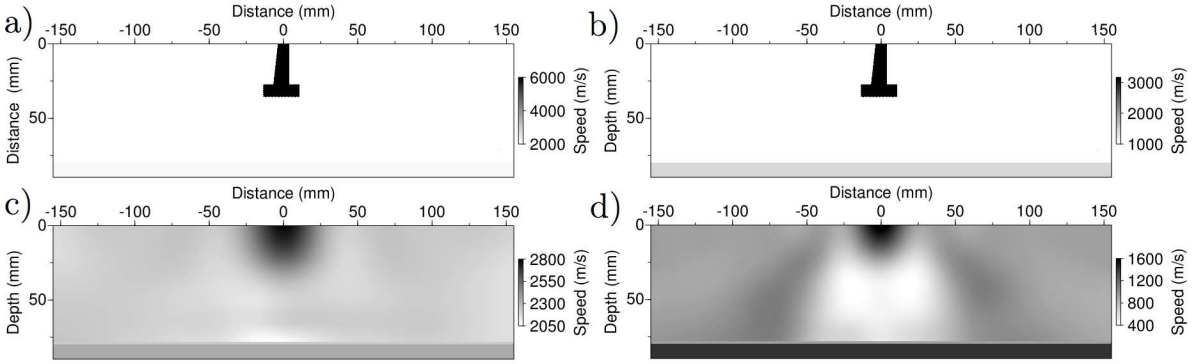

FIGURE 4.77 – Imagerie dans le cas d'une inversion des données par groupement de fréquences en figeant l'interface sous la fondation ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et b) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (c et d)

on présente à la figure 4.78 l'inversion avec le même groupement de fréquence mais sans figer l'interface. Ici non plus, le résultat n'est pas satisfaisant.

4.4.2.4 Inversion avec une stratégie Bunks

La figure 4.79 présente les résultats que l'on obtient avec une stratégie de groupement de fréquence exhaustive (Bunks *et al.*, 1995), c'est à dire en inversant les groupes de fréquences suivants : 5.49 ; {5.49 , 11.29} ; {5.49 , 11.29 , 16.18} ; {5.49 , 11.29 , 16.18 , 22.28} ;{5.49 , 11.29 , 16.18 , 22.28 , 28.69} ; {5.49 , 11.29 , 16.18 , 22.28 , 28.69 , 35.71} ; {5.49 , 11.29 , 16.18 , 22.28 , 28.69 , 35.71 , 43.96} ; {5.49 , 11.29 , 16.18 , 22.28 , 28.69 , 35.71 , 43.96 , 52.80} kHz.

Lorsqu'on ne fige pas l'interface on obtient le résultat présenté à la figure 4.80. On

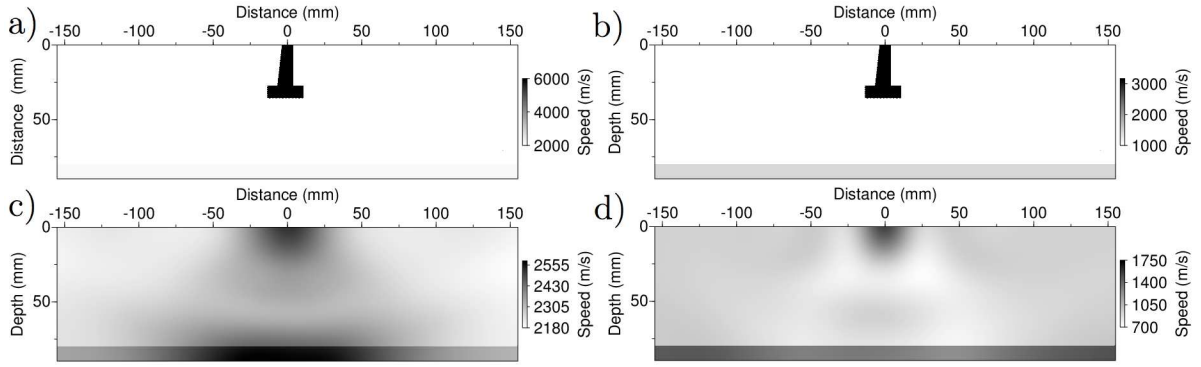

FIGURE 4.78 – Imagerie dans le cas d'une inversion des données par groupement de fréquences sans figer l'interface sous la fondation ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et b) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (c et d)

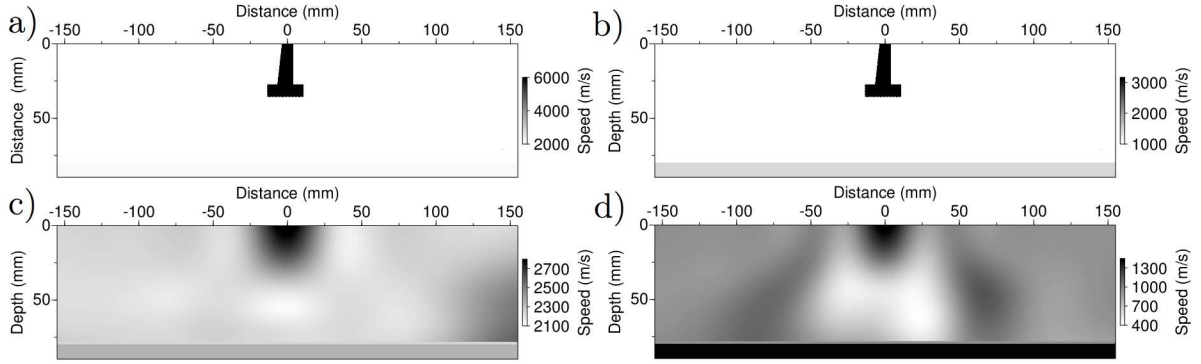

FIGURE 4.79 – Imagerie dans le cas d'une inversion des données par groupement de fréquences (Bunks) en figeant l'interface sous la fondation ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et b) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (c et d)

constate sur ces figures que l'on reconstruit la fondation plus en profondeur avec la stratégie Bunks ; l'image obtenue n'est cependant pas satisfaisante.

En conclusion, l'imagerie de la forme d'onde appliquée à des données synthétiques acquise en surface à l'échelle réduite proposée par IFSTTAR ne permet pas de retrouver la forme de la fondation. La migration par retournement temporel est un outil d'imagerie qui permet d'accentuer les forts diffractants. Nos présentons dans la partie suivante les performances de cet outil dans le cadre de données synthétiques à l'échelle de la maquette IFSTTAR.

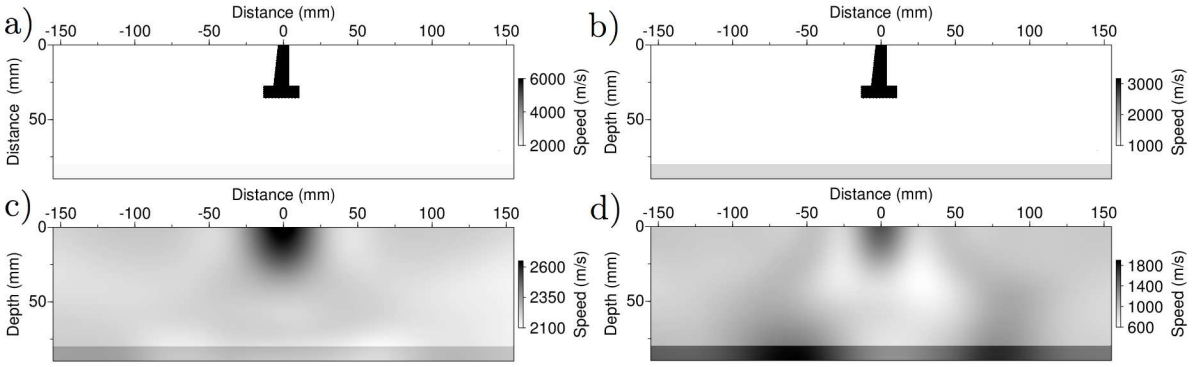

FIGURE 4.80 – Imagerie dans le cas d'une inversion des données par groupement de fréquences (Bunks) sans figer l'interface sous la fondation ; Modèles de Vp (colonne gauche) et Vs (colonne droite) ; Modèles synthétiques (a et b) et Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ (c et d)

4.4.3 Migration dans le milieu avec surface libre

La migration est ici mise en oeuvre en fréquence dans le domaine élastique. On rappelle qu'elle est équivalente à une seule itération de l'inversion de la forme d'onde dans laquelle la perturbation est construite en rétropropageant l'ensemble des données en temps au lieu de rétropropager les résidus à certaines fréquences. Ainsi le coût de la migration est celui d'une seule itération d'inversion de la forme d'onde pour l'ensemble des fréquences permettant la modélisation temporelle des données. Présentons les données utilisées pour la migration.

4.4.3.1 Données

La migration requiert de considérer des données en réflexion. On présente à la figure 4.81 deux exemples d'ensembles de sismogrammes en réflexion pour les sources situées en $x = -112mm$ et $x = 98mm$ en choisissant une source de type force verticale associée à un signal Ricker de fréquence centrale $100kHz$.

4.4.3.2 Résultats

Les résultats de la migration dans ce cadre sont présentés aux figures 4.82 et 4.83. On constate sur ces figures que la hauteur de la cheminée de la fondation peut être identifiée sur l'image de Vp avec la profondeur du point noir central avec une erreur de 20%. Les positions des arêtes de la dalle peuvent être obtenues sur Vp avec une erreur de 10% en considérant qu'elles sont localisées au centre des deux tâches noires situées de part et d'autre de la fondation ; la largeur de la dalle peut être obtenue sur Vs avec une erreur de l'ordre de 15% en considérant que c'est la largeur de la zone contenant des formes allongées verticales. En conclusion, la migration permet d'obtenir la forme de la

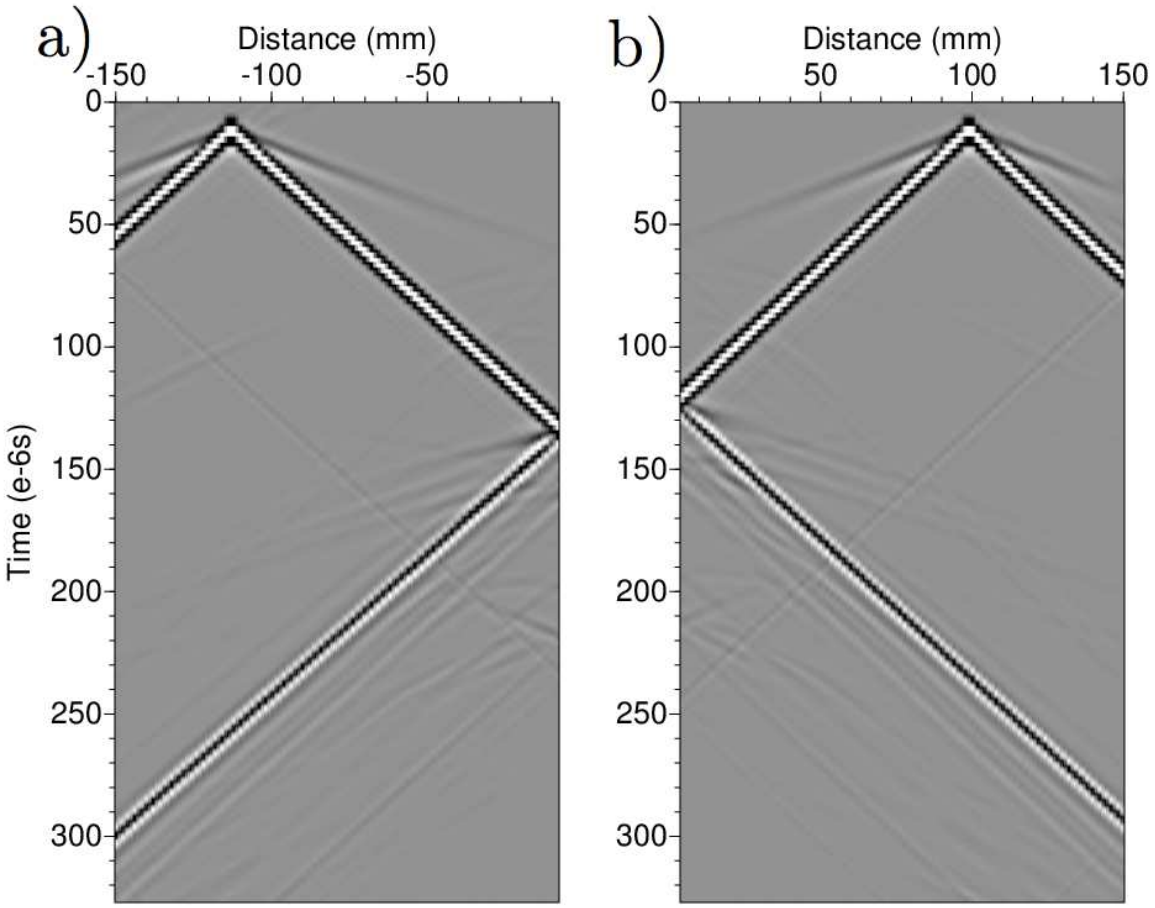

FIGURE 4.81 – Illustration des sismogrammes en réflexion sur deux acquisitions pour une source à gauche de la fondation (a) et à droite (b) situées respectivement en $x = -112mm$ et $x = 98mm$

partie supérieure de la dalle mais pas celle de la cheminée ni la profondeur de la fondation bien que le milieu de migration inclut l'interface située sous la fondation. En conclusion, l'imagerie de la forme d'onde ne pourra vraisemblablement pas imager la fondation à partir des données de la maquette IFSTTAR ; en revanche, la RTM permet d'obtenir la forme de la fondation sur des données synthétiques 2D élastiques et pourrait permettre d'obtenir la forme de la fondation sur les données maquettes. Nous montrerons dans la partie suivante les performances de la RTM sur des données réelles.

4.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté les performances de l'imagerie de la forme d'onde complète et de la migration par retournement temporel dans le cadre de la problématique d'imagerie des fondations de pylônes électriques.

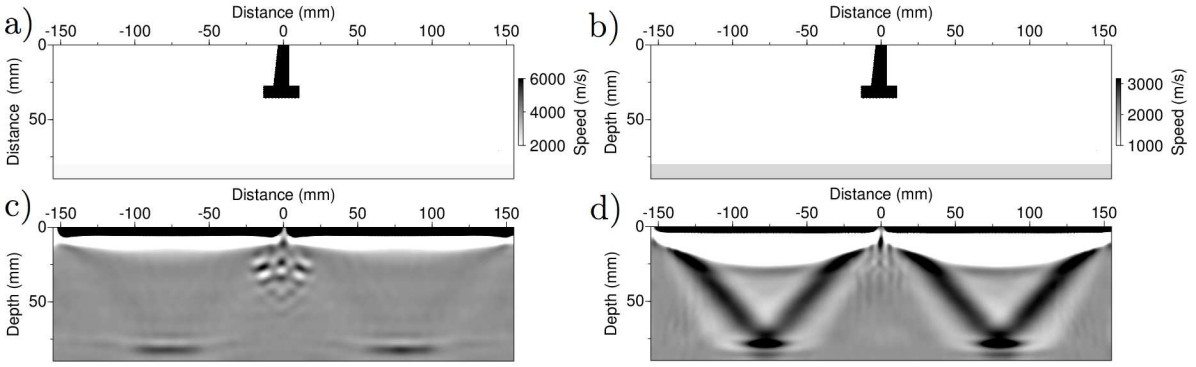

FIGURE 4.82 – Migration des données synthétiques de la maquette IFSTTAR ; Modèles synthétiques (a et b) et Images migrées avec un noyau de diffraction d'onde P (c) et d'onde S (d)

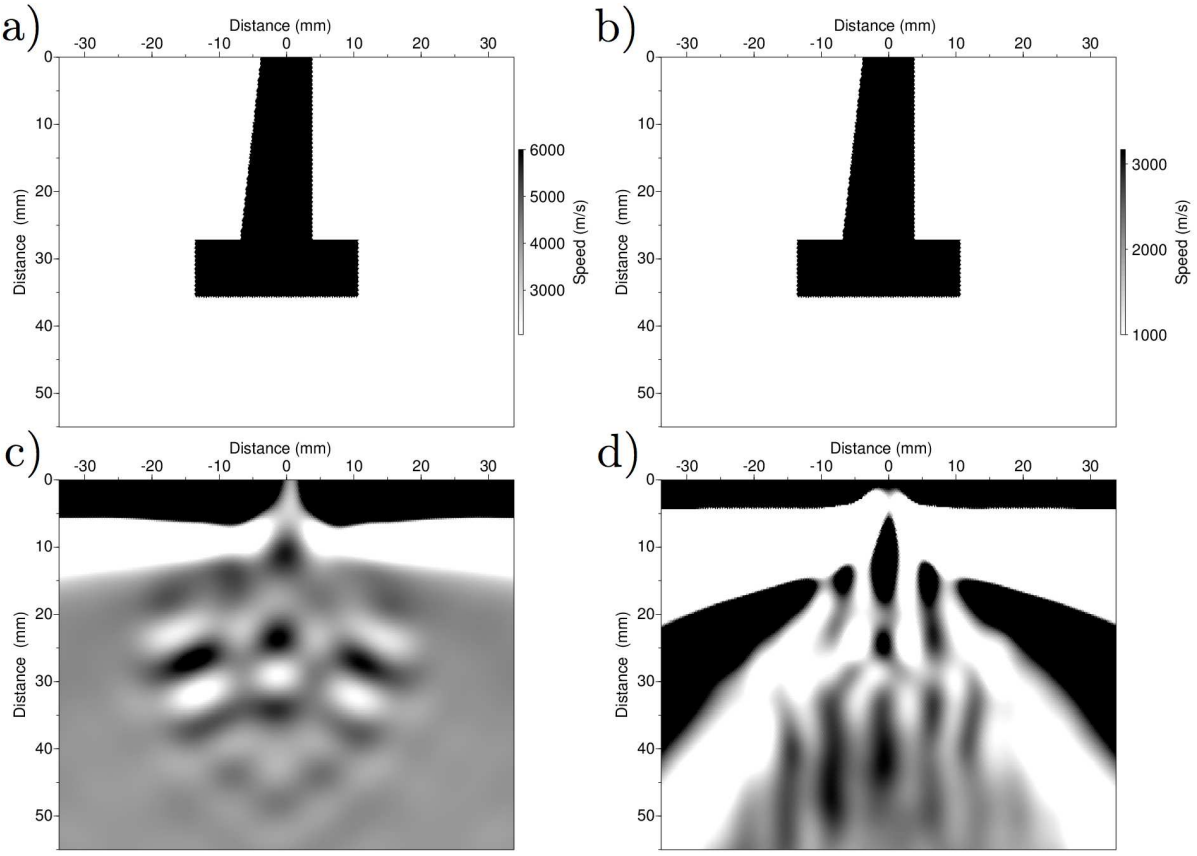

FIGURE 4.83 – Agrandissement des résultats de migration des données synthétiques de la maquette IFSTTAR ; Modèles synthétiques (a et b) et Images migrées avec un noyau de diffraction d'onde P (c) et d'onde S (d)

Nous avons montré que l'utilisation des paramètres classiques $\{Vp, Vs\}$ dans le cadre de la FWI était aussi pertinente que celle des paramètres $\{ln(Vp), ln(Vs)\}$.

Toujours concernant l'inversion de la forme d'onde complète, nous avons ensuite mis en évidence les obstacles du fort contraste et de la présence de la surface libre dans la perspective de la caractérisation géométrique des fondations de pylônes électriques. Dans un milieu infini, la FWI permet d'imager des milieux dont le rapport fondation-encaissant est inférieur à 5. Dans un milieu avec surface libre avec de faibles vitesses d'encaissant (Vp=300m/s et Vs=150m/s) comme c'est le cas du milieu de Grenoble, la FWI ne permet pas d'imager des contrastes supérieurs à 2. Dans le cas de vitesses plus élevées d'encaissant (Vp=1500m/s et Vs=1000m/s), nous avons pu imager assez correctement un rapport fondation encaissant de 3. Ces résultats ont fait l'objet d'une publication à l'European Association of Geoscientists and Engineers (Roques *et al.*, 2011). A l'échelle IFSTTAR, nous n'avons pas pu imager un rapport de 3, peut-être à cause de la présence de l'interface qui était sensée améliorer l'éclairement de la fondation mais qui, lorsqu'on ne fige pas l'interface, est perturbée par les basses fréquences et qui, lorsqu'on veut figer l'interface, crée une double interface. Ainsi la FWI n'est pas applicable à la problématique des fondations de pylônes électriques pour des rapports trop élevés entre les propriétés de la fondation et celles de l'encaissant. Au prochain chapitre nous essayerons tout de même d'appliquer la FWI sur les données maquette pour confirmer nos observations synthétiques.

Concernant la migration par retournement temporel, nous avons mis en évidence la pertinence de cette méthode pour caractériser la géométrie de la fondation dans le cas d'acquisition à l'échelle du site de Grenoble ainsi qu'à l'échelle 1/60 de l'acquisition sur maquette. Dans le chapitre suivant, nous allons donc nous intéresser aux performances de la migration par retournement temporel dans le cas de l'acquisition sur maquette réalisée par l'IFSTTAR ainsi que dans le cas d'une acquisition en milieu réel.

Chapitre 5

Imagerie à partir de données réalistes

Sommaire

4.1 Choix des paramètres imagés 108
4.1.1 Le choix classique de Vp et Vs 108
4.1.2 Test du paramètre $\{ln(Vp), ln(Vs)\}$ 109
4.2 Résolution maximale de l'imagerie 122
4.3 Imagerie dans le milieu synthétique de Grenoble 126
4.3.1 Cadre de la FWI 126
4.3.2 Inversion dans le milieu sans surface libre 128
4.3.3 Inversion dans le milieu avec surface libre 144
4.3.4 Choix influençant l'inversion 151
4.3.5 Migration dans le milieu de Grenoble avec surface libre 163
4.3.6 Imagerie avec une illumination favorable 165
4.4 Imagerie dans le milieu synthétique de la maquette IFSTTAR 182
4.4.1 Cadre d'inversion 182
4.4.2 Résultats d'inversion dans le milieu avec surface libre 185
4.4.3 Migration dans le milieu avec surface libre 189
4.5 Conclusions 190

Dans ce dernier chapitre, nous abordons l'applicabilité des méthodes d'inversion de la forme d'onde et de migration par retournement temporel à la caractérisation des dimensions de fondations de pylônes électriques à partir de données obtenues sur maquette en laboratoire ou sur site réel.
L'intérêt de travailler avec des données acquises sur une maquette est d'avoir un meilleur contrôle des propriétés du milieu et de permettre une acquisition avec une grande densité de sources et de récepteurs. L'acquisition sur site va quant à elle permettre d'illustrer les potentialités des deux méthodes d'imagerie envisagées dans un cadre réaliste.
Dans ces milieux réels, la fondation a une géométrie à 3 dimensions (3D) alors que l'outil d'inversion utilisé fait l'hypothèse d'un milieu 2D. Avant d'inverser les données réelles, il est donc intéressant d'une part d'étudier la différence entre les données obtenues dans

un milieu 3D et celles acquises dans un milieu 2D similaire et d'autre part de déterminer dans quelle mesure le caractère 3D des données est un obstacle ou non à l'inversion de la forme d'onde.

5.1 Un milieu 3D et une modélisation 2D

En modélisant la propagation d'onde en 2D, on suppose que le milieu est invariant dans une dimension de l'espace tant du point de vue de l'acquisition que des propriétés du milieu. Ainsi, quand on définit les propriétés du milieu et les positions des sources et des récepteurs dans un milieu 2D, on fait les hypothèses suivantes :

- les propriétés du milieu ne varient pas dans la direction transversale ;
- chaque source est répartie physiquement dans cette direction ;
- chaque récepteur enregistre la somme des vitesses particulaires apparaissant le long de la droite de direction transversale et passant par ce récepteur.

Or ces hypothèses ne sont pas vérifiées en milieu réel : les sources et les capteurs sont ponctuels et la fondation a une extension spatiale finie. Dans la perspective de l'inversion de la forme d'onde, il est important de comparer des données obtenues avec un modèle de fondation 3D et des données 2D obtenues dans un milieu aux propriétés égales à celles du plan de symétrie de la fondation. Pour ce faire, dans un premier temps nous comparons des données synthétiques 3D avec des données synthétiques 2D avant de mettre en oeuvre des méthodes de conversion des données 3D en données 2D. Enfin, nous inversons ces données corrigées pour mettre en évidence l'influence du caractère 3D des données sur l'inversion.

5.1.1 Données synthétiques 3D

Les données 3D présentées dans cette partie 5.1.1 ont été obtenues par Romain Brossier dans le cadre de son post-doc avec RTE avec le code développé par Vincent Etienne dans le cadre de sa thèse (Etienne, 2011). Avant de présenter ces données, précisons la méthode de modélisation utilisée, le milieu ainsi que le cadre d'acquisition.

5.1.1.1 Outil de Modélisation

La méthode de modélisation utilisée est basée sur une discrétisation éléments-finis de l'équation d'onde élastique 3D. La méthode et en particulier la formulation de type Galerkin discontinu (Cockburn *et al.*, 2000) sont décrites en détail dans l'article d'Etienne *et al.* (2010). Les différentes propriétés de cet outil sont les suivantes :

- Formulation 3D (vitesses/contraintes) en domaine espace-temps
- Schéma explicite en temps : le pas de temps est le même pour toutes les cellules
- Maillage tétraédrique adapté localement aux propriétés du milieu
- Formulation nodale (Hesthaven et Warburton, 2008) basée sur des polynômes de Lagrange

- Propriétés physiques constantes par élément
- Ordres d'interpolation faibles (P_0, P_1 et P_2) pour favoriser des maillage fins (*cf chapitre 3*)
- Conditions de surface libre explicite (modification locale des flux)
- Conditions absorbantes CPML (Komatitsch et Martin, 2007)
- Adaptation locale des ordres d'interpolation (adaptation p)

5.1.1.2 Cadre de modélisation

La configuration de modélisation est la suivante :

- Milieu effectif : $10 \times 10 \times 6$ mètres
- Surface libre plane
- Encaissant : $V_P = 300m/s$, $V_S = 150m/s$
- Fondation type 4N : $V_P = 360m/s$, $V_S = 180m/s$ (ratio 1.2)
- Masse volumique uniforme $1000kg/m^3$ et absence d'atténuation
- Source explosive sur bande $[0, 300]Hz$
- 26 sources réparties à la surface du milieu dans le plan de symétrie de la fondation avec un pas de $0.2m$; le segment de sources a donc une longueur de $5.0m$. D'autre part, le centre de ce segment coïncide avec le milieu de la partie supérieure de la cheminée.
- 51 récepteurs répartis à la surface du milieu dans le plan de symétrie de la fondation avec un pas de $0.2m$; le segment de récepteurs a donc une longueur de $10m$. D'autre part, le centre de ce segment coïncide avec le milieu de la partie supérieure de la cheminée.
- Acquisition 3 composantes volumiques : un capteur 3-Composantes tous les $20cm$ dans le volume (1.4 Go /composante/source). Des lignes 2D peuvent donc être extraites du volume 3D aux positions choisies
- Coût de calcul : 270 heures par source soit 7020 heures au total sur la machine Vargas de l'IDRIS

La géométrie de la fondation est précisée à la figure 5.1. La figure 5.2 résume le cadre de la modélisation en illustrant dans le plan de symétrie de la fondation la carte de V_S et des informations numériques sur le maillage 3D : la dimension des cellules, l'ordre d'interpolation de celles-ci et la répartition des cellules par processeurs liée au parallélisme du calcul de modélisation. La géométrie d'acquisition est présentée à la figure 5.3.

5.1.1.3 Sismogrammes

La figure 5.4 présente les deux ensembles sismogrammes que l'on obtient dans ce cadre pour les tirs réalisés en $x = -2.5m$ et $x = 0m$. Pour illustrer les différences entre la modélisation 3D et 2D, présentons maintenant les données synthétiques 2D obtenues dans le même cadre.

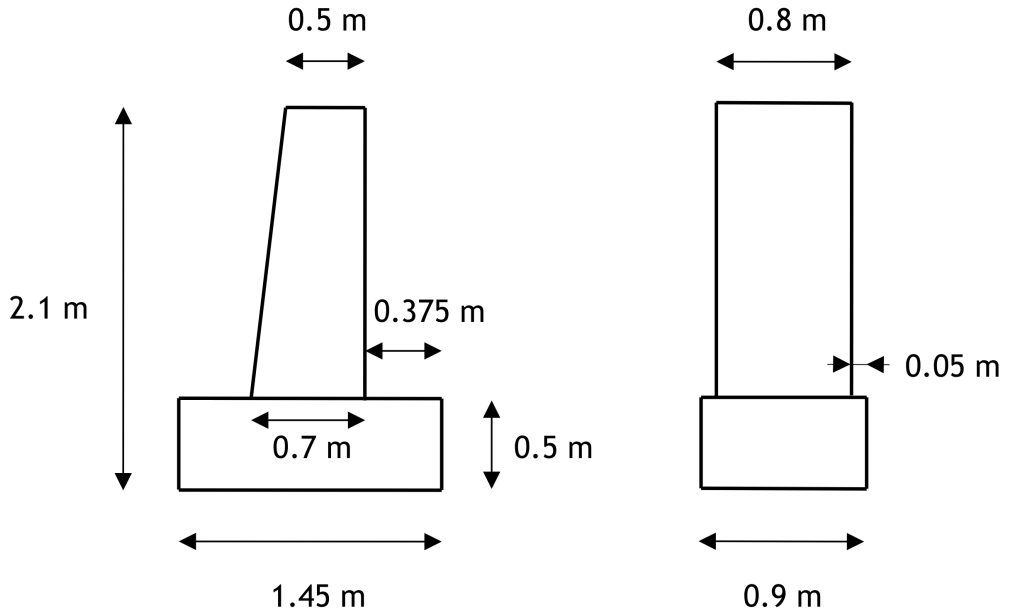

FIGURE 5.1 – Géométrie de la fondation 4n synthétique considérée

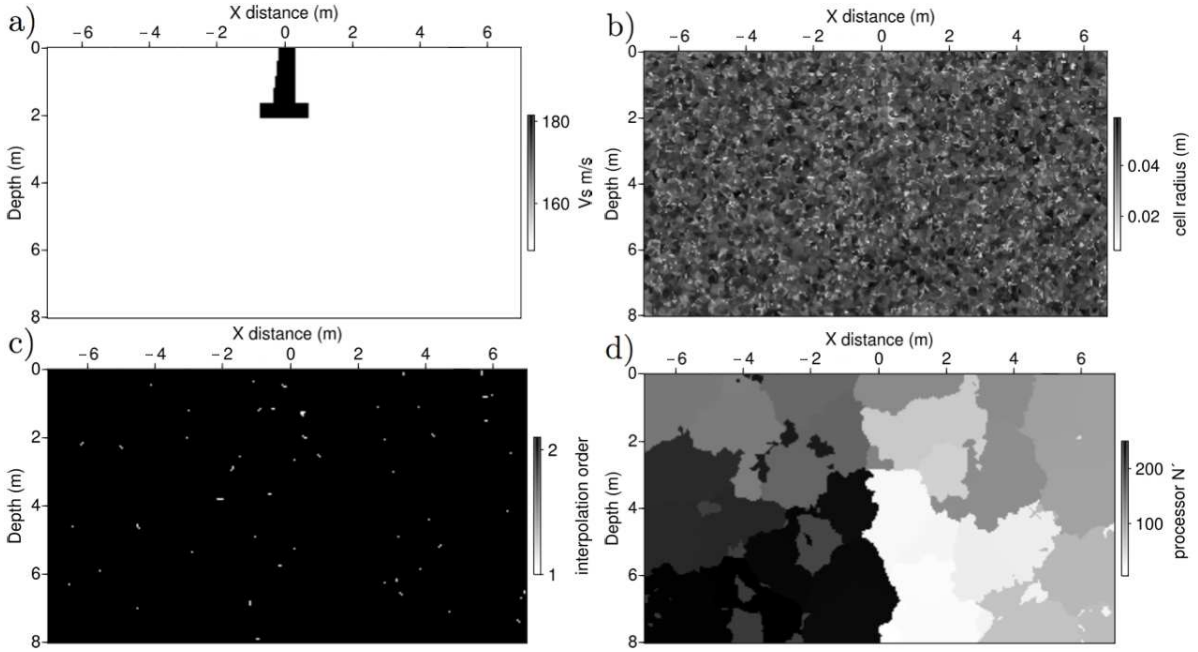

FIGURE 5.2 – Dans le plan de symétrie de la fondation : (a) Distribution de vitesse des ondes S ; (b) Taille des cellules (c) Ordre d'interpolation de chaque cellule ; (d) Répartition des cellules sur les processeurs

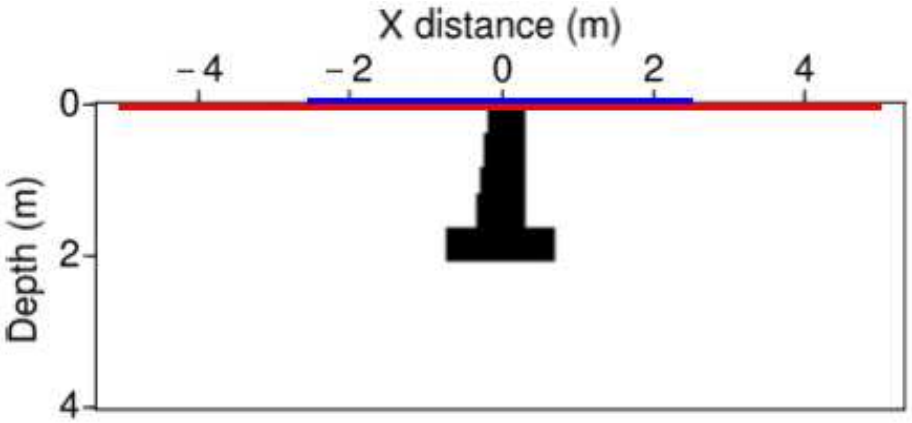

FIGURE 5.3 – Géométrie d'acquisition du milieu 3D présentée dans le plan de symétrie de la fondation ; source en bleues et récepteurs en rouge

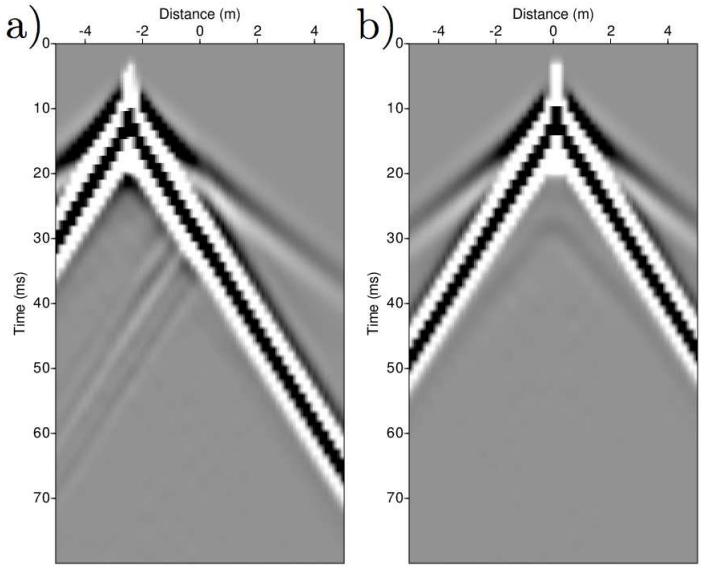

FIGURE 5.4 – Sismogrammes verticaux de la modélisation 3D des tirs pour une source située à $x = -2.5m$ (a) et $x = 0.0m$ du centre de la fondation (b)

5.1.2 Données synthétiques 2D

5.1.2.1 Cadre

Le code utilisé pour générer ces sismogrammes a été présenté au chapitre 3 ; on rappelle qu'il s'agit ici aussi d'un code utilisant la formulation Galerkin discontinu. D'autre part, l'interpolation est de type P0 et le maillage régulier. Les propriétés du milieu 2D sont celles du plan de symétrie de la fondation dans le milieu présenté précédemment dans le cas 3D.

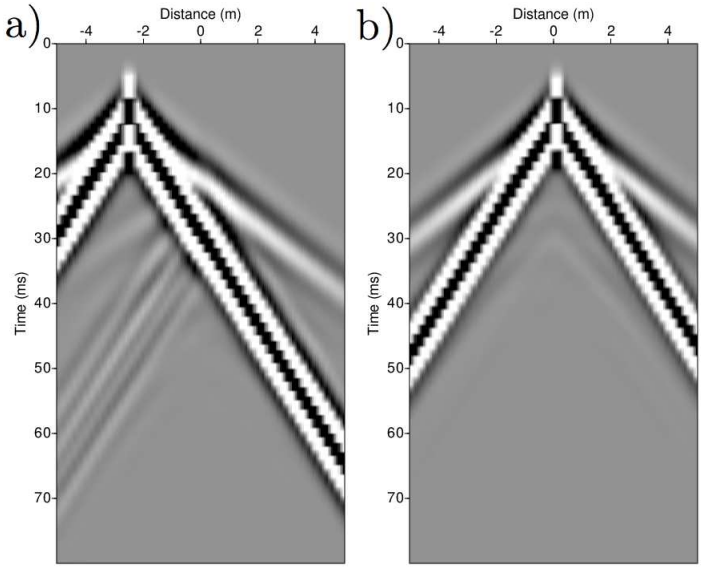

FIGURE 5.5 – Sismogrammes verticaux de la modélisation 2D des tirs pour une source située à $x = -2.6m$ (a) et $x = 0.0m$ (b) du centre de la fondation

5.1.2.2 Sismogrammes

Les sismogrammes que l'on obtient dans ce cadre sont présentés à la figure 5.5. On peut remarquer que les ondes de surface converties en ondes P au voisinage de la fondation sont plus énergétiques dans le cas 2D que dans le cas 3D. D'autre part, l'effet plus important de l'atténuation géométrique en 3D apparaît lorsqu'on compare les longs offsets de ces deux ensembles de sismogrammes. Enfin, les sismogrammes situés au voisinage de la source diffèrent sensiblement, notamment lors de l'émission. Pour préciser ces observations, nous présentons ensuite une comparaison quantitative de certains sismogrammes et nous étudions une traduction 3D-2D des sismogrammes basée sur deux traitements successifs que nous analysons l'un après l'autre.

5.1.3 Comparaison et correction 3D-2D

Pour réaliser une comparaison précise des données, nous présentons les signaux enregistrés par 3 capteurs et pour deux tirs différents dans le cas des modélisations 3D et 2D. Compte tenu des différences observées, nous allons mettre en oeuvre des prétraitements des données 3D dans le but de les convertir en données 2D exploitables par l'outil d'inversion que l'on utilise ; nous montrerons que seule la correction de l'atténuation géométrique des données 3D est pertinente.

5.1.3.1 Comparaison des données

La figure 5.6 présente la comparaison des données 3D et 2D sur plusieurs signaux extraits des deux ensembles de sismogrammes présentés précédemment.
Pour la source 1 située à $x = -2.6m$ du centre de la cheminée de la fondation, on présente les signaux enregistrés aux capteurs situés en $x = -2.3m$ (c.1), $2.7m$ (b.1) et $4.9m$ (a.1). Les sismogrammes ont été normalisés par la valeur la plus élevée du sismogramme obtenu sur le capteur situé à une distance algébrique de $+0.3m$ de la source.
Pour la source 14 située à $x = 0m$ du centre de la cheminée de la fondation, on présente les signaux enregistrés aux capteurs situés en $x = 0.3m$ (c.2), $2.7m$ (b.2) et $4.9m$ (a.2). Les sismogrammes ont été normalisés par la valeur la plus élevée du sismogramme situé à une distance algébrique de $+0.3m$ de la source.
Les figures c1 et c2 illustrent les sismogrammes situés au voisinage de la source qui ont servi à normaliser l'ensemble des traces de chaque milieu (3D ou 2D). Précisons que la normalisation des traces est faite avec la valeur maximale du sismogramme du capteur situé à $+0.3m$ et non par la valeur maximale du sismogramme le plus proche de la source car l'implémentation de la source dans la modélisation 2D avec une interpolation P0 requiert un étalement spatial qui n'est pas nécessaire avec la modélisation 3D.

Sur ces sismogrammes, on peut faire deux remarques importantes.

- D'une part, on observe clairement une décroissance des ondes de surface et de volume plus forte dans la modélisation 3D que dans la modélisation 2D ; ceci s'explique principalement par la différence d'atténuation géométrique. En effet, dans la modélisation 3D, on peut considérer que l'énergie sismique des ondes de volume se répartit dans le milieu sur la surface d'une demi-sphère de rayon r de superficie $S = 2\pi r^2$. Or en définissant l'énergie E par $E = Sv_z^2$, la conservation de l'énergie implique une décroissance de v_z en $1/r$ et donc une décroissance de l'énergie locale en $1/r^2$. Dans la modélisation 2D, les ondes de volume sont réparties sur un demi-cylindre de direction transversale au plan de modélisation, de rayon r et de superficie $S = 2\pi Lr$. Leur énergie locale décroît donc en $1/r$ alors que les ondes de surface sont réparties sur deux droites dont la dimension ne change pas et leur amplitude décroît très peu avec l'offset - ce dernier point s'observe bien sur les sismogrammes présentés.

- D'autre part, on peut noter que les signaux 3D sont légèrement plus haute fréquence que les signaux 2D - l'observation est plus facile sur les ondes énergétiques comme les ondes de surface sur les sismogrammes c1 et c2 - alors que le signal source est identique dans les modélisations 3D et 2D ; ceci peut s'expliquer par le fait que dans le milieu 2D chaque source et chaque récepteur est réparti transversalement à la section de modélisation. En effet, pour chaque tir, chaque point de la ligne réceptrice enregistre d'une part les ondes provenant du point source élémentaire le plus proche et d'autre part les ondes issues de tous les autres points source élémentaire répartis sur la ligne source et qui sont en retard par rapport aux ondes issues de la source élémentaire la plus proche. Ainsi, lorsqu'on modélise un milieu 3D avec un outil 2D, la répartition transversale du dispositif d'acquisition élargit

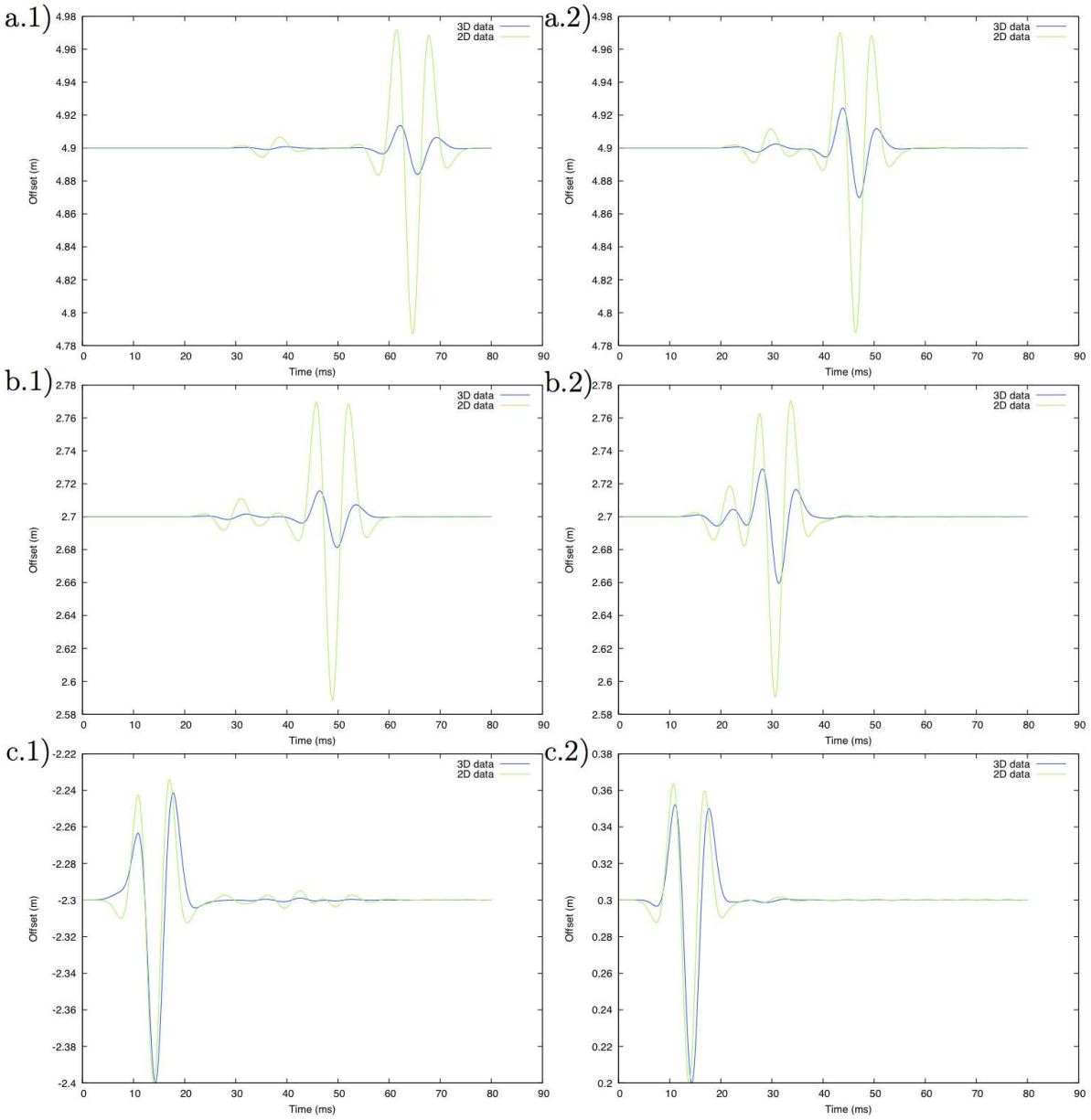

FIGURE 5.6 – Comparaison des sismogrammes verticaux 3D (bleu) et 2D (vert) des capteurs situés en $x = 4.9m$ (a.1), $x = 2.7m$ (b.1) et $x = -2.3m$ (c.1) pour la source située en $x = -2.6m$, et des capteurs situés en $x = 4.9m$ (a.2), $x = 2.7m$ (b.2) et $x = 0.3m$ (c.2) pour la source située en $x = 0m$

le spectre des sismogrammes.

Après avoir observé et justifié les principales discordances entre les sismogrammes des modélisations 3D et 2D, présentons et mettons en oeuvre les prétraitements permettant de traduire les données 3D en données 2D.

5.1.3.2 Correction des données

Compte tenu des différences entre les modélisation 3D et 2D, il est important d'appliquer des prétraitements pour corriger les données 3D dans la perspective de les inverser avec l'outil 2D. Pica *et al.* (1990) proposent une correction pour chaque phénomène que l'on vient d'aborder. Présentons le principe de ces corrections ainsi que leur pertinence.

Données avec correction de l'atténuation géométrique Comme nous venons de l'expliquer, dans un milieu uniforme, les *ondes de volume* de la modélisation 3D sont réparties sur une surface qui, lorsque la distance r entre le front d'onde et la source augmente, croît r fois plus vite que la surface sur laquelle sont réparties les ondes de volume de la modélisation 2D. De même, les *ondes de surface* de la modélisation 3D sont réparties sur une courbe d'une longueur qui, lorsque la distance r entre le front d'onde et la source augmente, croît r fois plus vite que la longueur de la courbe sur laquelle sont réparties les ondes de surface. Le tableau 5.1 résume cette propriété.

	2D	3D	$\frac{E_{2D}}{E_{3D}}$	$\frac{v_{z,2D}}{v_{z,3D}} = \sqrt{\frac{E_{2D}}{E_{3D}}}$
Ondes de surface	L	$2\pi r$	$\frac{2\pi}{L} r$	$\sqrt{\frac{2\pi}{L}}\sqrt{r}$
Ondes de volume	$2\pi r L$	$4\pi r^2$	$\frac{2}{L} r$	$\sqrt{\frac{2}{L}}\sqrt{r}$

TABLE 5.1 – Répartition de l'énergie des ondes de surface et de volume dans un milieu 2D (E_{2D}) ou 3D (E_{3D}) en fonction de la distance source-front d'onde r ; rapport de ces énergies E_{2D}/E_{3D} ; et rapport des vitesses particulaires verticales $v_{z,2D}/v_{z,3D}$

On conclut que, pour les ondes de surface et pour les ondes de volume, le rapport 2D-3D des vitesses particulaires est proportionnel à $\sqrt{r}$. Sous l'hypothèse d'un milieu uniforme, la distance source-front d'onde est proportionnelle au temps $t - t_0$ où t_0 est l'instant initial de l'impulsion source ; on peut alors conclure que le rapport des vitesses particulaires d'une modélisation 2D et des vitesses particulaires d'une modélisation 3D est proportionnel à la racine du temps écoulé depuis l'instant d'émission de la source selon la relation (5.1).

$$\frac{v_{z,2D}}{v_{z,3D}} \propto \sqrt{t - t_0} \tag{5.1}$$

Ainsi pour traduire les sismogrammes 3D en sismogrammes 2D, on les pondérera par $\sqrt{t - t_0}$.
Cependant, il faut noter que le raisonnement fait plusieurs hypothèses : d'une part le milieu est supposé uniforme ce qui n'est pas le cas dans les problèmes d'inversion. D'autre part, dans le cas d'un milieu élastique, les ondes de volume ne vont pas toutes à la même vitesse et il faudrait idéalement un coefficient de pondération de la loi $\sqrt{t - t_0}$ qui dépende du type d'onde P ou S présent dans les données. De la même manière, les ondes

de surface n'allant pas à la même vitesse que les ondes de volume, même si leur vitesse est très proche de celle des ondes S, il faudrait un troisième coefficient de pondération de la loi $\sqrt{t-t_0}$ pour les ondes de surface. Pica *et al.* (1990) utilisent cette méthode de correction sur des données marines et travaillent donc avec l'équation d'onde acoustique, ce qui leur permet de ne pas considérer les ondes de surface. Il est intéressant de vérifier que cette méthode a un intérêt dans notre cas en vérifiant que les données 3D corrigées sont plus proches des données 2D.
Pour vérifier ce point, on présente à la figure 5.7 la comparaison entre les sismogrammes de la modélisation 3D présentés précédemment et les mêmes sismogrammes pondérés par $\sqrt{t-t_0}$. Précisons que la normalisation des sismogrammes abordée précédemment est réalisée après pondération par $\sqrt{t-t_0}$. On peut observer sur ces figures que les sismogrammes 2D sont plus proches des sismogrammes 3D corrigés que des sismogrammes 3D bruts, que ce soit pour les ondes de volume ou pour les ondes de surface.
Procédons de la même manière pour étudier les performances de la correction de l'effet de la répartition des sources et des récepteurs sur une droite transversable au plan de symétrie de la fondation.

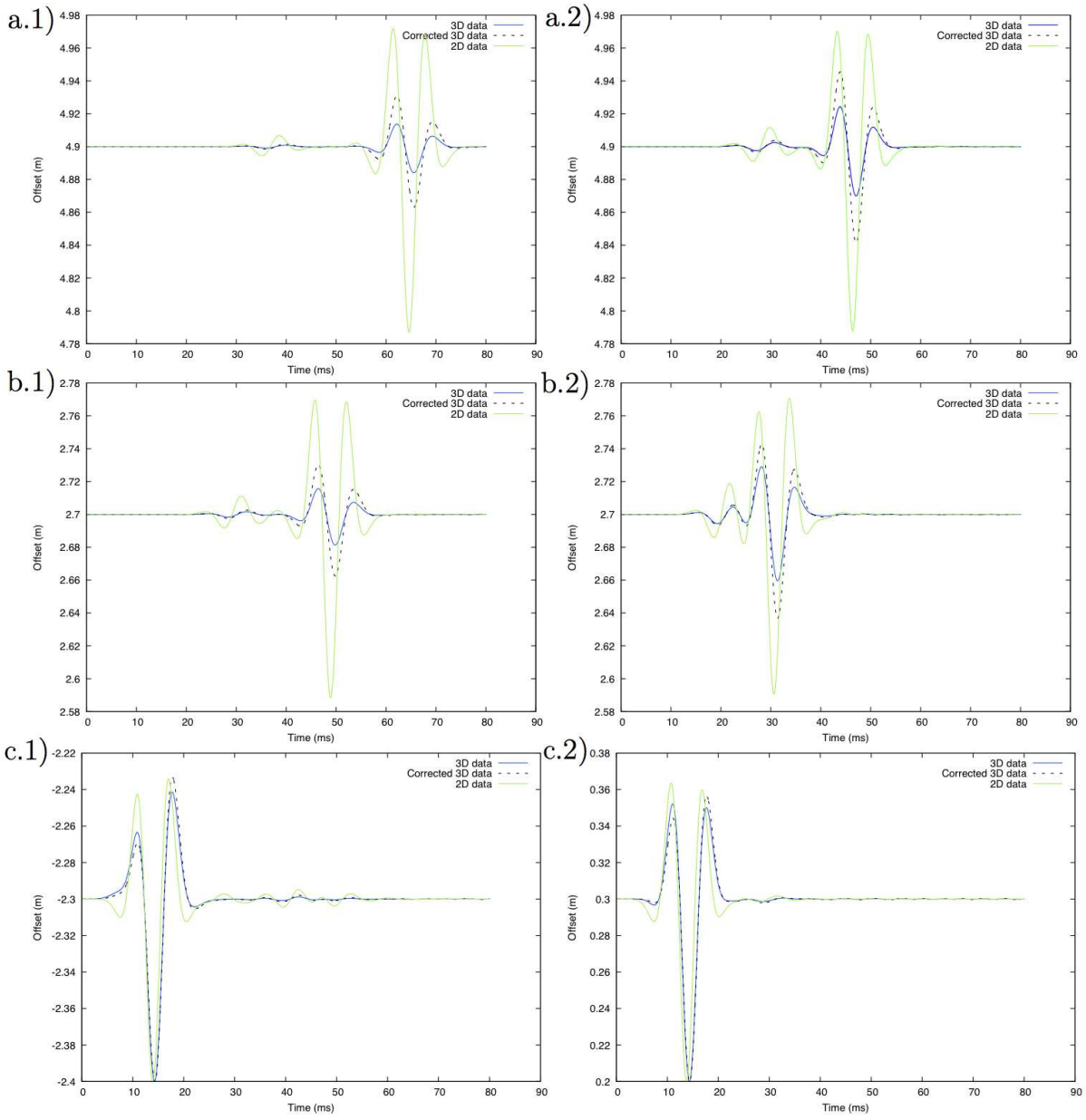

FIGURE 5.7 – Comparaison des sismogrammes verticaux 3D bruts (bleu), 3D pondérés (pointillés) et 2D (vert) des capteurs situés en $x = 4.9m$ (a.1), $x = 2.7m$ (b.1) et $x = -2.3m$ (c.1) pour la source située en $x = -2.6m$, et des capteurs situés en $x = 4.9m$ (a.2), $x = 2.7m$ (b.2) et $x = 0.3m$ (c.2) pour la source située en $x = 0m$

Traduction d'une acquisition 3D ponctuelle en acquisition 2D linéique Chaque source et chaque récepteur du milieu 3D est ponctuel alors que chaque source et chaque récepteur du milieu 2D est linéïque ; ceci a pour effet d'élargir le front d'onde dans le cas d'une acquisition 2D puisque des contributions correspondant au même signal source arrivent plus tardivement que la contribution de l'élément source le plus proche du récepteur. Ainsi pour un même signal source, le demi-cylindre du front d'onde 2D est plus épais que la demi-sphère du front d'onde 3D. Pour corriger ce phénomène dans un milieu acoustique, Pica *et al.* (1990) proposent de convoluer les données 3D par $1/\sqrt{t}$. La figure 5.8 permet de faire la comparaison entre les sismogrammes de la modélisation 3D pondérés par $\sqrt{t-t_0}$ présentés précédemment et les mêmes sismogrammes convolués par $1/\sqrt{t}$. Comme précédemment, on précise que la normalisation des sismogrammes corrigés est réalisée après correction. On peut observer sur ces figures que les sismogrammes 2D sont plus proches des sismogrammes 3D pondérés par $\sqrt{t-t_0}$ que des sismogrammes 3D pondérés par $\sqrt{t-t_0}$ et convolués par $1/\sqrt{t}$, notamment en raison du déphasage apparaissant sur les données convoluées.
Pour effectuer cette comparaison avec davantage de précision, le tableau 5.2 présente l'erreur quadratique moyenne sur plusieurs sismogrammes et pour les 2 sources étudiées, ainsi que la moyenne des erreurs quadratiques moyennes sur l'ensemble des sismogrammes du tir considéré (colonne *Global*).
On peut alors conclure que la pondération des données par $\sqrt{t-t_0}$ est pertinente mais

Source	Correction	Capteur 16	Capteur 40	Capteur 51	Global
1	Sans	1.36	2.30	2.49	1.83
	Pondération	1.43	1.97	2.10	1.63
	Pondération et Convolution	6.80	4.41	4.59	4.84
14	Sans	1.34	1.46	1.71	1.57
	Pondération	1.32	1.33	1.31	1.45
	Pondération et Convolution	4.89	4.67	4.53	5.24

TABLE 5.2 – Erreur quadratique moyenne entre les données 3D et les données 2D

pas la convolution des données par $1/\sqrt{t}$. Le respect de l'hypothèse de milieu acoustique est donc plus critique pour la correction de la répartition de la source que pour la correction de l'atténuation géométrique.
Ainsi, nous faisons le choix de n'utiliser que la correction de l'atténuation géométrique dans la perspective de l'inversion des données du milieu 3D.

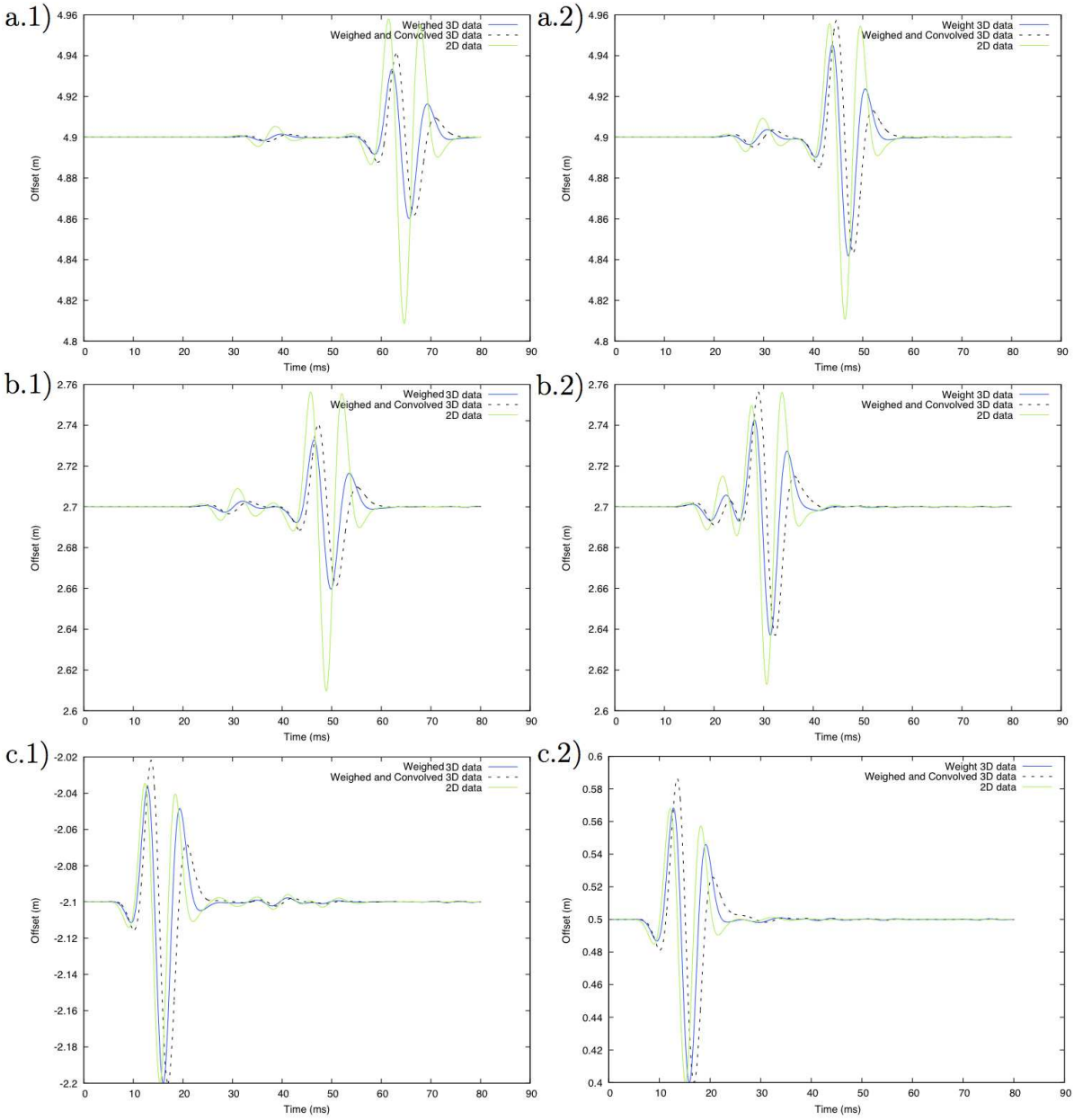

FIGURE 5.8 – Comparaison des sismogrammes verticaux 3D pondérés (bleu) 3D pondérés et convolués (pointillés) et 2D (vert) des capteurs situés en $x = 4.9m$ (a.1), $x = 2.7m$ (b.1) et $x = -2.1m$ (c.1) pour la source située en $x = -2.6m$, et des capteurs situés en $x = 4.9m$ (a.2), $x = 2.7m$ (b.2) et $x = 0.5m$ (c.2) pour la source située en $x = 0m$

5.1.4 Inversion des données synthétiques 3D

Dans cette partie, nous procédons à l'inversion des données synthétiques 3D corrigées avec l'outil d'inversion 2D dont nous avons présenté les performances sur données synthétiques 2D au chapitre 4. Nous procéderons à l'inversion séquentielle et multifréquentielle de ces données avec une norme $\mathcal{L}_2$ puis avec une norme $\mathcal{L}_1$. Pour illustrer l'influence du caractère 3D des données nous présentons aussi les résultats de l'inversion 2D avec les données du milieu synthétique 2D (cadre classiquement désigné sous le nom de *crime inverse*). Il est important de rappeler que nous nous sommes placés dans un cadre à faible contraste et sans atténuation pour découpler les obstacles de l'inversion. Précisons le cadre général de l'inversion.

5.1.4.1 Démarche d'inversion

On a utilisé 12 fréquences et 8 fenêtrages temporels pour réaliser cette inversion. Les fréquences retenues sont $\{$ 28.7 , 38.4 , 48.0 , 57.5 , 76.73 , 86.3 , 115.1 , 143.9 , 182.2 , 230.2 , 287.7 , 354.9 $\}Hz$ et les fenêtrages temporels retenus sont $\{$ 1.5 , 3.33 , 6.0 , 9.0 , 16.7 , 33.0 , 50.0 , 100.0 $\}ms$. D'autre part, on procède à l'inversion de la source au sens des moindres carrés ; en effet, le signal source utilisé pour générer les données 3D n'est pas forcément le plus pertinent dans la modélisation 2D. Enfin on teste la norme $\mathcal{L}_2$ ainsi que la norme $\mathcal{L}_1$; en effet, la norme $\mathcal{L}_1$ est considérée comme plus robuste au bruit et on peut considérer que la différence de physique qui demeure entre les données 3D corrigées et les données modélisables par l'outil 2D est une source de bruit. Un point important à satisfaire pour l'utilisation de la norme $\mathcal{L}_1$ est que, lorsque le milieu reconstruit est proche du milieu modélisé, la fonction coût ne soit pas nulle car la norme $\mathcal{L}_1$ est singulière en 0. Or cette condition est satisfaite puisque la fonction coût entre les données 3D corrigées et les données 2D modélisées n'est pas nulle dans le cas d'un milieu 2D égal à la section du plan de symétrie du milieu 3D.
Présentons les résultats d'inversion que l'on obtient dans ce cadre.

5.1.4.2 Inversion monofréquentielle de données

Les résultats que l'on obtient lorsqu'on inverse successivement chaque fréquence des données 3D corrigées avec la norme $\mathcal{L}_2$ ou la norme $\mathcal{L}_1$ sont présentés à la figure 5.9. On constate sur cette figure que l'image de la fondation n'est pas correcte, que ce soit avec la norme $\mathcal{L}_2$ ou la norme $\mathcal{L}_1$ et ce alors même que l'inversion de données synthétiques 2D dans le même cadre permet d'imager la fondation de façon satisfaisante, comme le montrent les résultats d'inversion de données 2D présentés à la figure 5.10. On peut donc conclure de ces résultats que l'inversion de la forme d'onde de données synthétiques 3D corrigées avec un parcours séquentiel des fréquences ne permet pas d'imager les fondations de pylônes électriques ; ceci est très vraisemblablement dû au caractère 3D des données puisque l'inversion séquentielle réalisée dans le même cadre synthétique permet d'identifier la géométrie de la fondation. Précisons que, pour être catégorique

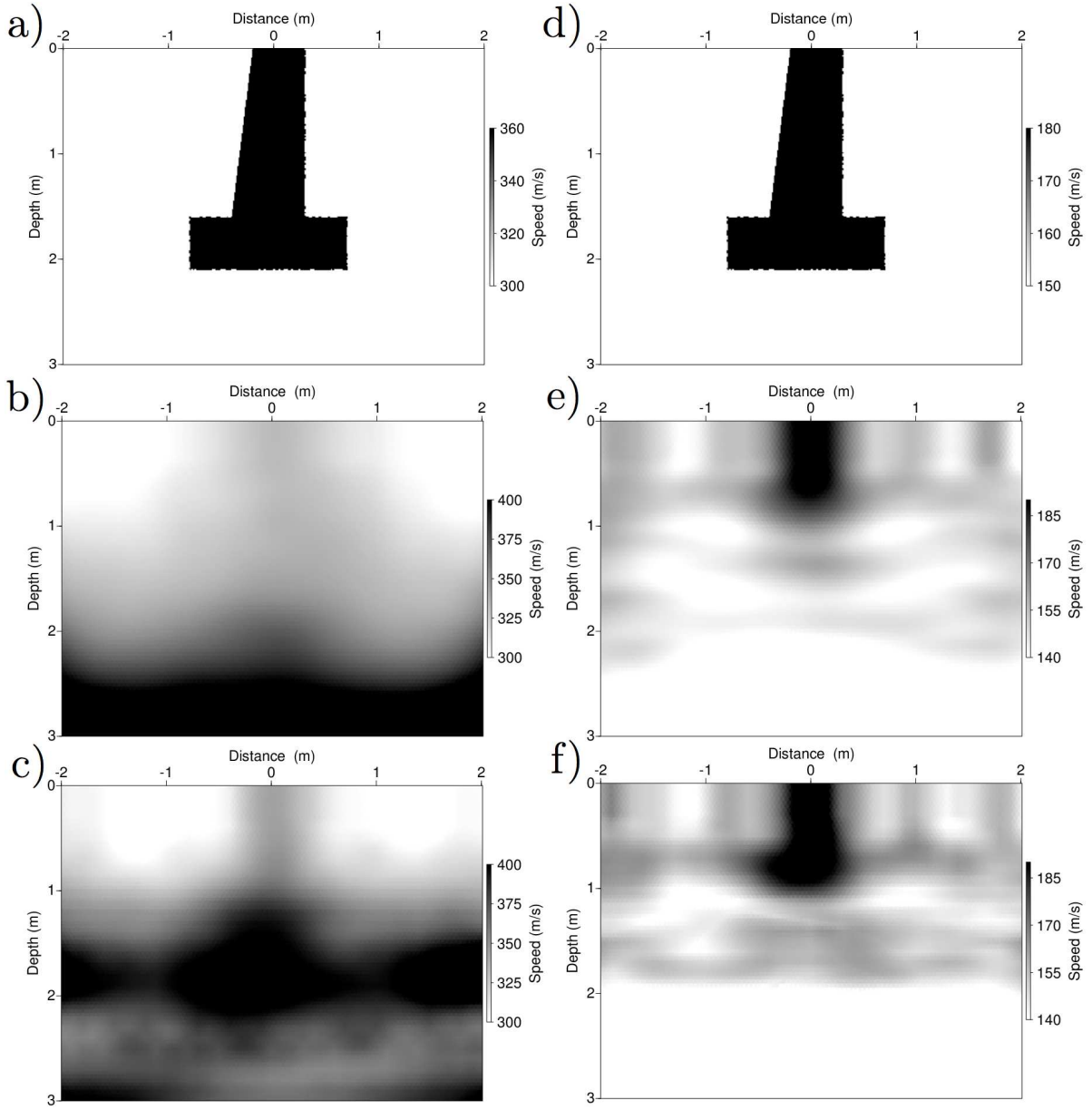

FIGURE 5.9 – Images des propriétés V_p (colonne gauche) et V_s (colonne droite) dans le cas d'une inversion séquentielle des **données 3D** ; Modèles synthétiques 3D vus dans le plan de symétrie de la fondation (a et d), Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ avec la norme $\mathcal{L}_2$ (b et e) et avec la norme $\mathcal{L}_1$ (c et f)

sur ce dernier point, il faudrait effectuer l'inversion 2D *avec estimation de la source* des données 3D corrigées avec la pondération par $\sqrt{t - t_0}$ *et* la convolution par $1/\sqrt{t}$. En effet, l'estimation de la source devrait permettre de diminuer le déphasage entre les données 3D corrigées et les données 2D. Il serait alors intéressant de relancer l'inversion pour voir si la combinaison de la convolution avec l'estimation de la source pourrait

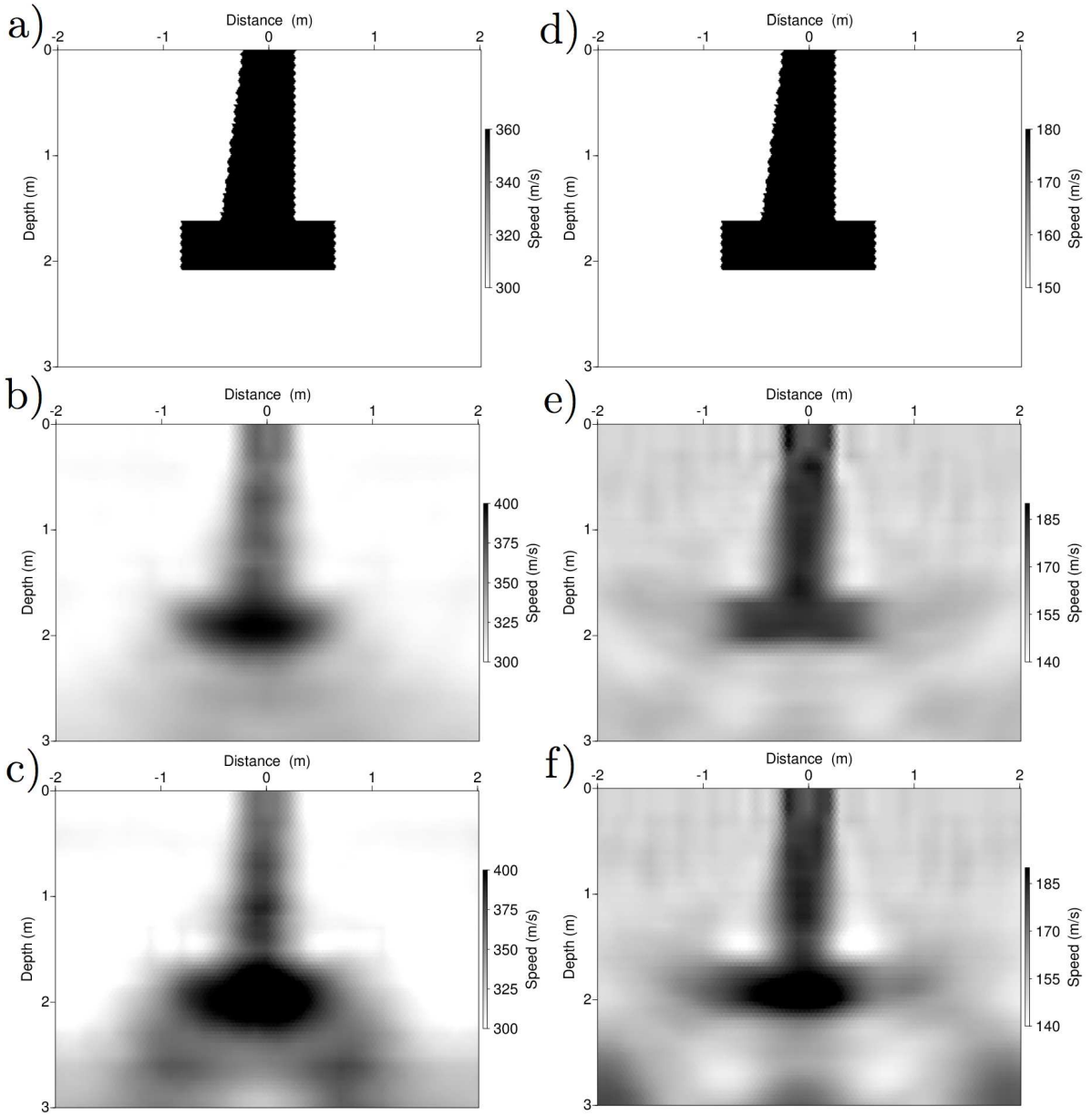

FIGURE 5.10 – Images des propriétés V_p (colonne gauche) et V_s (colonne droite) dans le cas d'une inversion séquentielle des **données 2D** ; Modèles synthétiques (a et d), Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ avec la norme $\mathcal{L}_2$ (b et e) et avec la norme $\mathcal{L}_1$ (c et f)

permettre d'imager la fondation.

Présentons maintenant les résultats de l'inversion multifréquentielle.

5.1.4.3 Inversion multifréquentielle de données

L'inversion multifréquentielle est réalisée avec les mêmes fréquences que précédemment ; on inverse successivement les groupes de fréquences suivants : (28.7) ; (28.7 , 38.4) ; (38.4 , 48.0 , 57.5) ; (57.5 , 76.73 , 86.3) ; (86.3 , 115.1 , 143.9) ; (143.9 , 182.2 , 230.2) ; (230.2 , 287.7 , 354.9) Hz. D'autre part, les fenêtrages temporels utilisés sont les mêmes que précédemment. Les résultats que l'on obtient en inversant les données 3D corrigées groupées par triplets de fréquences en utilisant la norme $\mathcal{L}_2$ ou $\mathcal{L}_1$ sont présentés à la figure 5.11. Comme précédemment, on constate sur cette figure que l'image de la fondation n'est pas correcte, que ce soit avec la norme $\mathcal{L}_2$ ou la norme $\mathcal{L}_1$ alors que l'inversion de données synthétiques 2D dans le même cadre permet d'imager la fondation de façon satisfaisante, comme le montrent les résultats présentés à la figure 5.12. Précisons que les résultats que l'on obtient dans le cadre de l'imagerie des fondations de pylônes ne remettent pas en cause les résultats satisfaisants de l'inversion de la forme d'onde à l'échelle hectométrique ou kilométrique (Prieux, 2012; Operto *et al.*, 2005). Nous avons simplement mis en évidence que l'utilisation d'un outil d'inversion 2D dans le cadre des fondations de pylônes électriques - à l'échelle métrique et avec un objet ayant de fortes variations de propriétés élastiques dans la direction transversale à celle du plan d'inversion - semblait être inefficace. Pour étayer notre conclusion, rappelons qu'il serait intéressant de mettre en oeuvre l'inversion de la source lors de l'inversion 2D des données synthétiques 3D. Ceci permettrait en effet d'intégrer la correction de la largeur du front d'onde qui est plus faible en 3D qu'en 2D.

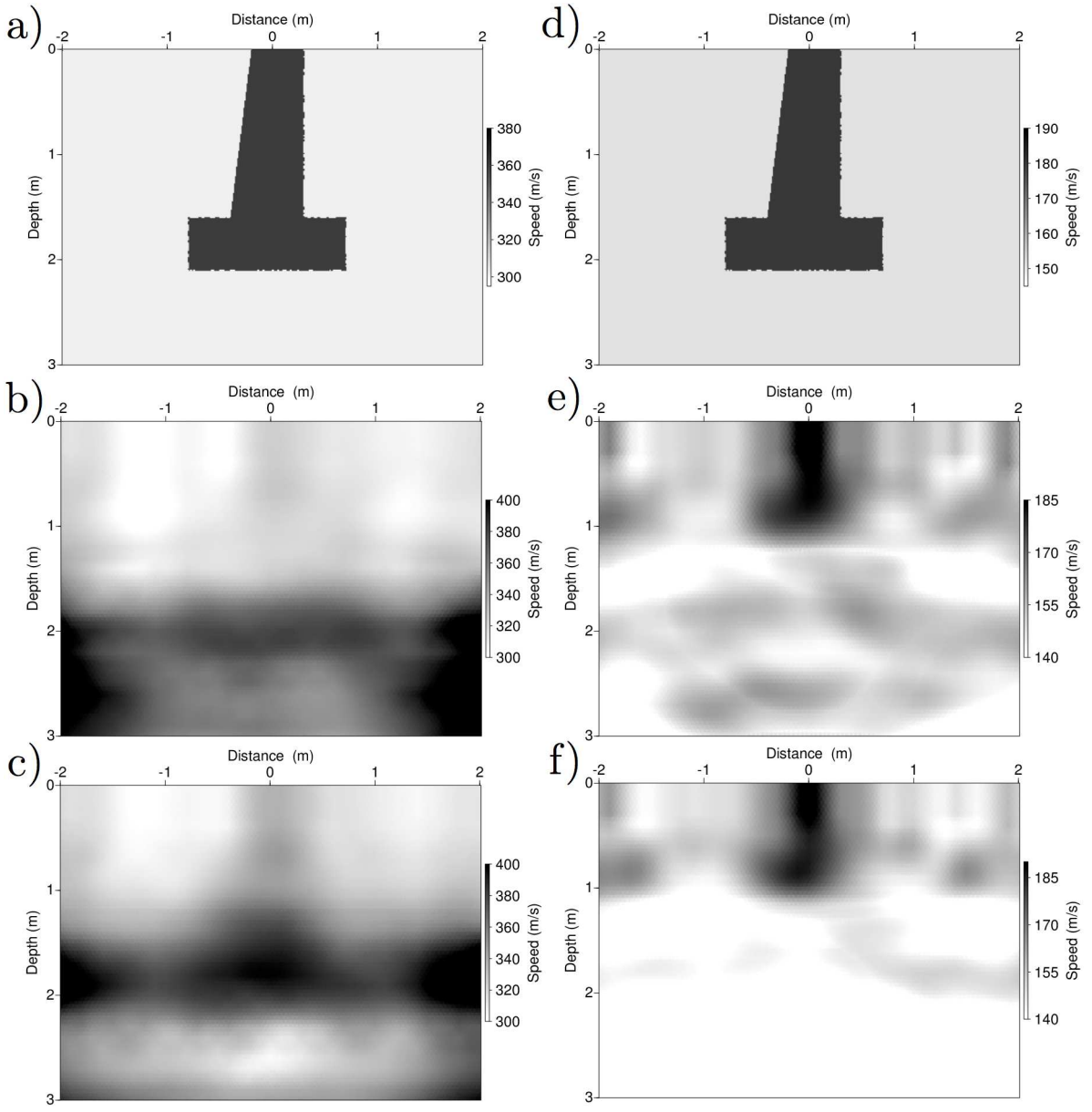

FIGURE 5.11 – Images des propriétés V_p (colonne gauche) et V_s (colonne droite) dans le cas d'une inversion multiéchelle des **données 3D** ; Modèles synthétiques 3D vus dans le plan de symétrie de la fondation (a et d), Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ avec la norme $\mathcal{L}_2$ (b et e) et avec la norme $\mathcal{L}_1$ (c et f)

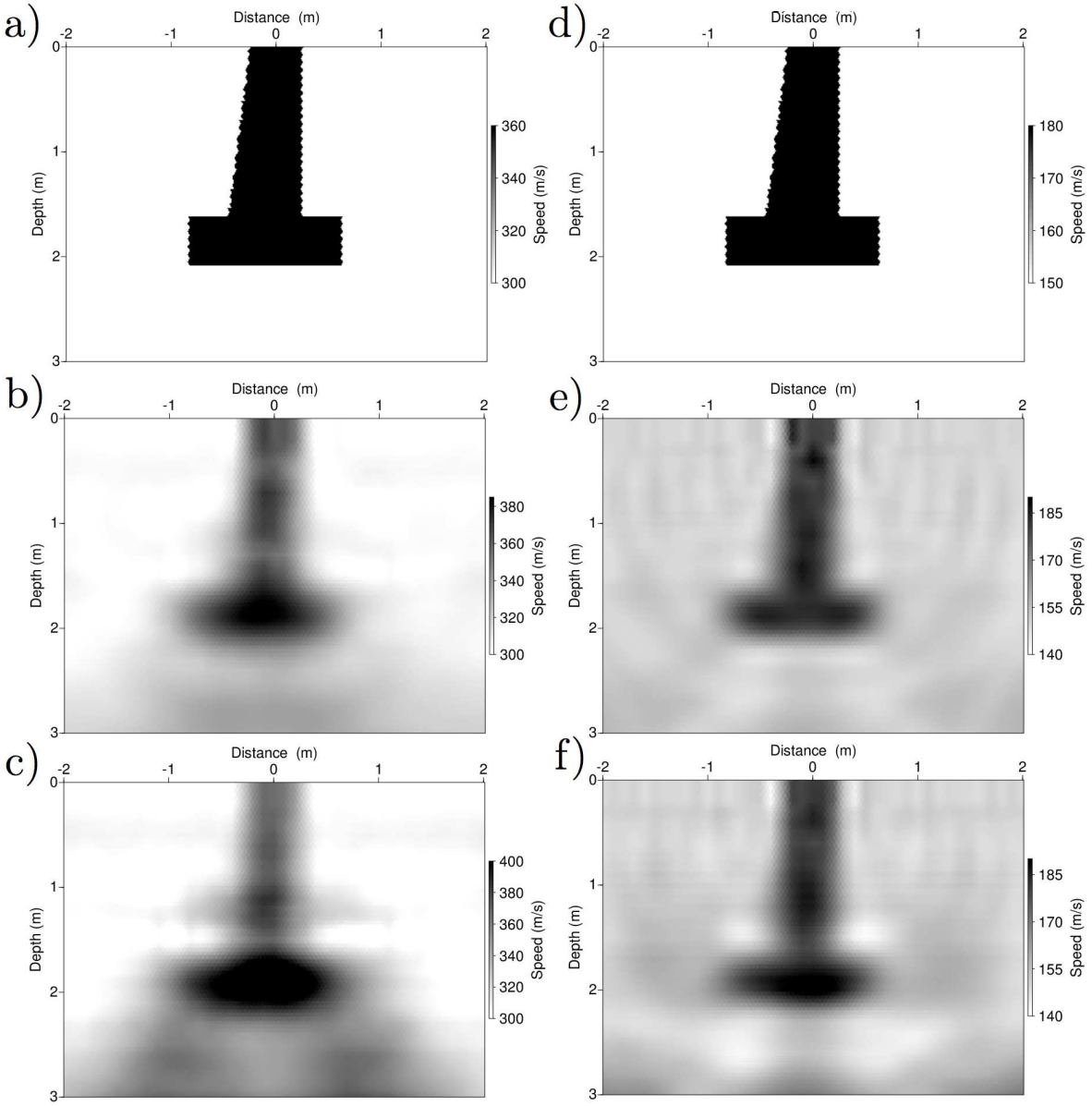

FIGURE 5.12 – Images des propriétés V_p (gauche) et V_s (droite) dans le cas d'une inversion multiéchelle des **données 2D** ; Modèles synthétiques (a et d), Imagerie des paramètres $\{Vp, Vs\}$ avec la norme $\mathcal{L}_2$ (b et e) et avec la norme $\mathcal{L}_1$ (c et f)

5.1.4.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons mis en évidence la pertinence que la pondération des données 3D par $\sqrt{t - t_0}$ permet de les rendre plus proches de données 2D. Cependant, cette traduction est imparfaite car l'inversion de données 3D avec un outil d'inversion basé sur une modélisation 2D donne des résultats inexploitables, et ce alors même que la fondation est faiblement contrastée avec l'encaissant et que le milieu n'est pas atténuant. Ces résultats montrent que le caractère 3D des données réelles est un obstacle supplémentaire à l'utilisation de l'inversion de la forme d'onde pour caractériser la géométrie des fondations de pylônes. Cet obstacle du caractère 3D des données s'ajoute au fort contraste et à la présence de l'atténuation physique affectant les données réelles.

Ces résultats ne nous donnent que peu d'espoirs sur les performances de l'inversion de données réelles. Nous mettons tout de même en oeuvre cette inversion dans les deux parties suivantes consacrées à l'inversion de données maquette de l'IFSTTAR et à l'inversion de données de terrain.

5.2 Imagerie à partir des données de la maquette IFSTTAR

La méthode d'imagerie étudiée a vocation à être appliquée à des données de terrain. Cependant, passer directement de données synthétiques à des données réelles est difficile : travailler sur des données obtenues sur maquette est un bon compromis entre les deux car des données de laboratoire sont mieux contrôlées et l'encaissant du milieu est mieux caractérisé ; nous envisageons donc ici d'effectuer l'imagerie d'une fondation réalisée à échelle réduite. Le centre de Nantes de l'IFSTTAR a réalisé des acquisitions sismiques sur maquette grâce au banc Mesure Ultrasonore Sans Contact (MUSC) mis en place par Bretaudeau (2010) pendant sa thèse. Nous allons présenter les données acquises ainsi que les données modélisées dans un milieu 2D aux propriétés égales à celles identifiées sur la maquette. Nous présenterons ensuite les résultats d'imagerie obtenus à partir de ces données en appliquant l'inversion de la forme d'onde ainsi que la migration par retournement temporel.

5.2.1 Données

L'acquisition de données de laboratoire a été réalisée par Donatienne Leparoux et Olivier Durand sur une maquette à l'échelle 1/60 de la fondation 4n. Plusieurs jeux de données ont été acquis sur cette maquette dans le cadre de ce projet ; les données présentées ont été acquises en Janvier 2011.

5.2.1.1 Données "maquette"

151 tirs ont été réalisés avec une acquisition des données sismiques sur 151 récepteurs répartis avec un pas de 2mm sur un segment de droite situé à la surface du plan de symétrie de la fondation. La position des sources est la même que celle des récepteurs avec un décalage de 1 mm dans la direction du profil d'acquisition. La source utilisée est un cône muni d'un piezo-électrique commandé en tension et qui exerce une force verticale. La présentation détaillée du cadre de cette acquisition a été faite au chapitre 2 qui concerne la modélisation. On présente à la figure 5.13 les sismogrammes associés à la source 33 du profil d'acquisition.

Sur toutes les acquisitions, les traces situées au voisinage de la source ont une valeur nulle en raison de l'encombrement de la source qui empêche le laser du capteur optique d'illuminer la surface. Sur l'ensemble des sismogrammes présentés, on peut faire une première observation : les ondes de surface sont beaucoup plus énergétiques que les ondes de volume. On résume ensuite les phénomènes physiques observés ; rappelons qu'ils ont déjà été abordés plus en détail au chapitre 2 :

1. à $t = 0\mu s$, l'impact vertical de la source produit l'onde P, l'onde S ainsi que l'onde de surface ;

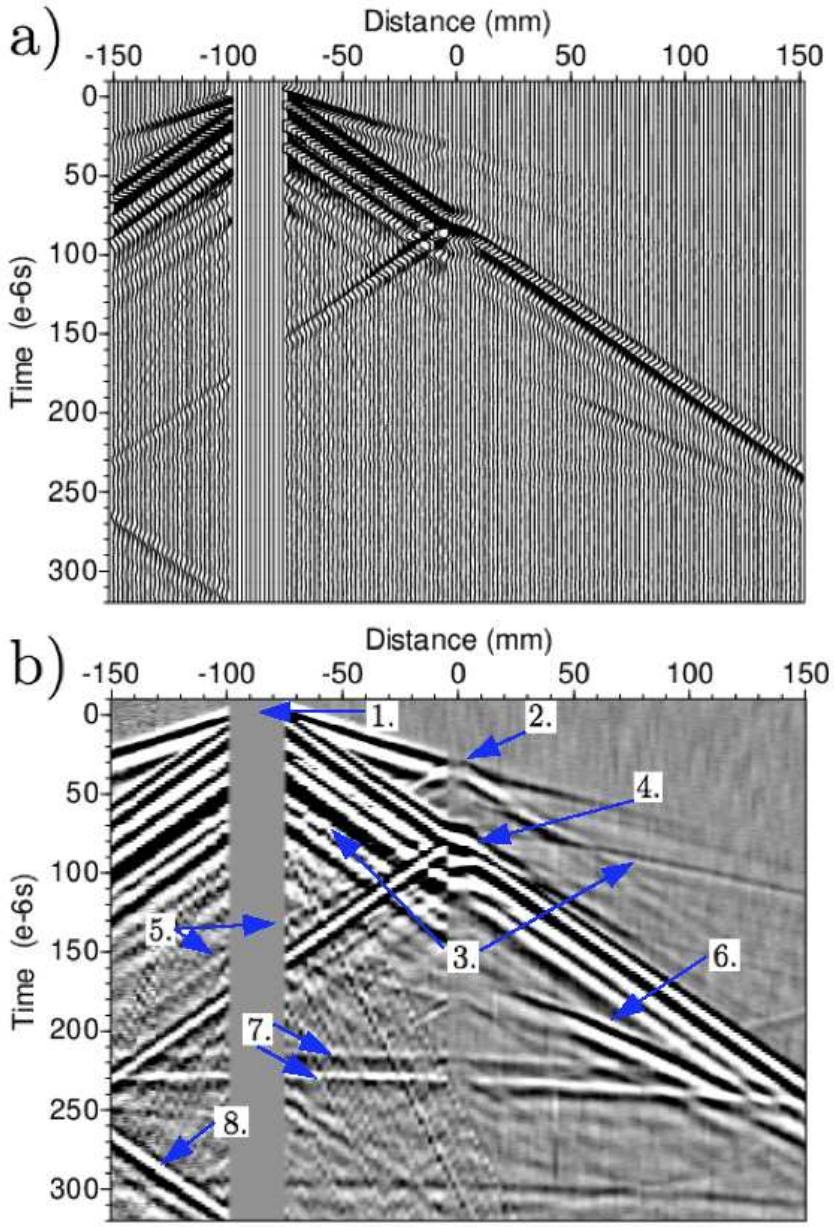

FIGURE 5.13 – Sismogrammes des vitesses particulaires verticales du 33ème tir sous forme de signaux (a) et d'image (b)

2. à $t = 35\mu s$, une partie de l'énergie de l'onde P se réfléchit sur la fondation et l'autre partie est transmise ;
3. à $t = 70\mu s$, arrivée de la réflexion de l'onde P sur l'interface entre les deux résines du milieu bicouche ;
4. à $t = 70/80\mu s$, une partie de l'énergie de l'onde de surface est réfléchie par la cheminée de la fondation et l'autre partie est transmise ;
5. entre les points $(t, x)_1 = (100\mu s, 0mm)$ et $(t, x)_2 = (220\mu s, -150mm)$, arrivée

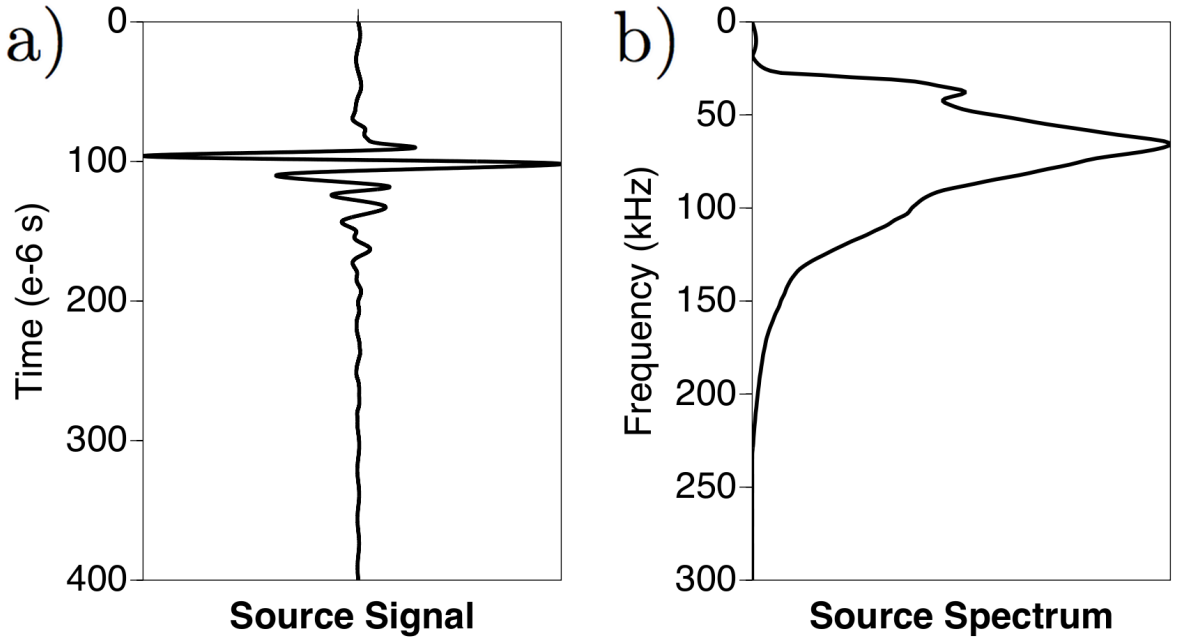

FIGURE 5.14 – Estimation de la source au sens des moindres carrés sur l'ensemble des tirs réels dans un milieu synthétique uniforme : (a) signal temporel de la source et (b) spectre de la source

de l'onde S diffractée sans conversion sur la dalle de la fondation, phénomène contenant la signature de la position de l'arête supérieure de la dalle ;

6. entre $x = 50$ et $120mm$ et entre $t = 200$ et $250\mu s$, arrivée de l'onde S réfléchie non convertie à l'interface entre les deux résines ;
7. à $t = 240\mu s$, arrivée de la réflexion de l'onde P sur le bas de la maquette - phénomène parasite ;
8. après $t = 275\mu s$, arrivée de la réflexion de l'onde de surface sur le bord supérieur gauche de la maquette.

5.2.1.2 Données modélisées

Cadre synthétique L'estimation de la source sur l'ensemble des 151 tirs de cette acquisition est présentée à la figure 5.14. Les oscillations présentes entre $0s$ et $500.10^{-7}s$ ainsi qu'entre $3000.10^{-7}s$ et $8192.10^{-7}s$ s'expliquent par le fait que la source a été estimée dans un milieu uniforme alors que les données n'ont bien sûr pas été obtenues dans un milieu uniforme : l'énergie de ces oscillations est d'autant plus faible que le nombre de tirs est élevé. Dans le cadre de la modélisation, le maillage a ici été choisi pour être adapté aux bords de la fondation. Le mailleur triangle (Shewchuk, 1996) et l'interpolation P2 permettent de mettre en oeuvre cette modélisation avec le code élastique Galerkin. La figure 5.15 présente le type de maillage choisi pour le milieu de modélisation. Les propriétés du milieu de simulation sont rappelées au tableau 5.3.

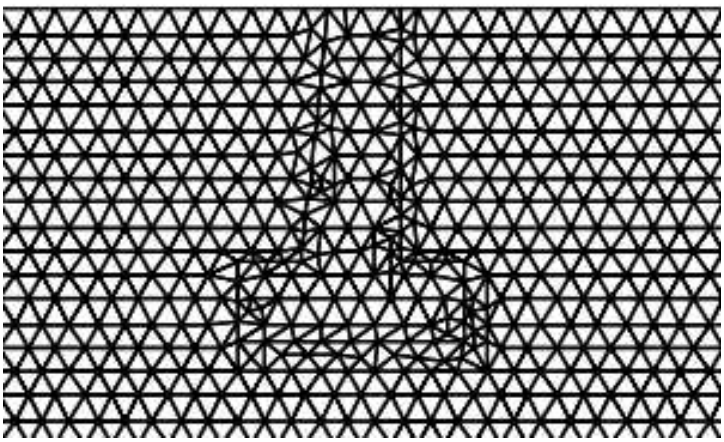

FIGURE 5.15 – Maillage déstructuré qui peut s'adapter à la géométrie de la fondation - *dimension des cellules exagérée pour plus de clarté*

	Milieu supérieur	Milieu inférieur	Fondation
Matériau	Résine 1	Résine 2	Aluminium
V_p (m/s)	2240	2350	6000
V_s (m/s)	925	1420	3170
ρ (kg/m^3)	1300	1700	2700
q_p et q_s	50	50	5000

TABLE 5.3 – Propriétés visco-élastiques de la maquette IFSTTAR

Données La figure 5.16 présente les sismogrammes synthétiques des tirs présentés précédemment. On peut observer sur ces sismogrammes que l'ensemble des phénomènes semblent assez bien reproduits, en particulier la modélisation de l'onde diffractée sur l'arête de la fondation qui arrive peu de temps avant l'onde de Rayleigh réfléchie sur la fondation. Cependant, comme on l'a vu dans la partie précédente, on ne peut pas parfaitement reproduire des données 3D avec un outil 2D et ce même après correction. D'autre part, d'autres phénomènes comme l'atténuation ou la transition des propriétés dans la zone de contact entre la résine et la fondation ainsi qu'une éventuelle anisotropie des résines peuvent expliquer les écarts entre les données réelles et les données synthétiques.

5.2.2 Imagerie

On s'intéresse ici aux résultats d'imagerie sur données maquette. On présentera d'abord les résultats d'inversion de la forme d'onde avant d'aborder les résultats de migration par retournement temporel.
Les réflexions sur les bords de la maquette ne sont pas représentatives des données réelles ;

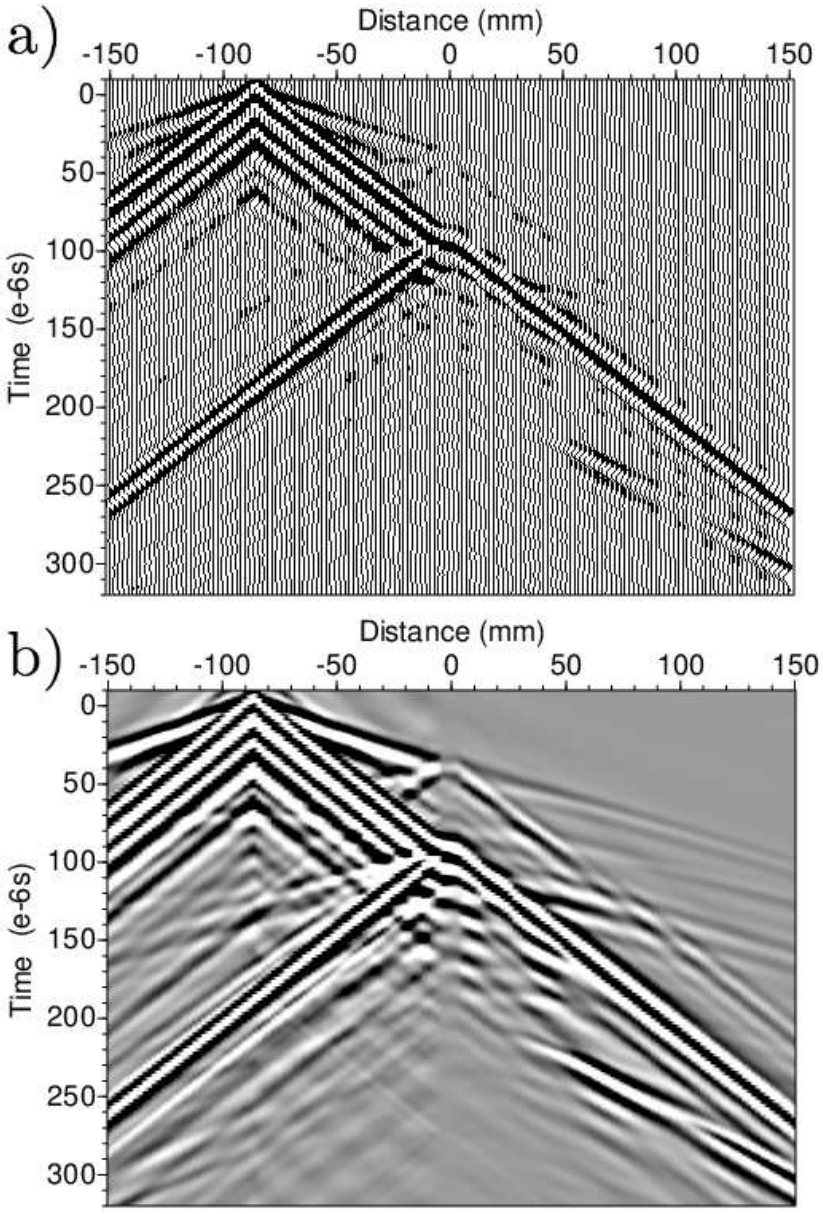

FIGURE 5.16 – Sismogrammes synthétiques des vitesses particulaires verticales du 33ème tir sous forme de signaux (a) et d'image (b)

on ne va donc pas chercher à les générer dans le milieu synthétique et il est souhaitable de les éliminer des données présentées aux outils d'imagerie. Ainsi on annule les arrivées des sismogrammes correspondant à des phénomènes parasites (*mute*).

5.2.2.1 Imagerie par inversion de la forme d'onde (FWI)

On a pu voir dans la partie 4.4 du chapitre 4 que l'inversion de données obtenues dans un milieu synthétique 2D ayant les propriétés de la fondation en aluminium de la maquette ne permettait pas d'imager la fondation de façon satisfaisante avec la FWI. D'autre part, d'après la partie précédente (*cf section 5.1*), la géométrie 3D de la maquette est un obstacle supplémentaire à l'inversion. On va tout de même présenter ici les performances de l'inversion de la forme d'onde. Commençons par décrire le cadre dans lequel la FWI est mise en oeuvre.

Cadre

- Les groupes de fréquences utilisés dans l'inversion sont situés dans la bande [40,192]kHz : il s'agit des groupes [40, 50, 61]kHz, [73, 86, 101]kHz, [117, 134, 152]kHz, [172, 192]kHz. Notons que nous n'avons pas choisi des groupes de fréquences se recouvrant ce qui n'empêche pas la redondance de spectre en nombre d'onde entre chaque groupe de fréquences car les fréquences extrémales sont quand même proches entre deux groupes consécutifs.
- La source utilisée est une estimation de la source calculée à chaque groupe de fréquence et pour chaque position source par minimisation au sens des moindres carrés de la norme des résidus.
- La distance entre les données maquette et les données obtenues à chaque étape de l'inversion est la norme $\mathcal{L}_1$.
- On rappelle que l'algorithme d'optimisation mis en oeuvre est la méthode quasi-Newton L-BFGS dans lequel la diagonale du hessien est initialement approchée par l'utilisation du pseudo-Hessien de Shin *et al.* (2001a).

Résultats d'inversion Sur la figure 5.17, on constate que seule la partie supérieure de la cheminée est localisée avec un contraste environ égal à la moitié du contraste réel. Ce résultat peut s'expliquer par la prédominance des ondes de surface bien plus énergétiques que les ondes de volume et qui dominent donc l'inversion alors qu'elles pénètrent moins en profondeur dans le milieu. Il est donc intéressant d'ajouter des informations sur le milieu et de voir si l'inversion converge vers un modèle convenable dans ce cadre régularisé.

Résultats d'inversion avec *a priori* Le cadre théorique de l'inversion régularisée a été présenté précédemment (*cf chapitre 3 partie 3.6.4*). La démarche d'ajout d'*a priori* envisagée consiste à remarquer que l'on connait les vitesses de propagation dans le béton ainsi que la dimension de la cheminée en surface. On va donc considérer un a priori constitué d'un bloc rectangulaire aux propriétés de la fondation en aluminium. La largeur retenue est celle de la partie émergente de la fondation et la hauteur est celle de la fondation, hauteur que l'on ne connait pas en temps normal.

Dans le cas d'une inversion avec un faible *a priori*, on constate que les cartes de Vp et Vs obtenues après inversion ne sont pas sensiblement améliorées par rapport aux résultats

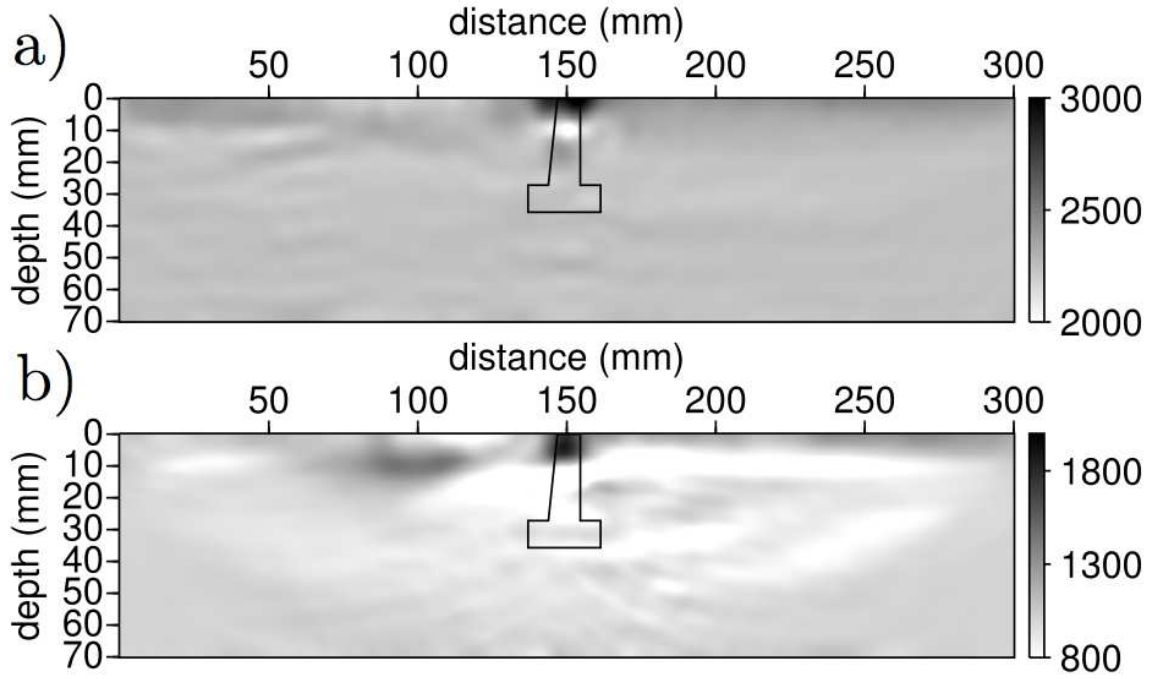

FIGURE 5.17 – Cartes des propriétés Vp (a) et Vs (b) après inversion

précédents (figure 5.18). On discerne la forme du bloc dans les milieux reconstruits mais ils n'ont manifestement pas permis d'identifier la géométrie de la dalle. On notera tout de même sur la reconstruction de Vs que la cheminée reconstruite est plus grande que précédemment. On choisit donc de renforcer la contribution de l'*a priori* à la fonction coût. On obtient alors les propriétés reconstruites présentées à la figure 5.19. La reconstruction n'est pas satisfaisante dans ce cas-ci non plus, ce qui peut s'expliquer par le fait que le terme d'*a priori* domine excessivement la fonction coût par rapport au terme d'attache aux données. Les tests réalisés avec une valeur intermédiaire du coefficient du terme d'*a priori* de la fonction coût n'ont pas été plus concluants.

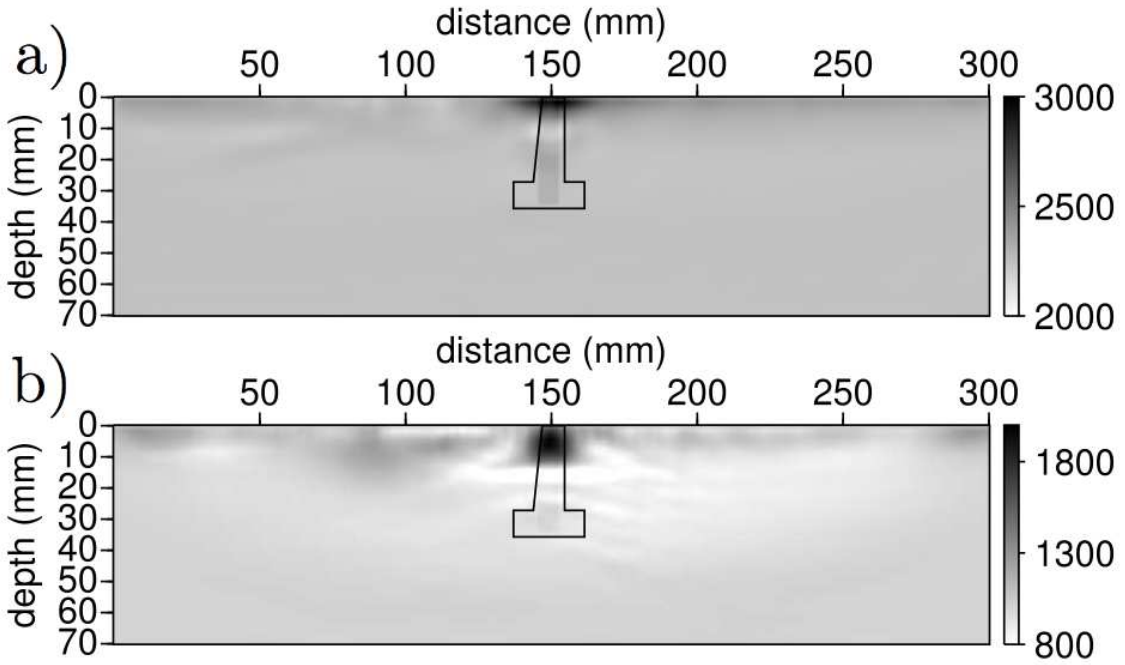

FIGURE 5.18 – Cartes des propriétés Vp (a) et Vs (b) après inversion avec *a priori* faible

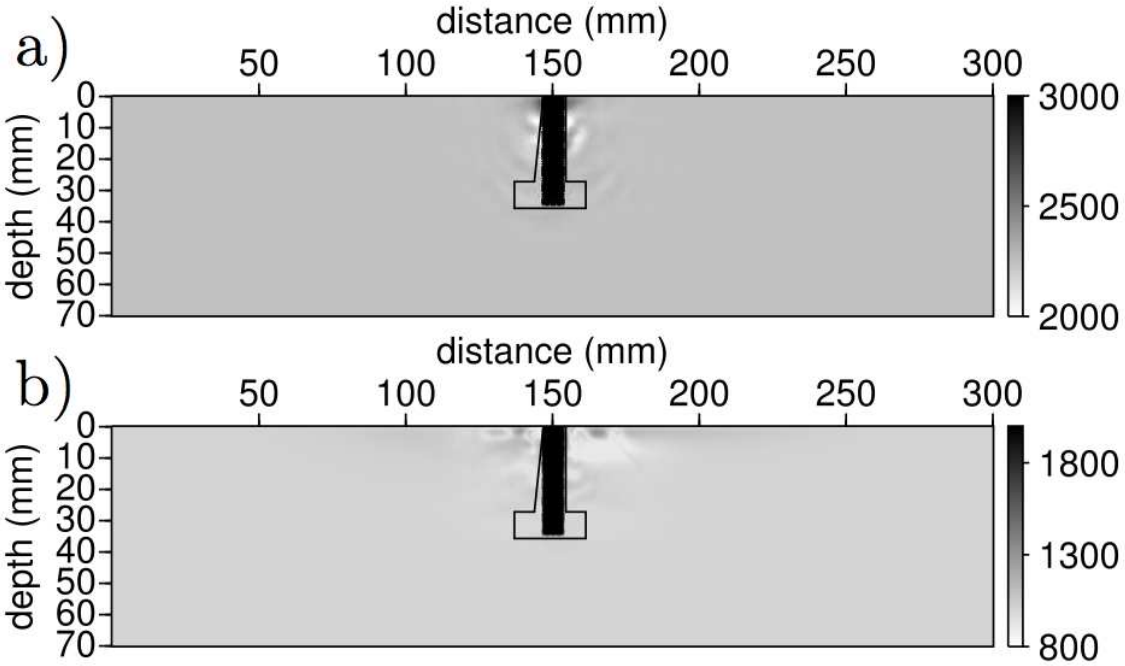

FIGURE 5.19 – Cartes des propriétés Vp (a) et Vs (b) après inversion avec *a priori* fort

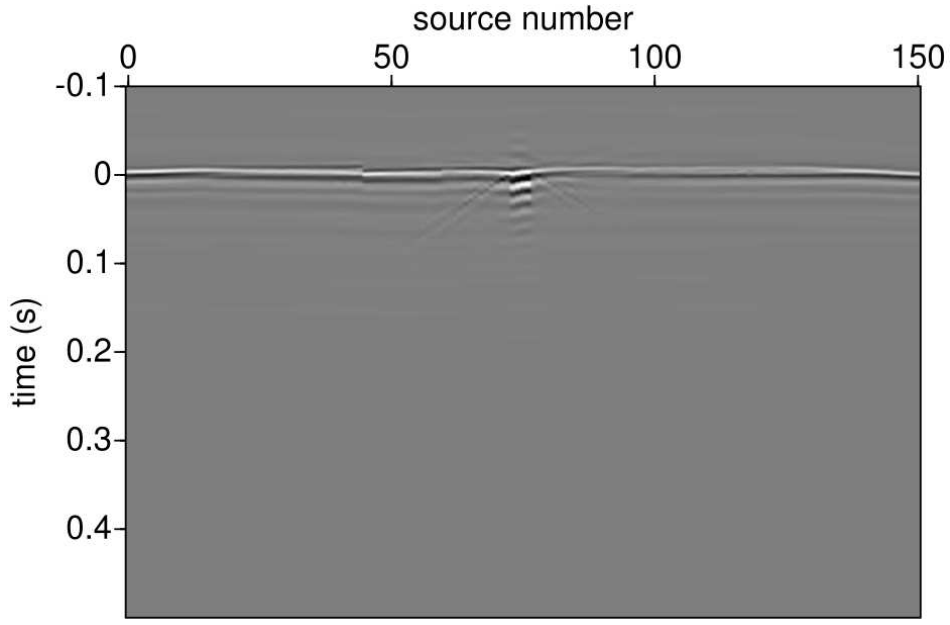

FIGURE 5.20 – Signaux source obtenus dans le milieu issu de l'imagerie

Source estimée La figure 5.20 représente l'ensemble des sources obtenues après inversion linéaire dans le milieu résultant de l'inversion présentée à la figure 5.18. Sur cette figure on constate la présence d'un retard de la source entre la 43ème et la 60ème source. Ceci s'explique par le léger décalage de la position de la source pour ces tirs suite à un arrêt involontaire de l'acquisition.

Conclusion La signature de la dalle dans les données maquette semble être difficile à exploiter par le code d'inversion, ce qui peut s'expliquer par la forte prédominance de l'onde de surface par rapport aux ondes de volume porteuses de la signature de la dalle. En effet, la profondeur de pénétration de l'onde de surface au sens de la longueur d'onde est de $\lambda = V_S/f = 925/80e3 = 11mm$, on ne peut donc pas espérer imager la dalle située entre 27.2 et $35.7mm$. Les grands offsets mis en oeuvre dans la perspective d'améliorer l'éclairement de la fondation sont largement dominés par l'onde de surface dans les données et donc dans la fonction coût. Pour nuancer cette influence, nous avons mis en oeuvre une inversion avec *a priori* qui n'a malheureusement pas permis d'améliorer le résultat de la reconstruction. Compte tenu des bonnes performances de la RTM dans le cas synthétiques, il est intéressant d'étudier ses performances sur les données maquette.

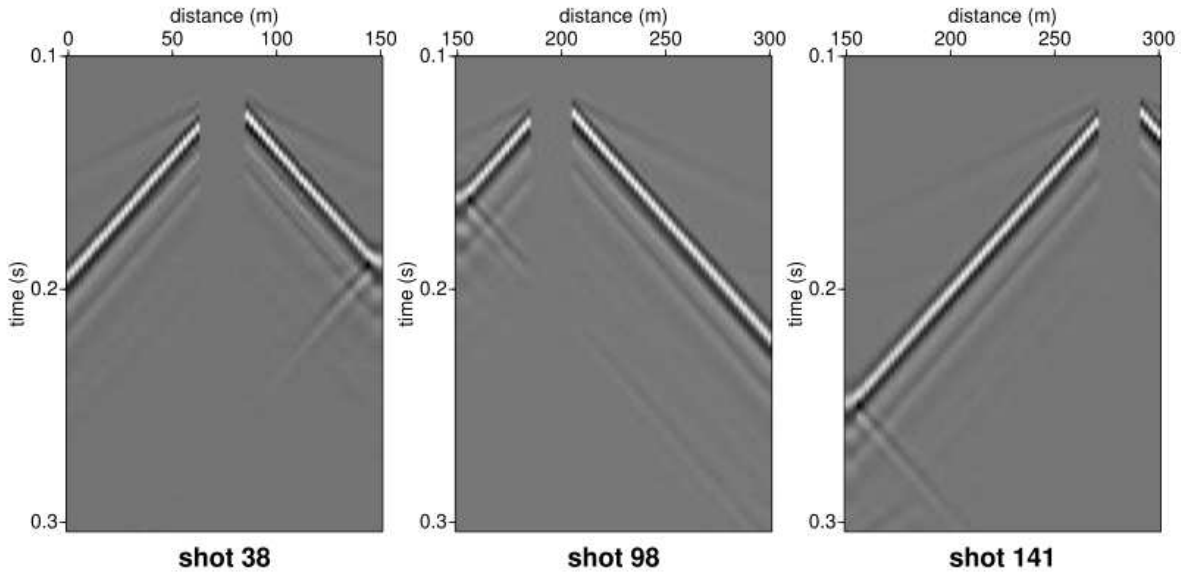

FIGURE 5.21 – Sismogrammes en réflexion utilisés pour la migration

5.2.2.2 Imagerie par migration (RTM)

Données en réflexion La figure 5.21 présente les sismogrammes en réflexion associés à 3 tirs effectués sur la maquette ; les capteurs dont on conserve les signaux sont situés du même côté de la fondation que la source ce qui favorise la localisation des interfaces réfléchissantes par la RTM.

Résultats de la migration Les résultats de RTM que l'on obtient sont présentés à la figure 5.22 sur laquelle l'emplacement de la fondation a été précisé pour faciliter l'analyse du résultat. Précisons que, pour simplifier l'appellation des images, on désigne les images migrées avec un noyau de diffraction en V_p et V_s par *images migrée en* V_p et *image migrée en* V_s respectivement. On constate que l'on ne distingue pas la géométrie de la fondation. Cependant, la migration avec un noyau de diffraction d'onde S donne un cône centré sur la fondation qui permettrait de la localiser.

Résultats de la migration avec AGC *Données :* Pour améliorer la reconstruction, on se propose d'amplifier les arrivées tardives en appliquant un filtre de contrôle de gain automatique - de l'anglais *automatic gain control* (AGC) - sur des fenêtres glissantes de durée $0.1s$. La figure 5.23 illustre l'effet du filtrage AGC sur les traces présentées précédemment à la figure 5.21 : on peut constater l'amplification des arrivées tardives opérée par ce prétraitement. Les résultats sont présentés à la figure 5.24, on peut constater que l'AGC a sensiblement amélioré la localisation et la caractérisation de la géométrie de la cheminée, en particulier sur l'image migrée avec un noyau de diffraction d'onde S.

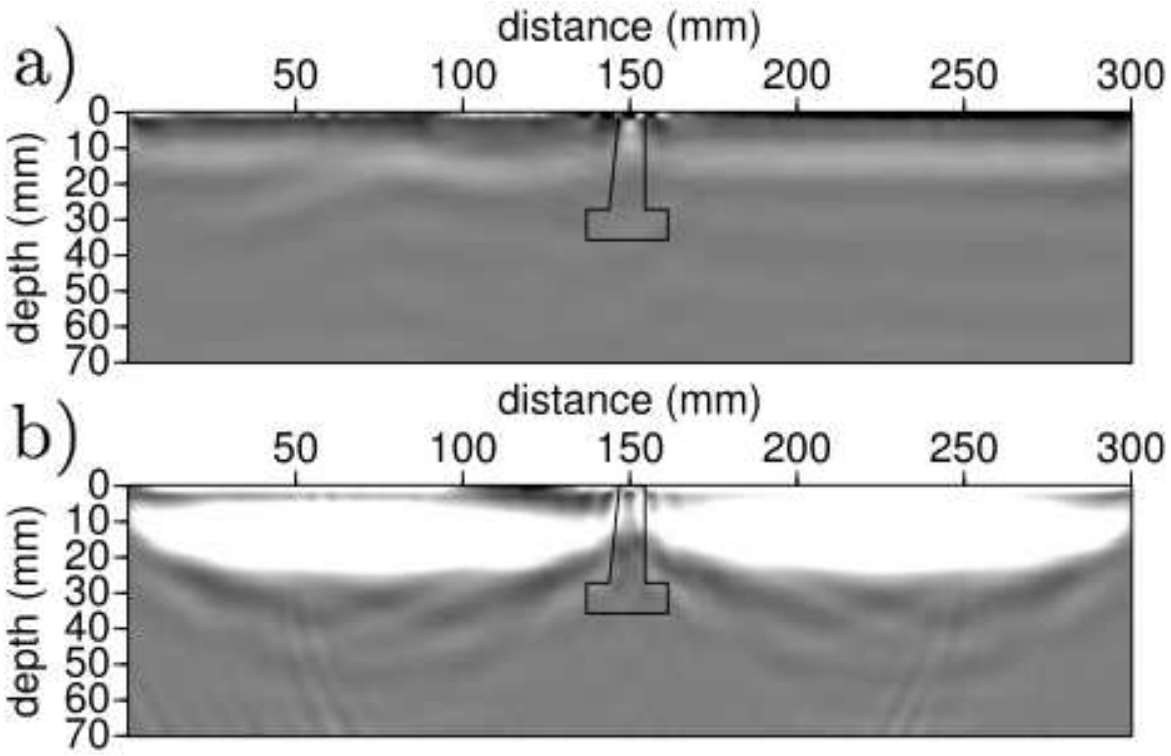

FIGURE 5.22 – Images migrées en Vp (a) et en Vs (b) obtenues par retournement temporel des données maquette mutées ; l'emplacement de la fondation est indiqué en trait noir continu

En revanche, ces images ne permettent pas d'identifier la longueur de la cheminée ni la géométrie de la dalle.

5.2.3 Conclusion

On a pu constater que l'inversion de données et la migration par retournement temporel ne permettaient pas d'imager la fondation. Les obstacles à la FWI sont le contraste relativement élevé et le fait que la géométrie de la fondation soit 3D. Les obstacles à la RTM sont la faible illumination de la cible.
Il est intéressant d'étudier les performances de ces deux méthodes sur des données de terrain : l'avantage est que l'on a pu faire une acquisition avec une meilleure illumination de la cible ; l'inconvénient pour la FWI est que le contraste est bien plus fort.

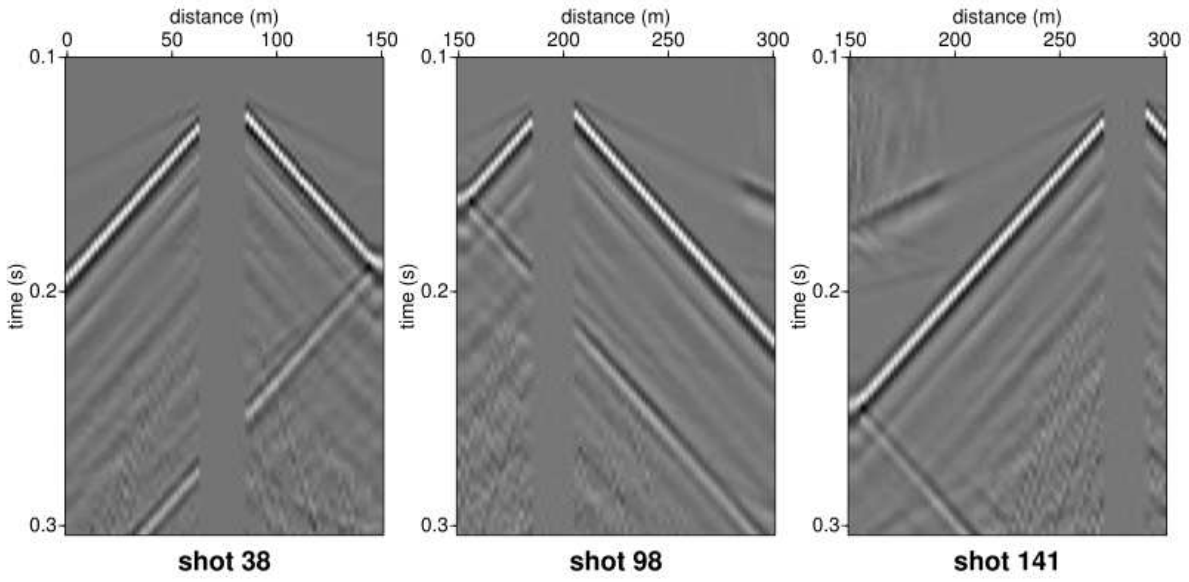

FIGURE 5.23 – Sismogrammes en réflexion avec AGC sur une fenêtre de $0.1s$ utilisés pour la migration

5.3 Imagerie à partir de données de terrain

Plusieurs acquisitions de terrain ont été réalisées sur le terrain de Grenoble au cours de ma thèse ; j'ai mis en place une acquisition fin Octobre 2010 et toutes les autres ont été mises en place par le groupe chargé des acquisitions - notamment Olivier Magnin et Philippe Cote - entre 2008 et 2011. Nous présentons ici une étude préliminaire des résultats d'inversion et de migration obtenus sur les données issues de la dernière acquisition réalisée par ce groupe avec des récepteurs en surface et des sources en surface et en puits. La géométrie d'acquisition est précisée à la figure 5.25.

Les sources en surface étaient réalisées avec le pot vibrant commandé par un sweep et les tirs en profondeur étaient réalisés grâce à une charge explosive. Présentons les données obtenues dans ce cadre.

5.3.1 Données

Dans cette partie, nous allons présenter les données obtenues sur le terrain ainsi que les données simulées dans le même cadre pour étudier la capacité du code 2D que l'on utilise à reproduire les données de terrain.

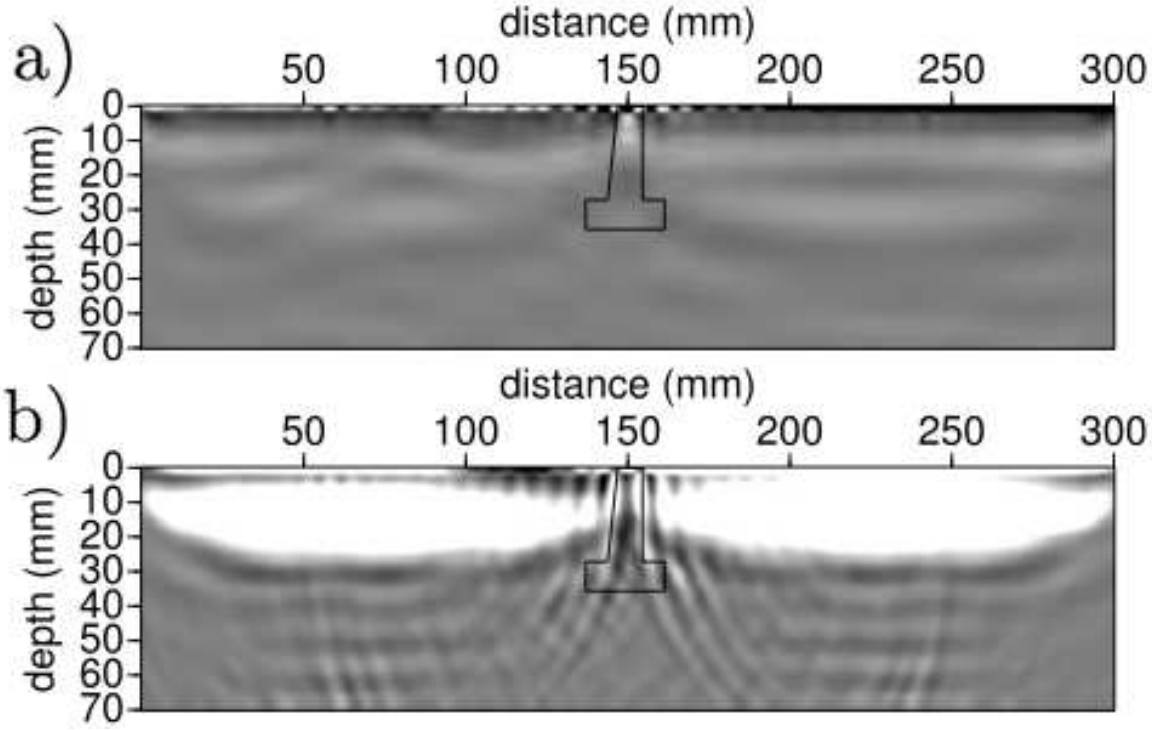

FIGURE 5.24 – Images migrées en Vp (a) et en Vs (b) obtenues par retournement temporel des données maquette mutées avec AGC ; l'emplacement de la fondation est indiqué en trait noir continu

5.3.1.1 Données de terrain

Nous présentons à la figure 5.26 les sismogrammes obtenus pour les *tirs en profondeur* réalisés à l'Ouest de la fondation. Ces données correspondent à une source explosive ; on remarquera la prédominance de l'onde de volume sur les données lorsque la source est éloignée de la surface (en haut à gauche) et l'augmentation progressive de l'énergie de l'onde de surface à mesure que la source se rapproche de la surface. D'autre part, on remarque un phénomène de faible énergie qui arrive en surface avant l'onde directe P et avec une vitesse égale à celle des ondes S. Cette onde prématurée est due à la présence du tube en plastique dans lequel le câble d'explosif est glissé : lors de chaque explosion, l'onde P canalisée dans la paroi du tube génère un déplacement vertical en surface qui crée une onde de surface d'autant plus visible que la source est éloignée de la surface.

On présente ensuite à la figure 5.28 les données associées à un tir source *situé en surface* et généré avec une source vibratoire. Cette source est un pot vibrant constitué d'une partie fixe en contact avec le sol et d'une partie mise en mouvement verticalement par une bobine d'excitation dont le courant est commandé par l'utilisateur (figure 5.27).

La durée des sismogrammes est égale à $8.191s$ ce qui est très relativement grand. On obtient alors un rapport signal sur bruit important à chaque fréquence. Sur les sis-

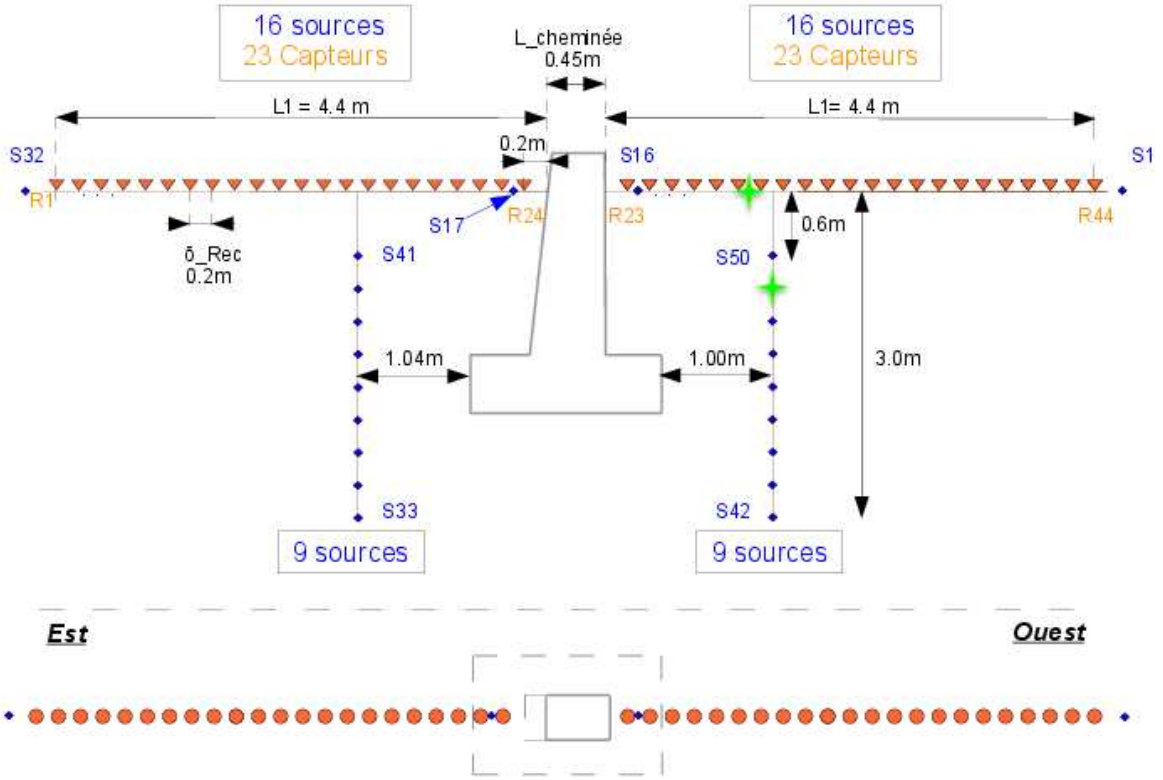

FIGURE 5.25 – Géometrie d'acquisition autour de la fondation 4n du campus de Saint Martin d'Hères ; tous les récepteurs (orange) sont utilisés pour chaque source (bleue) ; la comparaison des données synthétiques et réelles sera présentée sur les sismogrammes obtenus pour une source enfouie et une source en profondeur (vert)

mogrammes bruts présentés à la figure 5.28.a, on remarque des séquences de fréquence nulle : ceci est dû au repliement spectral. En effet, le pot vibrant est commandé par un sweep qui parcourt les fréquences de $800Hz$ à $40Hz$ sur une durée de 7 secondes. Or les oscillations sont de trop haute fréquence pour être suffisamment échantillonnées par l'outil de représentation graphique et le sous-échantillonnage se manifeste. En effet, les sismogrammes semblent de fréquence apparente nulle lorsque la fréquence exacte du signal coïncide avec un multiple de la fréquence d'échantillonnage de la représentation graphique. La figure 5.28.a permet donc d'illustrer qualitativement l'évolution de la distance caractéristique de propagation des ondes selon leur fréquence.

Pour extraire de ces sismogrammes un signal qui se rapproche de la réponse impulsionnelle du milieu en chaque capteur pour une position donnée de la source, on calcule classiquement l'intercorrélation des traces sismiques avec la trace de l'un des deux capteurs les plus proches de la source. Ici, le capteur de référence que nous avons utilisé est le géophone le plus proche de la source situé à l'Ouest dont nous avons corrélé le sismogramme avec les sismogrammes des autres géophones. On obtient alors les sismogrammes

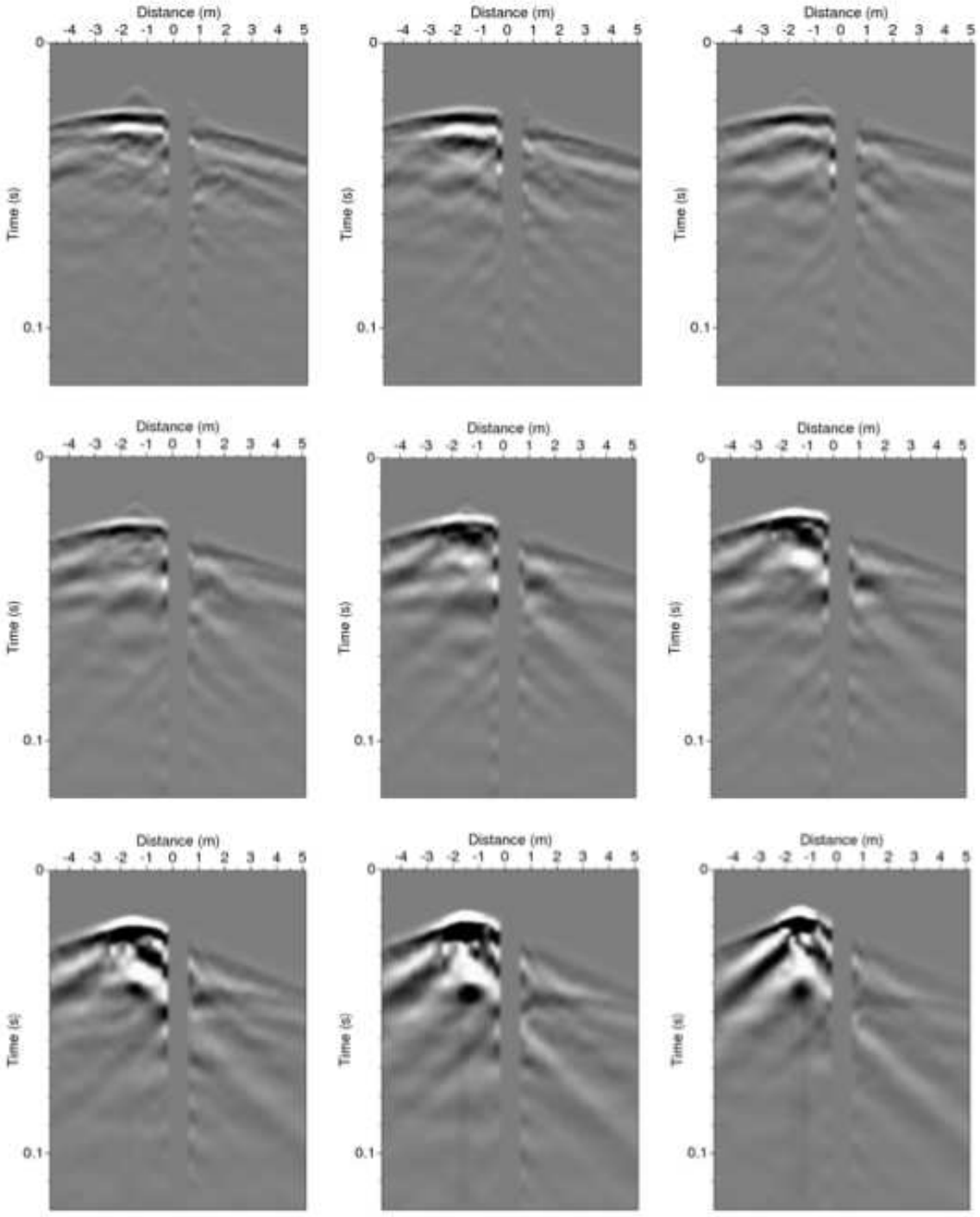

FIGURE 5.26 – Sismogrammes obtenus pour chacune des sources enfouies sur le côté Ouest de la fondation ($x = +1.0m$) avec, dans le sens de lecture, une profondeur décroissante de $3.0m$ à $0.6m$ avec un pas de $0.3m$.

FIGURE 5.27 – Pot vibrant de l'IFSTTAR utilisé dans le cadre d'acquisitions de terrain, notamment sur le site test de Grenoble

corrélés présentés à la figure 5.28.b sur laquelle on constate que les fronts d'onde dominants ont tous la même vitesse de $115m/s$. On peut supposer que les ondes de surface dominent les sismogrammes - et donc les sismogrammes intercorrélés - au point d'écraser les ondes de volume sur les sismogrammes corrélés. On remarque que ces ondes se réfléchissent sur la cheminée de la fondation. Des ondes plus rapides semblent apparaître notamment aux instants initiaux mais elles sont de très faibles amplitudes.

Il est important de savoir dans quelle mesure ces données obtenues sur le terrain, qu'elles aient été obtenues avec une source en surface ou enfouie, peuvent être reproduites par l'outil de simulation.

5.3.1.2 Comparaison entre les données synthétiques et les données de terrain

On étudie ici la capacité de notre outil à reproduire les données observées.
On s'intéresse dans un premier temps aux données obtenues avec une source enfouie. On présente à la figure 5.29 la comparaison entre les données modélisées et les sismogrammes du terrain obtenus pour la source enfouie à $(x, z) = (1.0, 0.9)m$. Ensuite, on s'intéresse aux données obtenues avec une source en surface ; on présente à la figure 5.30 la comparaison entre les données modélisées et les sismogrammes du terrain. Il semble difficile de reproduire les données corrélées avec l'outil de simulation, c'est pourquoi nous utiliserons uniquement les tirs réalisés à l'explosif dans l'inversion et la migration. Après avoir présenté les données obtenues sur le terrain de Grenoble, intéressons-nous aux résultats d'imagerie de la fondation.

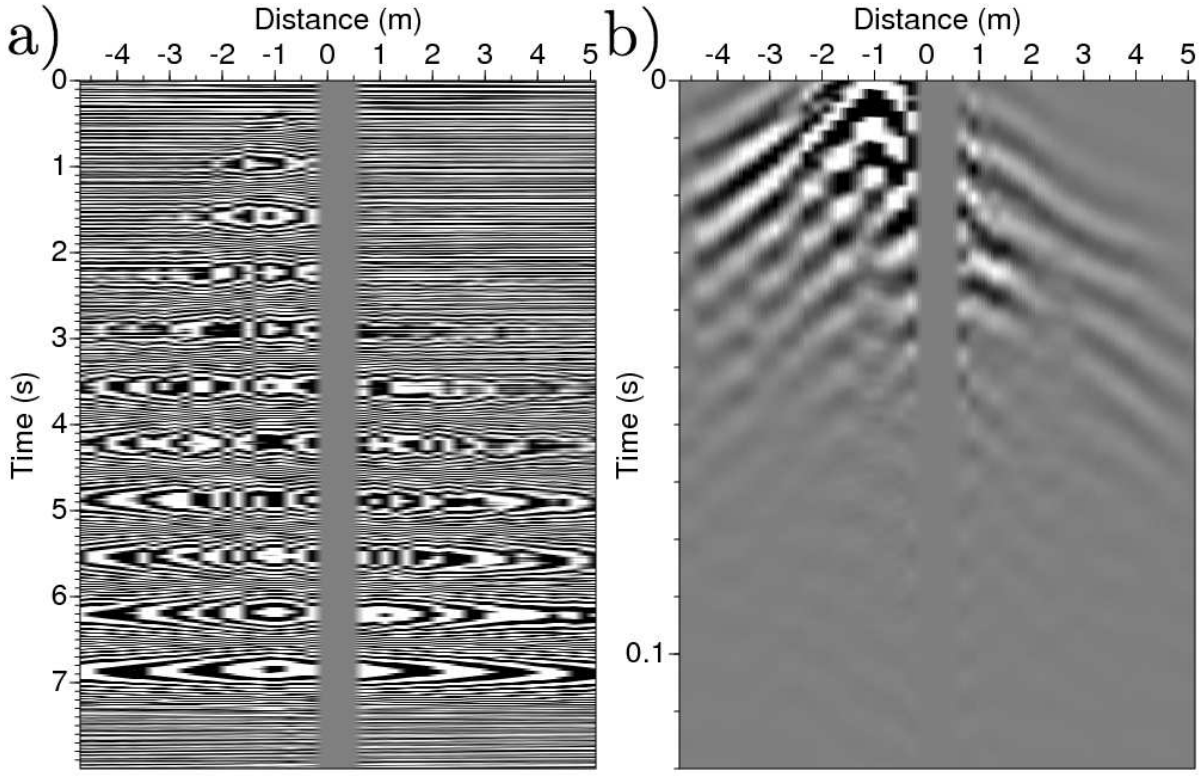

FIGURE 5.28 – Sismogrammes obtenus pour un tir en surface réalisé avec le pot vibrant commandé par un signal chirp et situé à $1.3m$ à l'Est de la cheminée (a) ; intercorrélation de ce signal avec le sismogramme du capteur de référence (b)

5.3.2 Imagerie basée sur l'inversion de la forme d'onde (FWI)

Les propriétés du milieu initial de l'inversion sont précisées au tableau 5.4. On a utilisé

V_p (m/s)	300
V_s (m/s)	150
ρ (kg/m^3)	1500
q_p et q_s	35

TABLE 5.4 – Propriétés visco-élastiques du milieu initial de l'inversion données du terrain de Grenoble

15 fréquences pour réaliser cette inversion. Les fréquences retenues sont { 30.5 ; 36.6 ; 45.8 ; 58.0 ; 73.3 ; 91.6 ; 112.9 ; 143.5 ; 177.0 ; 222.8 ; 277.7 ; 347.9 ; 436.4 ; 546.3 ; 680.6 }Hz. Les fréquences sont inversées séquentiellement jusqu'à la fréquence $91.6Hz$; au delà on les inverse par triplets. Il est en effet plus critique de grouper les fréquences élevées que les basses fréquences car, dans un voisinage donné du modèle courant, la fonction coût présente d'autant plus d'oscillations que la fréquence des données est élevée ; il est

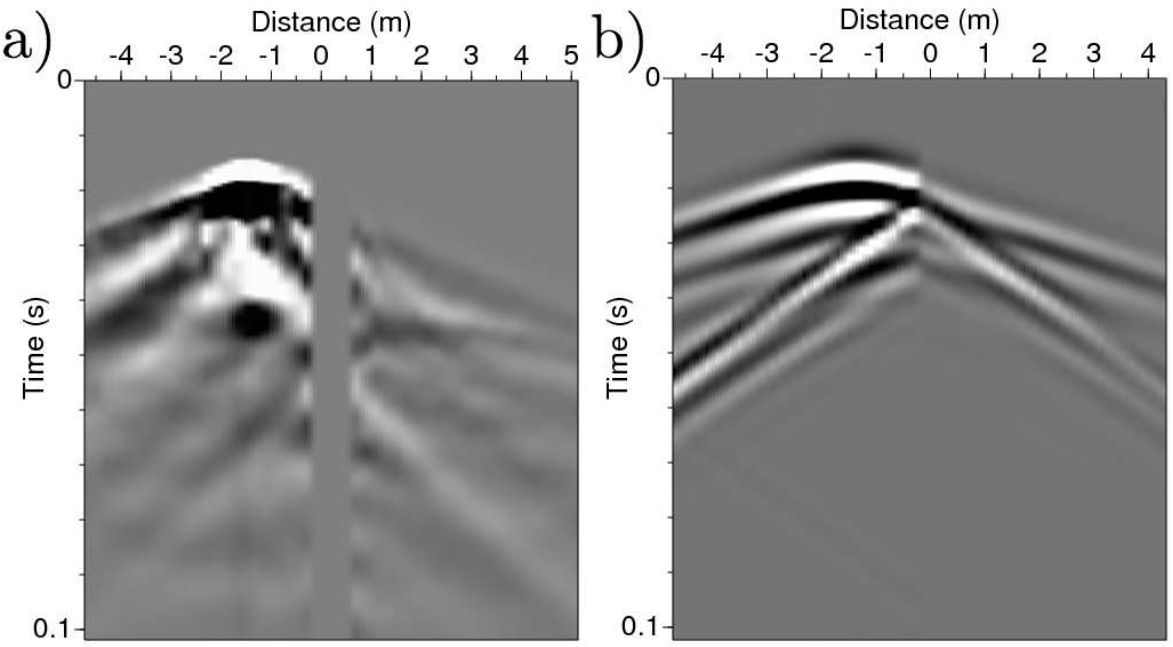

FIGURE 5.29 – Comparaison des sismogrammes réels (a) et synthétiques (b) obtenus pour la source enfouie située à $1.0m$ à l'Ouest de la fondation et à $0.9m$ de profondeur

donc plus important de nuancer les non-linéarités en haute fréquence. La norme retenue est la norme $\mathcal{L}_1$ et la perturbation du modèle du milieu est annulée sous la surface libre sur une épaisseur de $30cm$. Les résultats d'imagerie obtenus avec l'inversion de la forme d'onde sont présentés à la figure 5.31. Bien que nous ayons réduit l'influence des ondes de surface, ces résultats ne permettent pas de caractériser la géométrie de la fondation. Les obstacles à l'inversion de données réelles sont nombreux comme nous l'avons déjà vu. Ici deux obstacles supplémentaires viennent s'ajouter aux difficultés de l'inversion. D'une part, l'onde canalisée par le tube n'est pas reproduite dans le premier modèle du milieu et il est difficile de reconstruire le tube progressivement au cours de l'inversion ; il serait intéressant d'insérer directement le tube dans le modèle initial de l'inversion après avoir caractérisé ses propriétés élastiques. D'autre part, le sol est modifié localement par chaque explosion ; les sismogrammes ne sont donc pas obtenus exactement dans le même milieu pour tous les tirs.

5.3.3 Imagerie basée sur la migration par retournement temporel (RTM)

La RTM tire parti des réflexions dans les données ; on extrait donc de l'ensemble des données les sismogrammes correspondant à des réflexions : les capteurs dont on conserve les sismogrammes sont situés du même côté que la source. Les résultats d'imagerie obte-

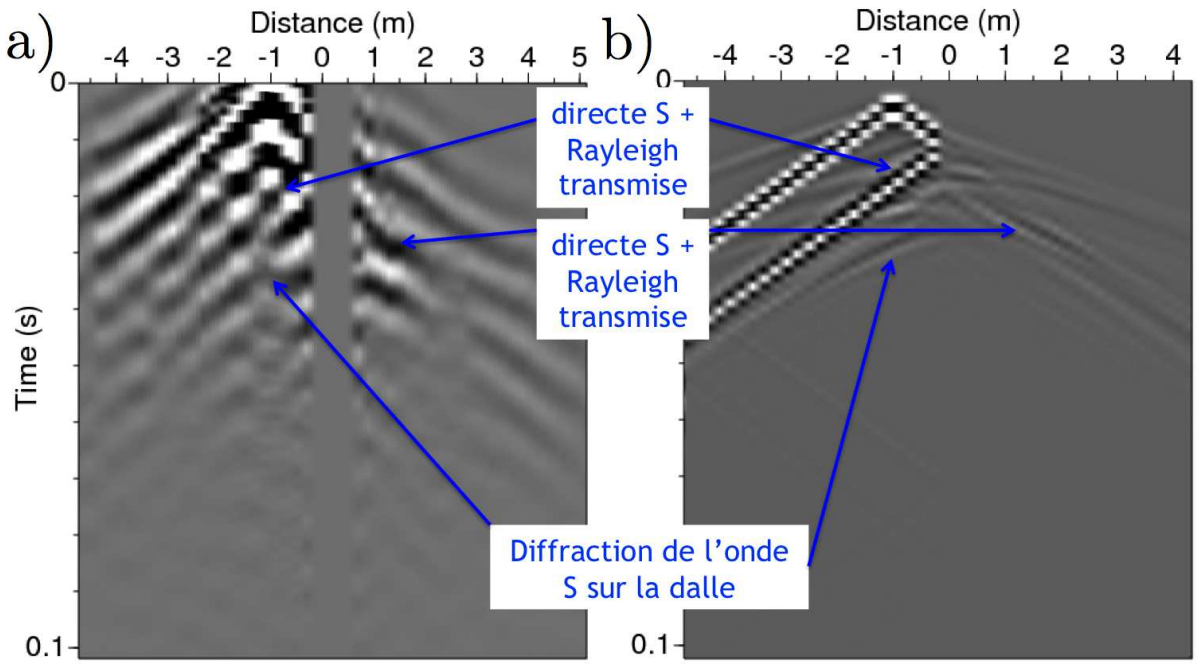

FIGURE 5.30 – Comparaison des sismogrammes corrélés réels (a) et synthétiques (b) obtenus pour la source en surface située à $1.37m$ à l'Ouest de la fondation

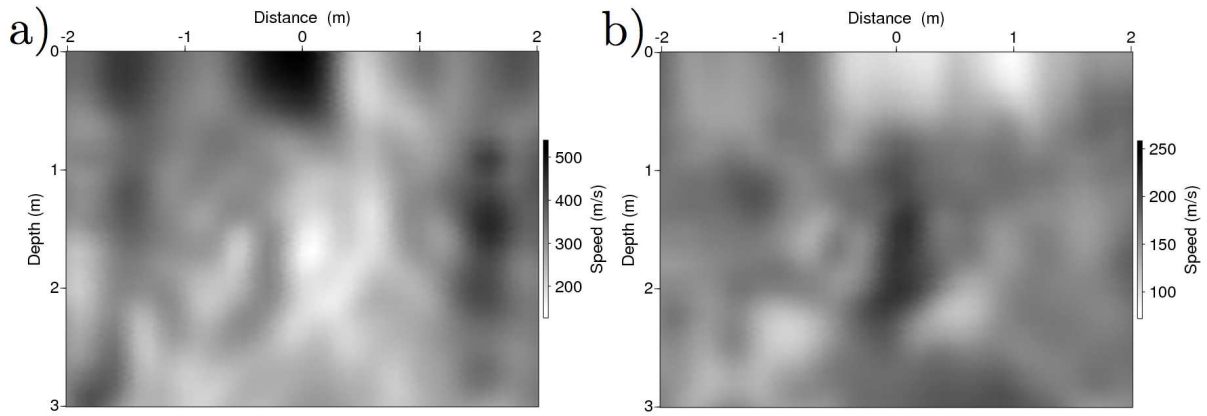

FIGURE 5.31 – Images des propriétés Vp (a) et Vs (b) obtenues après inversion de données réelles

nus avec la migration par retournement temporel des données sont présentés à la figure 5.32. On constate sur cette figure que, telle que nous l'avons mise en oeuvre, la RTM ne permet pas d'imager la fondation. Il serait intéressant de reprendre ce test en appliquant un AGC sur les données avant de les migrer.

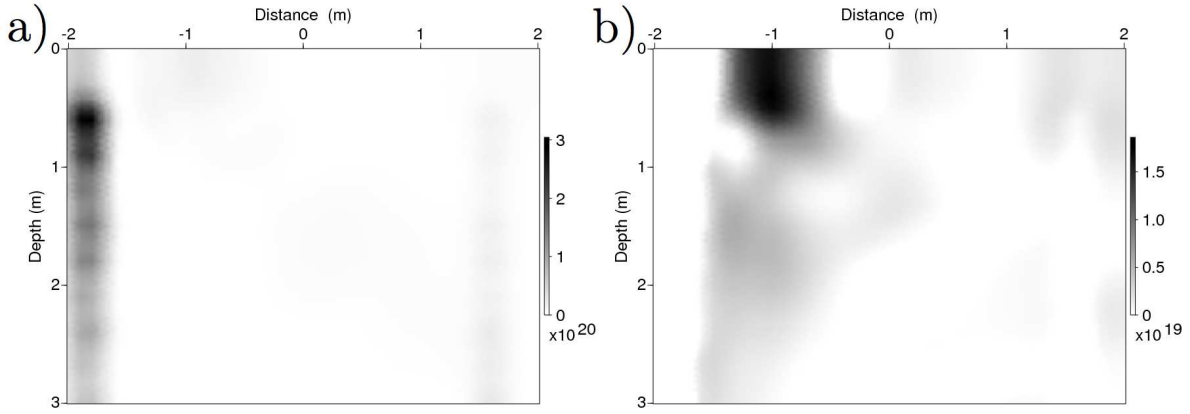

FIGURE 5.32 – Images migrées avec un noyau de diffraction d'onde P (a) et d'onde S (b) obtenues par retournement temporel des données

5.4 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons pu mettre en évidence plusieurs résultats importants sur l'utilisation de l'inversion de la forme d'onde ou de la migration par retournement temporel sur des données réalistes et ces résultats permettent de définir des perspectives prioritaires si l'on souhaite appliquer ces méthodes.

En effet, nous avons montré que la structure géométrique 3D des fondations semblait être une obstacle important à l'inversion avec un outil 2D. Pour apporter un dernier argument décisif à cette conclusion , il faudrait de mettre en oeuvre l'inversion de la source sur les données corrigées pour vérifier que le diagnostique que nous avons fait est conservé. Ensuite, il serait intéressant de faire des tests synthétiques supplémentaires sur plusieurs fondations de dimensions variables dans la direction transversale au plan d'imagerie 2D pour identifier à partir de quelle dimension transversale l'inversion 2D de données 3D corrigées permet d'imager le plan de symétrie de la fondation, pour un même ensemble de positions de la source par rapport à la fondation.

D'autre part, l'imagerie de données réelles, si elle n'a pas été concluante, permet de définir des pistes à explorer :

- En inversant les données IFSTTAR, nous avons seulement imagé la partie supérieure de la cheminée de la fondation car les ondes de surface dominent les sismogrammes alors qu'elles ont une profondeur de pénétration égale au tiers de la profondeur de la dalle. Pour pallier cette difficulté, il pourra être envisagé d'éliminer les ondes de surface des données par des traitements appropriés comme la Formation de voie double - *double beam forming* (DBF) en anglais - ou la Décomposition en valeurs singulières - *singular value decomposition* (SVD) en anglais.
- D'autre part, il est possible que l'effet 3D observé sur données synthétiques soit problématique aussi dans le cas des données de l'IFSTTAR. Pour avoir un diagnostic précis de l'influence du caractère 3D des données, l'IFSTTAR va concevoir et mener des acquisitions sur une maquette 2D, c'est à dire un milieu dans lequel la fondation aura une extension transversale importante.
- Concernant les données de terrain, la possibilité d'enfouir les sources est un atout permettant d'éviter d'avoir des ondes de surface dans les données. Il serait intéressant de faire des modélisations du milieu incluant le tube en plastique guidant le câble d'explosifs pour tester la précision avec laquelle on peut reproduire l'onde guidée. Si les résultats sont concluants, il serait alors possible d'ajouter ces tubes au milieu initial de l'inversion.
- Enfin, utiliser des sources piézoélectriques sur le terrain serait un atout : elles ont l'avantage d'être commandables en tension tout en ne détruisant pas le milieu à chaque tir, contrairement aux sources explosives. Elles produisent naturellement des données haute fréquence. Ces données pourraient être utilisées efficacement avec la migration par retournement temporel qui, comme nous l'avons vu, est d'autant plus pertinente que la fréquence des données est élevée. D'autre part, ces mêmes sources pourraient être utilisées afin d'obtenir des données de basse fréquence si l'on accepte d'augmenter la durée d'acquisition pour améliorer le rapport signal

sur bruit. Ainsi, l'utilisation de ces sources pourrait aussi permettre de tirer un meilleur parti de l'inversion de la forme d'onde complète dans les milieux réels faiblement contrastés ($R < 3$).

Conclusion et perspectives

Conclusion

L'inversion de la forme d'onde est une méthode qui a fait ses preuves dans le domaine de la prospection pétrolière (Brossier *et al.*, 2009; Sirgue *et al.*, 2009; Prieux *et al.*, 2010). De même, la migration par retournement temporel est une technique de référence de la géophysique de gisement (Claerbout, 1985; Baysal *et al.*, 1983). Compte tenu des nombreux succès du transfert de compétence de la prospection pétrolière à la géotechnique, il était naturel de s'intéresser à l'applicabilité de ces méthodes à l'imagerie des fondations de pylônes électriques. Cependant, l'imagerie sismique de la très proche surface - jusqu'à une profondeur de l'ordre du mètre - est une tâche difficile compte tenu de la complexité du milieu et notamment de la présence des ondes de surface.

Le travail que nous avons présenté nous a permis de montrer les performances et de mettre en évidence les obstacles rencontrés par ces techniques d'imagerie. En inversant des **données simulées** 2D et en ne considérant que des capteurs verticaux, on peut imager la fondation :

- dans un milieu sans surface libre et avec une illumination à 360° jusqu'à un rapport de vitesse fondation-encaissant R= 5 ;
- dans un milieu avec surface libre :
  - ▷ pour une acquisition en surface et sur les côtés jusqu'à un rapport de vitesse fondation-encaissant R=3 ;
  - ▷ avec une acquisition en surface uniquement jusqu'à un rapport de vitesse fondation-encaissant R=3 ;

D'autre part, l'inversion de données simulées 3D d'un site contenant une fondation avec un rapport de vitesse fondation-encaissant R= 1.2 n'a pas permis d'imager la fondation malgré les prétraitements effectués. Le caractère 3D des données est donc un obstacle important à l'utilisation de l'inversion de la forme d'onde 2D pour l'imagerie des fondations de pylônes.

L'inversion de **données réelles** obtenues sur maquette ($R = 3$) ou sur terrain ($R = 13$) n'a pas permis d'imager la fondation avec cet outil. Sur les données maquette, les ondes de surface sont de bien plus forte énergie que les ondes de volume et sont porteuses de peu d'information puisque leur profondeur de pénétration est égale au tiers de la profondeur de la dalle. Concernant les données de terrain, les ondes de surface rendent difficile l'utilisation des données obtenues avec la source en surface (pot vibrant). Utiliser

de sources explosives enfouies permet de nuancer l'influence des ondes de surface mais d'une part, le tube de plastique permettant de glisser le câble d'explosif introduit une onde dans les sismogrammes qui n'est pas modélisée dans le milieu initial d'inversion et, d'autre part, le fait de travailler avec une source explosive modifie le milieu réel à chaque tir ce qui peut perturber notre méthode d'imagerie si le milieu est fortement modifié (création de cavité, compaction locale du milieu, ...). Cependant, les résultats obtenus sur données réelles que nous avons présentés sont préliminaires et plusieurs points mériteraient encore d'être testés.

Concernant la migration par retournement temporel (RTM), nous avons montré qu'elle permettait d'imager la fondation sur des données synthétiques 2D. Contrairement à l'inversion de la forme d'onde, la migration par retournement temporel permet d'imager la fondation correctement pour de forts contrastes entre les propriétés de la fondation et celles de l'encaissant. En changeant le dispositif d'acquisition, on a pu mettre en évidence qu'avec des sources et des récepteurs en surface, l'image migrée permettait de caractériser correctement la géométrie de la fondation. La localisation des bords de la dalle est améliorée si l'on utilise des sources en puits ou des données haute fréquence. En revanche, la RTM n'a pas permis d'imager la fondation à partir de données réelles. Dans le cas des données acquises sur la maquette de l'IFSTTAR, l'absence de sources enfouies limite d'éclairage de la fondation et la forte énergie des ondes de surface limite les performances de la migration. Concernant les données de terrain, nous avons pris en compte exclusivement les données obtenues avec les sources explosives pour limiter l'influence des ondes de surface et améliorer l'éclairage de la fondation ; cependant, le spectre des sources n'est pas commandable et l'on a surtout un spectre basse fréquence alors que la migration est d'autant plus pertinente que le spectre est haute fréquence.

Précisons maintenant d'une part les pistes à explorer si l'on souhaitait continuer l'étude des méthodes d'inversion de la forme d'onde et de migration par retournement temporel dans le cadre de la caractérisation géométrique des fondations de pylônes électriques et d'autre part la stratégie privilégiée par RTE pour atteindre son objectif.

Perspectives

Imagerie par Inversion de la forme d'onde ou Migration par retournement temporel

Si l'on souhaitait poursuivre notre diagnostic de l'utilisation de l'inversion de la forme d'onde ou de la migration par retournement temporel sur des données réelles, il serait intéressant de mener plusieurs études. D'une part, concernant l'inversion de données IFSTTAR, comme l'on ne peut enfouir des sources sur la maquette, il faut affronter le problème des ondes de surface et songer à les éliminer des données par des techniques de traitements du signal comme la Formation de voie double ou la Décomposition en valeurs singulières, ce qui permettrait de concentrer l'inversion et la migration sur les ondes de volume. D'autre part, concernant les données réelles, si l'on peut enfouir les

sources pour limiter l'influence des ondes de surface, il reste plusieurs problèmes comme le spectre relativement basse fréquence des explosions, le fait que l'explosion génère une onde canalisée par le tube qui n'est pas modélisée dans le milieu initial de l'inversion et la modification des propriétés du milieu au voisinage de chaque explosion. Dans la perspective d'utiliser la RTM qui présente de bonnes performances sur données synthétiques de terrain, il peut être intéressant d'utiliser des sources piezo électriques qui ont un spectre de l'ordre de la dizaine de kHz, qui sont commandables, reproductibles et ne modifient pas le milieu à chaque tir.

Ensuite, l'utilisation d'un outil en fréquence permet d'accélérer l'étape de modélisation mais limite considérablement les traitements temporels que l'on pourrait appliquer aux données. Il serait donc intéressant de mettre en oeuvre l'inversion avec une modélisation dans le domaine temporel pour élargir les traitements applicables sur les donnés sur lesquelles nous avons plus d'intuition et donc potentiellement plus de créativité dans le domaine temporel.

Enfin, il serait intéressant de préciser notre diagnostic concernant l'obstacle du caractère 3D de la fondation alors que la modélisation est 2D : en effet, d'une part il faudrait finaliser la comparaison des tests synthétiques d'inversion 2D en inversant les données 3D corrigées tout en inversant la source. D'autre part, nous pourrions étudier à partir de quelle longueur transversale de la fondation les données synthétiques 3D sont inversées correctement par notre outil 2D. Ensuite, l'IFSTTAR va concevoir une maquette avec une fondation étendue dans la direction transversale au plan de symétrie de la fondation et réaliser une acquisition. Il sera donc intéressant d'étudier les résultats de l'inversion et de la migration de ces données pour dire si oui ou non l'inversion 2D de données géotechniques 3D est un problème important de notre problématique. Si tel est le cas, il faudrait mettre en oeuvre des méthodes d'imagerie 3D par inversion de la forme d'onde ou migration telles que celle réalisée par Etienne (2011) ; cependant, ce type de méthode ne pourra-t-être appliquée dans un temps de calcul raisonnable (24h) avant une augmentation drastique des performances des calculateurs.

Bibliographie

Aki, K. et Lee, W. H. K. (1976). Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first p arrival times from local earthquakes, 1, a homogeneous initial model. *Journal of Geophysical research*, 81(23):4381–4399.

Aki, K. et Richards, P. (1980). *Quantitative Seismology : Theory and Methods*. W. H. Freeman & Co, San Francisco.

Amidu, S. A. et Dunbar, J. A. (2008). An evaluation of the electrical-resistivity method for water-reservoir salinity studies. *Geophysics*, 73:39–49.

Bayliss, A., Jordan, K. E., Batzle, B. J. M. et Wang, Z. (1986). A fourth order accurate finite difference scheme for the computation of elastic waves. *Bulletin of the Seismological Society*, 76(4):1115–1132.

Baysal, E., Kosloff, D. et Sherwood, J. (1983). Reverse time migration. *Geophysics*, 48:1514–1524.

Benjemaa, M. (2007). *Étude et simulation numérique de la rupture dynamique des séismes par des méthodes d'éléments finis discontinus*. Thèse de doctorat, INRIA Sophia Antipolis, Université de Nice-Sophia Antipolis.

BenJemaa, M., Glinsky-Olivier, N., Cruz-Atienza, V. M. et Virieux, J. (2009). 3D Dynamic rupture simulations by a finite volume method. *Geophysical Journal International*, 178:541–560.

Berenger, J.-P. (1994). A perfectly matched layer for absorption of electromagnetic waves. *J. Comput. Phys.*, 114:185–200.

Bland, D. R. (1960). *The theory of linear viscoelasticity*. Pergamon Press, Oxford.

Bohlen, T. et Saenger, E. H. (2006). Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of Rayleigh waves. *Geophysics*, 71:109–115.

Bon, A., Tarrass, I., Giraud, L. et Thore, P. (2009). Solving the elastic-wave equation taking into account surface topography. *In Expanded Abstracts*, page S012. EAGE.

Bonnans, J. F., Gilbert, J. C., Lemaréchal, C. et Sagastizábal, C. A. (2000). *Numerical Optimization*. Springer, New York.

Bouchon, M., Campillo, M. et Gaffet, S. (1989). A boundary integral equation - discrete wavenumber representation method to study wave propagation in multilayered media having irregular interfaces. *Geophysics*, 54:1134–1140.

Bracewell, R. N. (1986). *The Fourier transform and its applications, second edition, revised*. McGraw-Hill International editions.

Bradford, J. H., Dickins, D. F. et Brandvik, P. J. (2010). Assessing the potential to detect oil spills in and under snow using airborne ground-penetrating radar. *Geophysics*, 75(2):1–12.

Brenders, A. J. et Pratt, R. G. (2007a). Efficient waveform tomography for lithospheric imaging : implications for realistic 2D acquisition geometries and low frequency data. *Geophysical Journal International*, 168:152–170.

Brenders, A. J. et Pratt, R. G. (2007b). Full waveform tomography for lithospheric imaging : results from a blind test in a realistic crustal model. *Geophysical Journal International*, 168:133–151.

Bretaudeau, F. (2010). *Modélisation physique à échelle réduite pour l'adaptation de l'inversion des formes d'ondes sismiques au génie civil et à la subsurface*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, Nantes.

Bretaudeau, F., Brossier, R., Leparoux, D., Operto, S., Abraham, O. et Virieux, J. (2010). 2D elastic full waveform imaging of the near surface : Application to a physical scale model. *Geophysical Research Letters*, page submitted.

Bretaudeau, F., Leparoux, D., Brossier, R. et Abraham, O. (2009). Small scale modeling, a tool to assess subsurface imaging methods : Application to seismic full waveform inversion. *In Expanded Abstracts*, page P041. EAGE.

Brigham, E. O. et Morrow, R. E. (1967). The fast Fourier transform. *IEEE Spectrum*, 4:63–70.

Brossier, R. (2009). *Imagerie sismique à deux dimensions des milieux visco-élastiques par inversion des formes d'onde : développements méthodologiques et applications.* Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia-Antipolis.

Brossier, R. (2010). Two-dimensional frequency-domain visco-elastic full-waveform inversion : parallel algorithms, optimization and performances. *Computers & Geosciences*.

Brossier, R., Operto, S. et Virieux, J. (2009). Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion. *Geophysics*, 74(6): WCC63–WCC76.

Brossier, R., Operto, S. et Virieux, J. (2010). Which data residual norm for robust elastic frequency-domain full waveform inversion ? *Geophysics*, 75(3):R37–R46.

Brossier, R., Virieux, J. et Operto, S. (2008). Parsimonious finite-volume frequency-domain method for 2-D P-SV-wave modelling. *Geophysical Journal International*, 175(2):541–559.

Bunks, C., Salek, F. M., Zaleski, S. et Chavent, G. (1995). Multiscale seismic waveform inversion. *Geophysics*, 60(5):1457–1473.

Böniger, U. et Tronicke, J. (2010). Integrated data analysis at an archaeological site : A case study using 3D GPR, magnetic, and high-resolution topographic data. *Geophysics*, 75(4):169–176.

Carino, N. J., éditeur (2001). *Impact-Echo Method : An overview*, Washington D. C.

Chapman, C. H. (1978). A new method of computing synthetic seismograms. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 54:481–518.

Chew, W. C. et Weedon, W. H. (1994). A 3-D perfectly matched medium from modified Maxwell's equations with stretched coordinates. *Microwave and Optical Technology Letters*, 7:599–604.

Choi, Y., Min, D. et Shin, C. (2008). Two-dimensional waveform inversion of multi-component data in acoustic-elastic coupled media. *Geophysical Prospecting*, 56(6):863–881.

Claerbout, J. F. (1976). *Fundamentals of Geophysical Data Processing*. McGraw-Hill Book Co.

Claerbout, J. F. (1985). *Imaging the Earth's interior*. Blackwell Scientific Publications.

Cockburn, B., Karniadakis, G. et Shu, C. W. (2000). *Discontinuous Galerkin Method : Theory, Computation and Application*. Springer - Lecture Notes in Computational Science Engineering.

Collino, F. et Monk, P. (1998). Optimizing the perfectly matched layer. *Computer methods in Applied Mechanics and Engineering*, 164:157–171.

Corin, L., Couchard, I., Dethy, B., Halleux, L. et Richter, T. (1996). Application des techniques de radar en forage aux grands travaux. *Géologues*, 110:29–42.

Courant, R., Friedrichs, K. et Lewy, H. (1928). Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100:32–74.

Crase, E., Pica, A., Noble, M., McDonald, J. et Tarantola, A. (1990). Robust elastic non-linear waveform inversion : application to real data. *Geophysics*, 55:527–538.

Denis, A., Marache, A., Obellianne, T. et Breysse, D. (2002). Electrical resistivity borehole measurements : application to an urban tunnel site. *Journal of Applied Geophysics*, 50:319–331.

Deparis, J. et Garambois, S. (2009). On the use of dispersive APVO GPR curves for thin-bed properties estimation : Theory and application to fracture characterization. *Geophysics*, 74:J1–J12.

Dessa, J. X., Operto, S., Kodaira, S., Nakanishi, A., Pascal, G., Uhira, K. et Kaneda, Y. (2004). Deep seismic imaging of the eastern nankai trough (japan) from multifold ocean bottom seismometer data by combined traveltime tomography and prestack depth migration. *Journal of Geophysical Research*, 109(B02111): doi :10.1029/2003JB002689.

Drossaert, F. H. et Giannopoulos, A. (2007). A nonsplit complex frequency-shifted PML based on recursive integration for FDTD modeling of elastic waves. *Geophysics*, 72(2):T9–T17.

Etienne, V. (2011). *Modélisation de la propagation d'ondes sismiques par éléments finis discontinus et inversion des formes d'onde dans les milieux élastiques à trois dimensions*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia-Antipolis, Sophia-Antipolis.

Etienne, V., Chaljub, E., Virieux, J. et Glinsky, N. (2010). An hp-adaptive discontinuous Galerkin finite-element method for 3D elastic wave modelling. *Geophysical Journal International*, 183(2):941–962.

Fink, M. (1993). Time-reversal mirrors. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 26(9): 1333–1350.

Forgues, E. (1996). *Inversion linearisée multi-paramètres via la théorie des rais*. Thèse de doctorat, Institut Français du Pétrole - University Paris VII.

Forgues, E. et Lambaré, G. (1997). Parameterization study for acoustic and elastic ray+born inversion. *Journal of Seismic Exploration*, 6:253–278.

Garvin, W. W. (1956). Exact transient solution of the buried line source problem. *Proc. Roy. Soc. London*, 234:528–541.

Gauthier, O., Virieux, J. et Tarantola, A. (1986). Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms : numerical results. *Geophysics*, 51(7):1387–1403.

Gelis, C. (2005). *Inversion de formes d'onde élastique dans le domaine espace-fréquence en deux dimensions. Application à la caractérisation de la subsurface dans le cadre de la détection de cavités sousterraines*. Thèse de doctorat, Université Nice-Sophia Antipolis.

Gelis, C., Virieux, J. et Grandjean, G. (2007). 2D elastic waveform inversion using Born and Rytov approximations in the frequency domain. *Geophysical Journal International*, 168:605–633.

Gholami, Y., Ribodetti, A., Brossier, R., Operto, S. et Virieux, J. (2010). Imaging of VTI media from wide-aperture data by frequency-domain full-waveform inversion. *In Expanded Abstracts, 72th Annual International Meeting, EAGE*.

Guitton, A. et Symes, W. W. (2003). Robust inversion of seismic data using the Huber norm. *Geophysics*, 68(4):1310–1319.

Hadamard, J. (1902). Sur les problèmes aux dérivés partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, pages 49–52.

Herman, G., Lent, A. et Rowland, S. (1973). Art : Mathematics and applications : A report on the mathematical foundations and the applicability to real data of the algebraic reconstruction techniques. *J. Theor. Biology*, 42:1–32.

Hesthaven, J. S. et Warburton, T. (2008). *Nodal Discontinuous Galerkin Method. Algorithms, Analysis, and Application*. Springer, New York.

Hole, J. A. (1992). Nonlinear high-resolution three-dimensional seismic travel time tomography. *Journal of Geophysical Research*, 97:6553–6562.

Kamei, R., Pratt, R. G. et Tsuji, T. (2011). Waveform tomography imaging of deep crustal faults - application to nankai subduction zone. *In Expanded Abstracts*, page P364. EAGE.

Kearey, P., Brooks, M. et Hill, I. (2002). *An introduction to geophysical exploration*. Wiley-Blackwell.

Kenneth, B. et Kerry, N. (1979). Seismic waves in a stratified half space. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 57:557–583.

Kjartansson, E. (1979). Constant Q wave propagation and attenuation. *Journal of Geophysical Research*, 84(B9):4737–4748.

Komatitsch, D. et Martin, R. (2007). An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation. *Geophysics*, 72(5): SM155–SM167.

Kuzuoglu, M. et Mittra, R. (1996). Frequency dependence of the constitutive parameters of causal perfectly matched anisotropic absorbers. *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 6:447–449.

Lailly, P. (1983). The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations. *In* Bednar, R. et Weglein, éditeurs : *Conference on Inverse Scattering, Theory and application, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia*, pages 206–220.

Lataste, J., Sirieix, C., Breysse, D. et Frappa, M. (2003). Electrical resistivity measurement applied to cracking assessment on reinforced concrete structures in civil engineering. *NDT&E International*, 36(6):383–394.

LEVENBERG, K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least-squares. *Q. appl. math.*, 2:162–168.

LIONS, J. (1972). *Nonhomogeneous boundary value problems and applications*. Springer Verlag, Berlin.

LOMBARD, B., PIRAUX, J., GELIS, C. et VIRIEUX, J. (2008). Free and smooth boundaries in 2-D finite-difference schemes for transient elastic waves. *Geophysical Journal International*, 172:252–261.

LUO, Y. et SCHUSTER, G. T. (1990). Parsimonious staggered grid finite-differencing of the wave equation. *Geophysical Research Letters*, 17(2):155–158.

MADARIAGA, R. (1976). Dynamics of an expanding circular fault. *Bulletin of Seismological Society of America*, 66:639–666.

MAGNIN, O. (2008). *Utilisation des ondes sismiques pour la caractérisation d'objets enfouis. Contribution à la mise au point d'une méthode d'imagerie sismique de très haute résolution. Application à l'imagerie des fondations de pylônes du Réseau de Transport d'Electricité*. Thèse de doctorat, Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, Université J. Fourier, Grenoble I.

MALINOWSKI, M., OPERTO, S. et RIBODETTI, A. (2011). High-resolution seismic attenuation imaging from wide-aperture onshore data by visco-acoustic frequency-domain full waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 186(3):1179–1204.

MALLICK, S. et FRAZER, L. N. (1987). Practical aspects of reflectivity modeling. *Geophysics*, 52:1355–1364.

MARI, J. L., ARENS, G., CHAPELLIER, D. et GAUDIANI, P. (1998). *Géophysique de gisement et de génie civil*. Editions Technip.

MARQUARDT, D. W. (1963). An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11:431–441.

MARS, J. I., LACOUME, J., MARI, J. et GLANGEAUD, F. (2004). *Traitement du signal pour géologues et géophysiciens : Techniques avancées, Volume 3*. TECHNIP.

MENKE, W. (1984). *Geophysical Data Analysis : Discrete Inverse Theory*. Academic Press, Inc., Orlando, USA.

MÉTIVIER, L., BROSSIER, R., VIRIEUX, J. et OPERTO, S. (2012). Full waveform inversion and the truncated newton method. *SIAM Journal On Scientific Computing*, submitted.

MILES, J. W. (1960). Scattering of elastic waves by small inhomogeneities. *Geophysics*, 25(3):642–648.

Moczo, P. et Kristek, J. (2005). On the rheological models used for time-domain methods of seismic wave propagation. *Geophys. Res. Lett.*, 32(L01306): doi :10.1029/2004GL021598.

Montelli, R., Nolet, G., Dahlen, F. A., Masters, G., Engdahl, E. R. et Hung, S. H. (2004a). Finite-frequency tomography reveals a variety of plumes in the mantle. *Science*, 303:338–343.

Montelli, R., Nolet, G., Masters, G., Dahlen, F. A. et Hung, S. H. (2004b). P and PP global travel time tomography. *Geophysical Journal International*, 158:637–654.

Mora, P. R. (1987). Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multi-offset seismic data. *Geophysics*, 52:1211–1228.

Mulder, W. et Plessix, R.-E. (2008). Exploring some issues in acoustic full waveform inversion. *Geophysical Prospecting*, 56(6):827–841.

MUMPS-team (2011). *MUMPS - MUltifrontal Massively Parallel Solver users' guide - version 4.10.0 (May 2011).* ENSEEIHT-ENS Lyon, http ://www.enseeiht.fr/apo/MUMPS/ or http ://graal.ens-lyon.fr/MUMPS.

Nocedal, J. (1980). Updating Quasi-Newton Matrices With Limited Storage. *Mathematics of Computation*, 35(151):773–782.

Nocedal, J. et Wright, S. J. (2006). *Numerical Optimization.* Springer, 2nd édition.

Operto, S. et Charvis, P. (1996). Deep structure of the southern Kerguelen plateau (southern Indian ocean) from ocean bottom seismometer wide-angle seismic data. *Journal of Geophysical Research*, 101:25077–25103.

Operto, S., Virieux, J. et Dessa, J. X. (2005). High-resolution crustal seismic imaging from OBS data by full-waveform inversion : application to the eastern-Nankai trough. *In EOS Trans. AGU*, volume 86. American Geophysical Union.

Operto, S., Virieux, J., Dessa, J. X. et Pascal, G. (2006). Crustal seismic imaging from multifold ocean bottom seismometers data by frequency-domain full-waveform tomography : application to the eastern Nankai trough. *Journal of Geophysical Research*, 111(B09306):doi :10.1029/2005JB003835.

Osella, A., de la Vega, M. et Lascano, E. (2005). 3D electrical imaging of an archaeological site using eletrical and electromagnetic methods. *Geophysics*, 70:101–107.

Pica, A., Diet, J. P. et Tarantola, A. (1990). Nonlinear inversion of seismic reflection data in laterally invariant medium. *Geophysics*, 55(3):284–292.

Plessix, R.-E. (2006). A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, 167(2):495–503.

Pratt, R. G. (1990). Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. part II : elastic wave-equation method. *Geophysical Prospecting*, 38:311–330.

Pratt, R. G. (1999). Seismic waveform inversion in the frequency domain, part I : theory and verification in a physic scale model. *Geophysics*, 64:888–901.

Pratt, R. G., Shin, C. et Hicks, G. J. (1998). Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 133:341–362.

Pratt, R. G. et Shipp, R. M. (1999). Seismic waveform inversion in the frequency domain, part II : Fault delineation in sediments using crosshole data. *Geophysics*, 64:902–914.

Pratt, R. G., Song, Z. M., Williamson, P. R. et Warner, M. (1996). Two-dimensional velocity model from wide-angle seismic data by wavefield inversion. *Geophysical Journal International*, 124:323–340.

Pratt, R. G. et Worthington, M. H. (1990). Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. Part I : acoustic wave-equation method. *Geophysical Prospecting*, 38:287–310.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. et Flannery, B. P. (2007). *Numerical Recipes 3rd Edition : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 3 édition.

Prieux, V. (2012). *Imagerie sismique des milieux visco-acoustiques et visco-élastique à deux dimensions par stéréotomographie et inversion des formes d'ondes : applications au champ pétrolier de Valhall*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis.

Prieux, V., Brossier, R., Gholami, Y., Operto, S., Virieux, J., O.I.Barkved et J.H.Kommedal (2011). On the footprint of anisotropy on isotropic full waveform inversion : the Valhall case study. *Geophysical Journal International*, 187:1495–1515.

Prieux, V., Operto, S., Brossier, R., Virieux, J., Kommendal, J. et Barkved, O. (2010). Application of 2D acoustic frequency-domain full-waveform inversion to OBC wide-aperture data from the Valhall field. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 29(1):920–924.

Ravaut, C., Operto, S., Improta, L., Virieux, J., Herrero, A. et dell'Aversana, P. (2004). Multi-scale imaging of complex structures from multi-fold wide-aperture seismic data by frequency-domain full-wavefield inversions : application to a thrust belt. *Geophysical Journal International*, 159:1032–1056.

Remaki, M. (2000). A new finite volume scheme for solving Maxwell's system. *COMPEL*, 19(3):913–931.

Romdhane, A. (2010). *Apport de l'inversion des formes d'onde sismique - approximation 2D élastique - à la caractérisation des milieux de la proche surface : cavité souterraines, glissements de terrain.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris.

Romdhane, A., Grandjean, G., Brossier, R., Réjiba, F., Operto, S. et Virieux, J. (2011). Shallow Structures Characterization by 2D Elastic Waveform Inversion. *Geophysics*, 76(3):R81.

Roques, A., Brossier, R., Virieux, J. et Mars, J. I. (2011). High resolution seismic imaging of very shallow highly contrasted structures. *In 73th Annual International Meeting, EAGE, Expanded Abstracts*, page P052.

Saenger, E. H., Gold, N. et Shapiro, S. A. (2000). Modeling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid. *Wave motion*, 31:77–92.

Samouëlian, A. (2005). Electrical resistivity survey in soil science : a review. *Soil & Tillage Research*, 83:173–193.

Sheng, J., Leeds, A., Buddensiek, M. et Schuster, G. T. (2006). Early arrival waveform tomography on near-surface refraction data. *Geophysics*, 71(4):U47–U57.

Shewchuk, J. R. (1996). Triangle : Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator. *In* Lin, M. C. et Manocha, D., éditeurs : *Applied Computational Geometry : Towards Geometric Engineering*, volume 1148 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 203–222. Springer-Verlag. From the First ACM Workshop on Applied Computational Geometry.

Shin, C. et Ha, Y. H. (2009). Waveform inversion in the Laplace-Fourier domain. *Geophysical Journal International*, 177:1067–1079.

Shin, C., Jang, S. et Min, D. J. (2001a). Improved amplitude preservation for prestack depth migration by inverse scattering theory. *Geophysical Prospecting*, 49:592–606.

Shin, C. et Min, D.-J. (2006). Waveform inversion using a logarithmic wavefield. *Geophysics*, 71(3):R31–R42.

Shin, C., Yoon, K., Marfurt, K. J., Park, K., Yang, D., Lim, H. Y., Chung, S. et Shin, S. (2001b). Efficient calculation of a partial derivative wavefield using reciprocity for seismic imaging and inversion. *Geophysics*, 66(6):1856–1863.

Sirgue, L. (2003). *Inversion de la forme d'onde dans le domaine fréquentiel de données sismiques grand offset.* Thèse de doctorat, Université Paris 11, France - Queen's University, Canada.

Sirgue, L., Barkved, O. I., Gestel, J. P. V., Askim, O. J. et Kommedal, J. H. . (2009). 3D waveform inversion on Valhall wide-azimuth OBC. *In 71th Annual International Meeting, EAGE, Expanded Abstracts*, page U038.

Sirgue, L. et Pratt, R. G. (2001). Frequency-domain waveform inversion : a strategy for choosing frequencies. *In Abstracts Book*, pages 631–634. Eur. Geophys. Soc.

Sirgue, L. et Pratt, R. G. (2004). Efficient waveform inversion and imaging : a strategy for selecting temporal frequencies. *Geophysics*, 69(1):231–248.

Smithyman, B., Pratt, R. G., Hayles, J. et Wittebolle, R. (2009). Detecting near-surface objects with seismic waveform tomography. *Geophysics*, 74(6):WCC119–WCC127.

Socco, L. V. et Bergamo, P. (2011). Surface wave analysis in laterally varying media. *In Expanded Abstracts*, page WS02. EAGE.

Song, Z., Williamson, P. et Pratt, G. (1995). Frequency-domain acoustic-wave modeling and inversion of crosshole data. Part 2 : Inversion method, synthetic experiments and real-data results. *Geophysics*, 60(3):786–809.

Sourbier, F., Operto, S., Virieux, J., Amestoy, P. et L'Excellent, J.-Y. (2009a). Fwt2d : A massively parallel program for frequency-domain full-waveform tomography of wide-aperture seismic data–part 1 : Algorithm. *Computers & Geosciences*, 35(3):487 – 495.

Sourbier, F., Operto, S., Virieux, J., Amestoy, P. et L'Excellent, J.-Y. (2009b). Fwt2d : A massively parallel program for frequency-domain full-waveform tomography of wide-aperture seismic data–part 2 : Numerical examples and scalability analysis. *Computers & Geosciences*, 35(3):496 – 514.

Sudha, K., Israil, M., Mittal, S. et Rai, J. (2009). Soil characterization using electrical resistivity tomography and geotechnical investigations. *Journal of Applied Geophysics*, 67:74–79.

Tarantola, A. (1984a). Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49(8):1259–1266.

Tarantola, A. (1984b). Linearized inversion of seismic reflection data. *Geophysical Prospecting*, 32:998–1015.

Tarantola, A. (1986). A strategy for non linear inversion of seismic reflection data. *Geophysics*, 51(10):1893–1903.

Tarantola, A. (1987). *Inverse problem theory : methods for data fitting and model parameter estimation.* Elsevier, New York.

Tarantola, A. et Valette, B. (1982). Generalized nonlinear inverse problems solved using the least square criterion. *Reviews of Geophys. and Space Phys.*, 20:219–232.

Tarrass, I., F.Aye, Giraud, L. et Thore, P. (2011). 3d wave propagation modeling in presence of topography. *In Expanded Abstracts*, page A011. EAGE.

Teixeira, F. L. et Chew, W. C. (1999). On causality and dynamic stability of perfectly matched layers for fdtd simulations. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, 47(6):775–785.

Theune, U., Rokosh, D., Sacchi, M. D. et Schmitt, D. R. (2006). Mapping fractures with gpr : A case study from turtle mountain. *Geophysics*, 71(5):139–150.

Thurber, C., Roecker, S., Ellsworth, W., Chen, Y., Lutter, W. et Sessions, R. (1997). Two-dimensional seismic image of the san andreas fault in the northern gabilan range, central california : Evidence for fluids in the fault zone. *Geophysical research Letters*, 24(13):1591–1594.

Viktorov, I. A. (1967). *Rayleigh and Lamb Waves : physical theory and applications*. Plenum Press, New York.

Vincent, C., Garambois, S., Thibert, E., Lefèbvre, E., Meur, E. L. et Six, D. (2010). Origin of the outburst flood from tete rousse glacier in 1892 (mont-blanc area, france). *Journal of Glaciology*, 56(198):688–698.

Virieux, J. (1984). SH wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method. *Geophysics*, 49:1259–1266.

Virieux, J. (1986). P-SV wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method. *Geophysics*, 51:889–901.

Virieux, J. et Madariaga, R. (1982). Dynamic faulting studied by a finite difference method. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 72:345–369.

Virieux, J. et Operto, S. (2009). An overview of full waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, 74(6):WCC127–WCC152.

Weatherby, B. B. (1940). The history and development of seismic prospecting. *Geophysics*, 5(3):215–230.

Xia, J., Miller, R. D. et Park, C. B. (1999). Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of rayleigh waves. *Geophysics*, 64(3):691–700.